

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА"

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве методических указаний к лабораторной работе*

САМАРА
Издательство СГАУ
2007

УДК 621.831

Составители: Куликов Б. А., Коробова Н. П., Журавлев В. И.

Рецензент Н. Д. Проничев

Кинематический анализ зубчатых механизмов: метод. указания к лабораторной работе / сост. Н.П. Коробова, Б.А. Куликов, В.И. Журавлев. – Самара: Изд-во СГАУ, 2007. 12 с.

Лабораторная работа охватывает вопросы кинематики планетарных и дифференциальных механизмов и предназначена для студентов механических специальностей, изучающих курс «Теория механизмов и машин».

Лабораторная работа

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Зубчатые механизмы служат для передачи вращательного движения от одного вала к другому, для изменения величины и направления угловой скорости и крутящего момента.

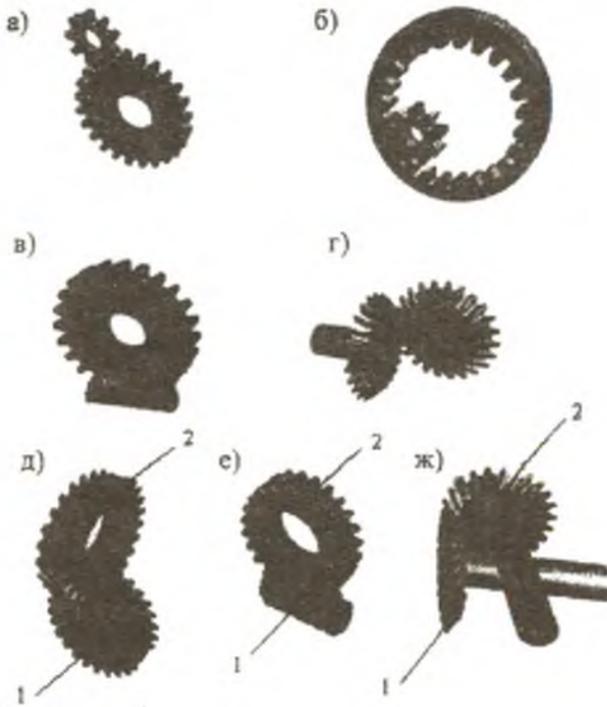


Рис. 1

Если скорость вращения ведомого вала меньше скорости вращения ведущего, то такой механизм называется редуктором. Редуктор может быть обращен в ускоритель (мультипликатор), если в нем ведущий вал сделать ведомым.

В зависимости от расположения осей колес зубчатые передачи могут быть с *параллельными осями (цилиндрические)* (рис. 1, а, б), с *пересекающимися осями (конические)* (рис. 1, г) и со *скрещивающимися осями* или гиперboloидные передачи, вариантами которых являются *винтовые* (рис. 1, д) *червячные* (рис. 1, е) и *гипоидные* (рис. 1, ж) передачи. В винтовой передаче звенья 1,2 – косозубые цилиндрические колеса; в червячной передаче звено 1 – червяк, 2 – червячное колесо; в гипоидной передаче звенья 1,2 – конические колеса.

По относительному расположению валов различают плоские и пространственные зубчатые передачи. В *плоских механизмах* оси вращения звеньев параллельны, и все звенья вращаются в параллельных плоскостях, В этом случае передача вращения осуществляется с помощью круглых цилиндрических колес. В *пространственных передачах* оси вращения звеньев пересекаются (конические передачи) или скрещиваются (червячные, винтовые, спироидные и гипоидные передачи).

2. ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ

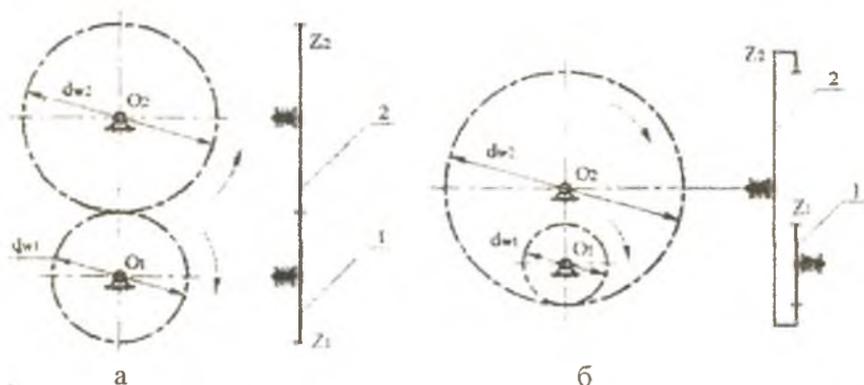


Рис. 2

Отношение угловой скорости ведущего вала j к угловой скорости ведомого вала k называется передаточным отношением и обозначается буквой i с соответствующими индексами:

$$i_{jk} = \frac{\omega_k}{\omega_j}; \quad i_{kj} = \frac{\omega_k}{\omega_j} = \frac{1}{i_{jk}} \quad (1)$$

Для механизма, изображенного на рис. 2

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} \pm \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \pm \frac{z_2}{z_1}, \quad (2)$$

знак *плюс* относится к внутреннему зацеплению (рис. 1, б), а знак *минус* к внешнему (рис. 1, а).

3. РЯДОВЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Зубчатые механизмы с неподвижными относительно стойки осями колес делятся на *рядовые* и *ступенчатые*. В рядовых механизмах (рис. 3) на каждой оси насажено по одному колесу. Для него

$$i_{14} = i_{14} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z_2} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{z_4}{z_1} = (-1)^t \frac{z_4}{z_1}$$

или

$$i_{14} = (-1)^t \frac{z_4}{z_1}, \quad (3)$$

где t – число передач внешнего зацепления

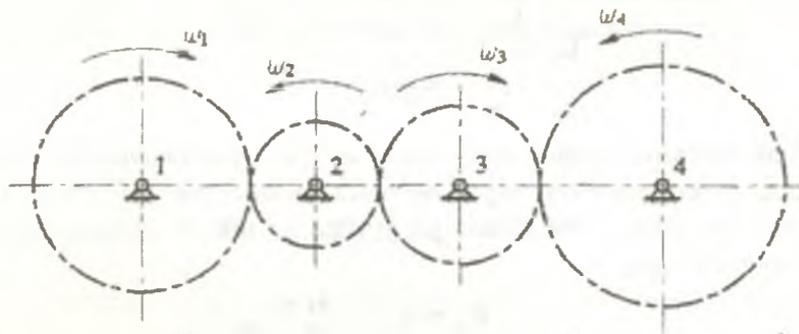


Рис. 3

4. СТУПЕНЧАТЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Для получения больших передаточных отношений используют более сложные многоступенчатые зубчатые механизмы.

Ступенью зубчатого механизма называется передача вращательного движения между двумя звеньями, расположенными на ближайших геометрических неподвижных осях. Число ступеней в зубчатых механизмах равно числу неподвижных осей без единицы.

Ступени бывают простые и планетарные. На рис. 4 А и С – простые, В – планетарная ступени.

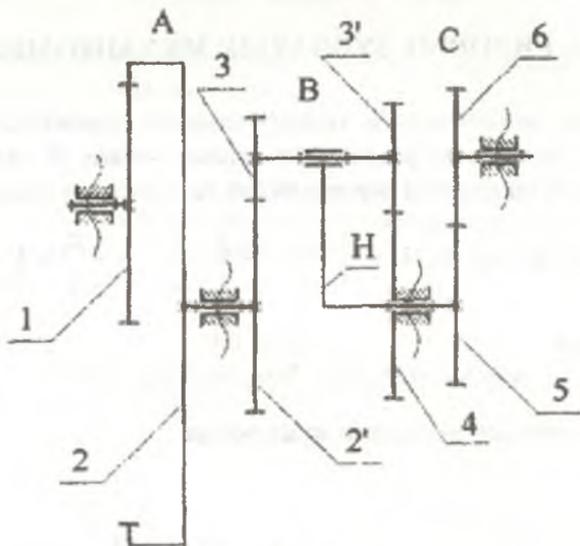


Рис. 4

В многоступенчатом редукторе полное передаточное отношение равно произведению передаточных отношений ступеней, входящих в редуктор. Для схемы редуктора на рис. 4 полное передаточное отношение

$$i_{16} = i_{12} \cdot i_{2'H}^{(4)} \cdot i_{56}. \quad (4)$$

В ступенчатых механизмах на каждой оси, кроме ведущей и ведомой, насажено по два колеса. На рис. 5 приведена схема трехступенчатого механизма. Для него

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{2'3} \cdot i_{3'4} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z_{2'}} \right) \frac{z_4}{z_{3'}} = \frac{30}{20} \frac{30}{20} \frac{80}{20} = 9.$$

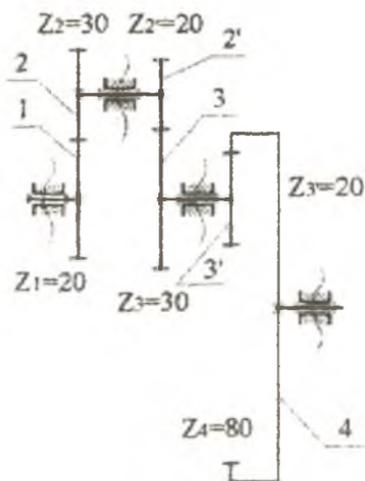


Рис. 5

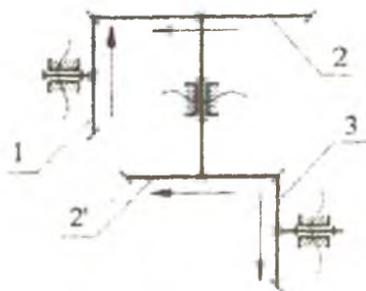


Рис. 6

При передаче вращения коническими колесами знак передаточного отношения определяется *правилом стрелок* (рис. 6). Если стрелки на ведущем и ведомом колесах, расположенных на параллельных валах, направлены в одну сторону, то передаточное отношение будет со знаком *плюс*, если в. противоположные стороны, то со знаком *минус*. Для механизма, изображенного на рис. 6,

$$i_{13} = i_{12} \cdot i_{2'3} = - \left(\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \right) \cdot$$

5. САТЕЛЛИТНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Зубчатые механизмы, имеющие колеса, оси которых перемещаются в пространстве, называются *сателлитными* (рис. 7, а, б). Колеса 1 и 3 (рис. 7, а), вращающиеся вокруг неподвижной центральной оси, называются *центральными*, а колесо 2, ось которого перемещается в пространстве, называется *сателлитом*.

Звено Н, в котором закреплена ось сателлита 2, называется *водитом*.

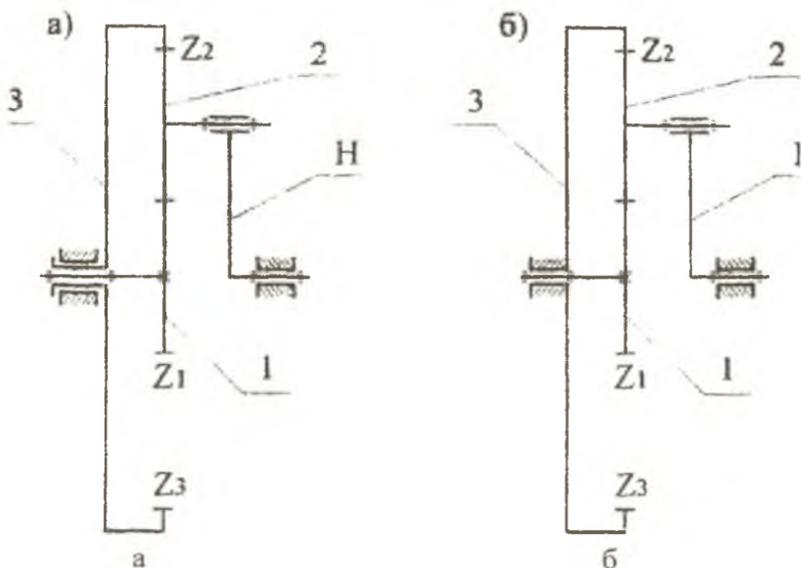


Рис. 7

Сателлитные механизмы с двумя и более степенями свободы называются *дифференциальными* (рис 7, а), а с одной степенью свободы *планетарными* (рис. 7, б).

Зависимость между угловыми скоростями звеньев может быть определена при помощи *метода обращения движения*. Суть его заключается в том, что всем звеньям механизма сообщается дополнительное вращение с угловой скоростью, равной по величине угловой скорости вращения водила, но противоположной по направлению ($-\omega_H$). При этом водило мысленно останавливается, и механизм превращается в *обращенный*, в котором оси всех колес неподвижны. Новые угловые скорости звеньев в обращенном движении равны $\omega_1 - \omega_H$, $\omega_2 - \omega_H$, $\omega_3 - \omega_H$, $\omega_H - \omega_H = 0$ (рис. 7, а).

Передаточное отношение от первого звена к третьему между центральными колесами для обращенного механизма имеет вид

$$i_{13}^{(H)} = \left(\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} \right). \quad (5)$$

Формула (5) называется формулой Виллиса, где для конкретного механизма (по рис. 7, а) $i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}$.

6. ПЛАНЕТАРНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Формулу для передаточного отношения планетарного механизма (рис. 7, б) можно получить из выражения (5), если принять в нем $\omega_3 = 0$. После преобразования получим

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H)} \quad \text{— формула Виллиса,} \quad (6)$$

$$\text{где } i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H}.$$

Передаточное отношение от водила H к колесу 1 определяется по формуле

$$i_{1H}^{(3)} = \frac{1}{i_{1H}^{(3)}} = \frac{1}{1 - i_{13}^{(H)}}. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) справедливы только для планетарной *ступени*.

В некоторых случаях целесообразно использовать *комбинированные зубчатые механизмы*, составленные из передач разных типов. Например, механизм, показанный на рис. 4, имеет две простые ступени и одну планетарную. Передаточное отношение всего механизма

$$i_{16} = i_{12} \cdot i_{2'H}^{(4)} \cdot i_{56} = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(1 - \frac{z_3 \cdot z_4}{z_2' \cdot z_3'} \right) \left(-\frac{z_6}{z_5} \right).$$

Передаточное отношение от колеса 1 к сателлиту 2 определяют также методом обращения движения

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_H}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{i_{1H}}{i_{2H}}, \quad (8)$$

$$\text{где } i_{1H} = 1 - i_{13}^{(H)}, \quad i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}, \quad i_{2H} = 1 - i_{23}^{(H)}, \quad i_{23}^{(H)} = \frac{z_3}{z_2}.$$

В общем случае формула (8) будет иметь вид

$$i_{jk} = \frac{i_{jH}}{i_{kH}}, \quad (9)$$

где j — номер колеса, k — номер сателлита,

$$\text{или } i_{kj} = \frac{i_{kH}}{i_{jH}}, \quad (10)$$

i_{kH} и i_{jH} определяют по формуле Виллиса.

7. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Для дифференциального механизма (рис. 7, а) имеют

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1} \quad (11)$$

При заданных ω_3 и ω_H можно определить ω_1 из формулы (11). После преобразований получают

$$\omega_1 = i_{13}^{(H)} \omega_3 + i_{1H}^{(3)} \omega_H, \quad (12)$$

где $i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}$, $i_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$.

Формулы (11) и (12) справедливы только для дифференциальной ступени.

8. ЗАМКНУТЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

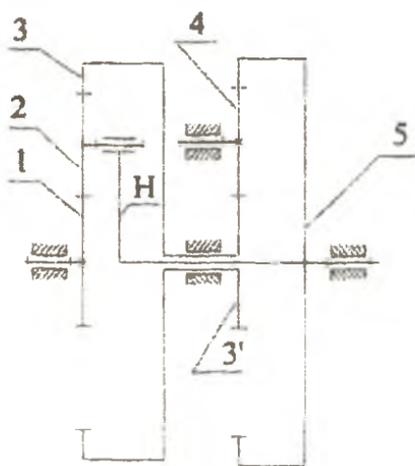


Рис. 8

В машиностроении применяется *замкнутый дифференциальный механизм*, имеющий одну степень подвижности (рис. 8). В этом механизме между звеньями дифференциала центральным колесом устанавливается промежуточная простая зубчатая передача. Водило Н жестко связано с колесом 5 ($\omega_H = \omega_5$). С ведущего колеса 1 на ведомое колесо 5 движение передается двумя путями: первым – через сателлит 2 и водило Н, вторым – через сателлит 2, колеса 3, 3', 4. Обычно в такой схеме $z_1 = z_3'$, $z_2 = z_4$, $z_3 = z_5$.

Передаточное отношение i_{15} определяется с применением формулы Виллиса и будет равно

$$i_{15} = 1 + \frac{z_3}{z_1} + \frac{z_3}{z_1} \frac{z_5}{z_3'} = 1 + \frac{z_3}{z_1} + \left(\frac{z_3}{z_1} \right)^2 \quad (13)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Составить структурную схему механизма и пронумеровать все звенья, начиная с входного.
2. Определить степень свободы механизма.
3. Разбить механизм на ступени и определить передаточное отношение каждой ступени.
4. Вычислить передаточное отношение механизма.
5. Подсчитать число оборотов ведомого вала, если частота вращения входного вала $\omega_{\text{вх}} = 100 \text{ с}^{-1}$
6. Оформить отчет.

ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

1. Наименование механизма. Кинематическая схема.
2. Определение степени свободы механизма W .
3. Подсчет чисел зубьев колес.
4. Определение передаточных отношений ступеней и всего механизма.
5. Вывод формул для определения угловых скоростей звеньев $\omega_1 = f(\omega_1)$
6. Подсчет угловых скоростей звеньев при $\omega_{\text{вх}} = 100 \text{ с}^{-1}$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить степень подвижности зубчатого механизма?
2. Что такое ступень? Как определить передаточное отношение многоступенчатого редуктора?
3. Какие основные формулы применяют при решении планетарных и дифференциальных ступеней?

Рекомендуемый библиографический список

1. Артоболевский, И.И. Сборник задач по теории механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1975. - С. 65-77.
2. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. - М.: Наука, 1975. - С. 151-160.
3. Фролов, К. В. Теория механизмов и машин / К.В. Фролов. - М: Изд-во МГТУ, 2002. - Гл. 10. - С. 402-426.

Учебное издание

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

Методические указания к лабораторной работе

Составители: Коробова Нинель Петровна
Куликов Борис Александрович
Журавлев Валентин Иванович

Редактор Т.И. Кузнецова
Компьютерная верстка О.А. Ананьев

Подписано в печать 07.11.2007 г. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,75.
Тираж 150 экз. Заказ 214. Арт. С -35/2007

Самарский государственный аэрокосмический
университет. 443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического
университета. 443086. Самара, Московское шоссе, 34.