

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени акад. С. П. Королева

Лабораторная работа № 8-М

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО УДАРА ШАРОВ

Утверждено редакционным
советом института в ка-
честве методических ука-
заний к лабораторной ра-
боте № 8-М для студентов

Куйбышев 1988

Лабораторная работа № 8 - М
"Изучение упругого удара шаров"

А Н Н О Т А Ц И Я

Методические указания содержат: краткие сведения о законах упругого удара тел и их использование для проверки законов сохранения импульса и энергии, определение коэффициента восстановления энергии, времени и средней силы удара.

Приводятся схема экспериментальной установки, порядок выполнения лабораторной работы и обработки полученных результатов; перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов и перечень рекомендуемой литературы.

Лабораторная работа предназначена для студентов дневных и вечерних отделений всех факультетов.

Составители: П.М.Дубинкин, В.А.Решетов.

Рецензенты: А.Н.Бекренев, В.Г.Шахов.

Цель работы: проверка закона сохранения импульса, определение коэффициента восстановления энергии, определение времени и средней силы удара.

Приборы и принадлежности: установка ФРМ-08.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Под соударением тел в механике понимается такое их взаимодействие, которое длится очень короткое время, много меньшее времени наблюдения. Силы взаимодействия, возникающие при ударе, обычно очень велики и значительно превышают все внешние силы. Поэтому систему соударяющихся тел можно рассматривать как замкнутую. В такой системе выполняется закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 - массы тел, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 - их скорости до удара, \vec{u}_1 и \vec{u}_2 - их скорости после удара.

Мерой механического взаимодействия тел при ударе служит импульс ударной силы \vec{F} за время удара τ

$$\int_0^{\tau} \vec{F} dt = \vec{F}_{cp} \tau, \quad (2)$$

где \vec{F}_{cp} средняя сила удара. Согласно второму закону Ньютона импульс ударной силы равен изменению импульса одного из сталкивающихся тел за время удара

$$\vec{F}_{cp} \tau = m_2 (\vec{u}_2 - \vec{v}_2) = -m_1 (\vec{u}_1 - \vec{v}_1) \quad (3)$$

Измеряя время удара τ и изменение импульса одного из сталкивающихся тел, можно определить среднюю силу удара по формуле

$$\vec{F}_{cp} = m_2 (\vec{u}_2 - \vec{v}_2) / \tau = m_1 (\vec{v}_1 - \vec{u}_1) / \tau. \quad (4)$$

В зависимости от упругих свойств тел соударения могут протекать различными образом. Принято выделять два предельных случая: абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Абсолютно упругим называется такой удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические виды энергии. Кинетическая энергия сталкивающихся тел полностью или частично переходит в потенциальную энергию упругой деформации, которая затем опять переходит в кинетическую энергию тел после удара.

Таким образом, в случае абсолютно упругого удара, помимо закона сохранения импульса (I), выполняется также закон сохранения механической энергии

$$\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1 \vec{u}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{u}_2^2}{2} \quad (5)$$

Ограничимся в дальнейшем рассмотрении центрального удара.

Удар называется центральным, если тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центры инерции. Решая уравнения (I) и (5) для абсолютно упругого центрального удара, получим для скоростей \vec{u}_1 и \vec{u}_2 тел после удара следующие выражения

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2 \vec{v}_2 + (m_1 - m_2) \vec{v}_1}{m_1 + m_2}, \quad (6)$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1 \vec{v}_1 + (m_2 - m_1) \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

Абсолютно неупругим называется такой удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает. После абсолютно неупругого удара столкнувшиеся тела покоятся в системе их центра инерции, а их кинетическая энергия полностью переходит в их внутреннюю энергию.

Центром инерции системы N материальных точек называется точка, положение которой в пространстве задается радиус - вектором

$$\vec{r}_c = \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i / \sum_{i=1}^N m_i,$$

где m_i и \vec{r}_i - масса и радиус - вектор i -ой материальной точки. Системой центра инерции называется такая система отсчета, в которой скорость центра инерции равна нулю.

В произвольной лабораторной системе отсчета тела после абсолютно неупругого удара объединяются и движутся с одинаковой скоростью, как единое твердое тело. При этом во внутреннюю энергию переходит лишь часть их кинетической энергии. При абсолютно неупругом ударе выполняется закон сохранения импульса и закон сохранения полной энергии системы - механической и внутренней. Закон сохранения механической энергии не выполняется. Скорости тел после абсолютно неупругого удара могут быть найдены из закона сохранения импульса

$$\vec{U}_1 + \vec{U}_2 = \frac{m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

Столкновения реальных твердых тел не являются, как правило, ни абсолютно упругими, ни абсолютно неупругими. При таких столкновениях часть кинетической энергии тел переходит в потенциальную энергию упругой деформации, а часть - во внутреннюю энергию тел.

Рассеяние механической энергии тел при ударе характеризуется коэффициентом восстановления энергии k_3 . Он определяется как отношение суммарной кинетической энергии тел после удара E' к суммарной кинетической энергии тел до удара E

$$k_3 = \frac{E'}{E} = \frac{m_1 \vec{U}_1'^2 + m_2 \vec{U}_2'^2}{m_1 \vec{U}_1^2 + m_2 \vec{U}_2^2} \quad (9)$$

Как следует из формулы (9), коэффициент восстановления энергии k_3 зависит от выбора системы отсчета. Наиболее наглядный смысл имеет коэффициент восстановления энергии k_3^c , вычисленный в системе центра инерции сталкивающихся тел. При абсолютно упругом ударе $k_3^c = 1$, при абсолютно неупругом ударе $k_3^c = 0$, в реальных случаях $0 < k_3^c < 1$. Для того, чтобы выразить коэффициент восстановления энергии k_3^c в системе центра инерции через скорости тел в лабораторной системе отсчета, нужно воспользоваться формулой преобразования кинетической энергии при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую

$$E_c = E - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{V}_c^2, \quad (10)$$

где E_c - суммарная кинетическая энергия сталкивающихся тел в системе их центра инерции, E - их кинетическая энергия в лабораторной системе отсчета, \vec{V}_c - скорость системы центра инерции относительно лабораторной системы отсчета

$$\vec{V}_c = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2}{m_1 + m_2} \quad (11)$$

Подставляя выражения (10) и (11) в формулу (9) для k_3^c получим после преобразования

$$k_3^c = \frac{E_c'}{E_c} = \frac{(\vec{u}_2 - \vec{u}_1')^2}{(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)^2} \quad (12)$$

В настоящей работе рассматривается удар стальных шаров, подвешенных на нитях (рис.1).

Для осуществления удара один шар отводится из положения равновесия на угол α_1 и отпускается. Второй шар до удара покоится: $\vec{v}_2 = 0$. Скорость \vec{v}_1 первого шара к моменту удара можно найти из закона сохранения энергии для первого шара

$$m_1 g h_1 = m_1 v_1^2 / 2, \quad (13)$$

где h_1 - высота подъема центра инерции шара при его отклонении из положения равновесия на угол α_1 . Высота h_1 выражается через угол α_1 и через расстояние l от точки подвеса шара до его центра инерции

$$h_1 = l - l \cos \alpha_1 = 2l \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} \quad (14)$$

Из (13) и (14) имеем

$$v_1 = 2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \sqrt{g l}. \quad (15)$$

Аналогично, величины скоростей u_1 и u_2 шаров после удара выразятся через углы α_1' и α_2' их отклонения из положения равновесия по формулам

$$u_1 = 2 \sin \frac{\alpha_1'}{2} \sqrt{g l} \quad (16)$$

$$u_2 = 2 \sin \frac{\alpha_2'}{2} \sqrt{g l}. \quad (17)$$

Учитывая, что скорости шаров \vec{u}_1 и \vec{u}_2 после удара направлены в одну сторону, а скорость второго шара до удара $\vec{v}_2 = 0$, из формул (4) и (12) получим

$$F_{\text{сп}} = \frac{m_2 U_2}{\tau} = \frac{2m_2 \sqrt{gl}}{\tau} \sin \frac{\alpha_2'}{2}, \quad (18)$$

$$k_3^c = \left(\frac{U_2 - U_1}{v_1} \right)^2 = \left(\frac{\sin \frac{\alpha_2'}{2} - \sin \frac{\alpha_1'}{2}}{\sin \frac{\alpha_1'}{2}} \right)^2. \quad (19)$$

в суммарные импульсы шаров p и p' до и после удара запишутся в виде

$$p = m_1 v_1', \quad (20)$$

$$p' = m_1 U_1 + m_2 U_2. \quad (21)$$

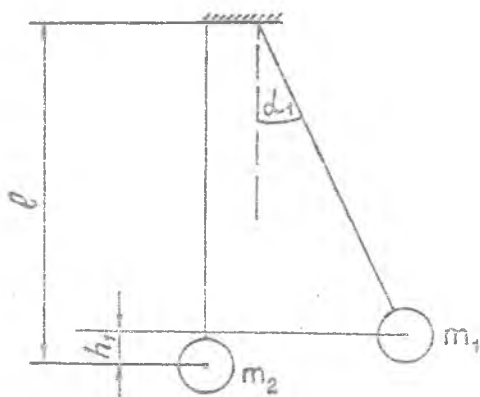


Рис. I

На установке имеется механизм изменения межцентрового расстояния шаров, который приводится в действие с помощью винта 5.

Правый шар может удерживаться в отклоненном положении с помощью электромагнита 6. Регулировка силы притяжения шара осуществляется с помощью винта 7. Электромагнит можно перемещать по вертикали и вдоль шкалы и фиксировать в выбранном положении с помощью винтов. Основание установки оснащено регулируемыми ножками 8, которые служат для выравнивания прибора.

Микросекундомер, закрепленный на установке, предназначен для измерения времени удара шаров. На его передней панели размещены три клавиши: 9 - "сеть", 10 - "пуск", 11 - "сброс".

Нажатие клавиши "сеть" включает питающее напряжение микросекундомера и электромагнита.

Нажатие клавиши "сброс" вызывает обнуление счетчика времени.

Нажатие клавиши "пуск" отключает питание электромагнита и включает микросекундомер. После нажатия этой клавиши отклоненный шар приходит в движение. При соприкосновении шаров происходит замыкание цепи микросекундомера и производится отсчет времени удара. Время удара высвечивается на индикаторной панели 12.

Сигнальная лампочка 13 - "переключение" не должна светиться при проведении измерений.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Навинтить шары на стержне 3 (рис.2) и зафиксировать их так, чтобы риски на шарах находились на одном уровне.
2. С помощью винта 5 установить шары так, чтобы они соприкасались друг с другом.
3. Измерить с помощью линейки расстояние l от центра шара до точки подвеса.
4. Установить правую шкалу так, чтобы положение правого шара, находящегося в покое, соответствовало нулевому отсчету.
5. Придвинуть левую шкалу до соприкосновения с правой. Определить начальное положение левого шара O_2 по левой шкале.
6. Включить шнур питания установки в сеть и нажать клавишу "сеть". При этом должна засветиться индикаторная панель.

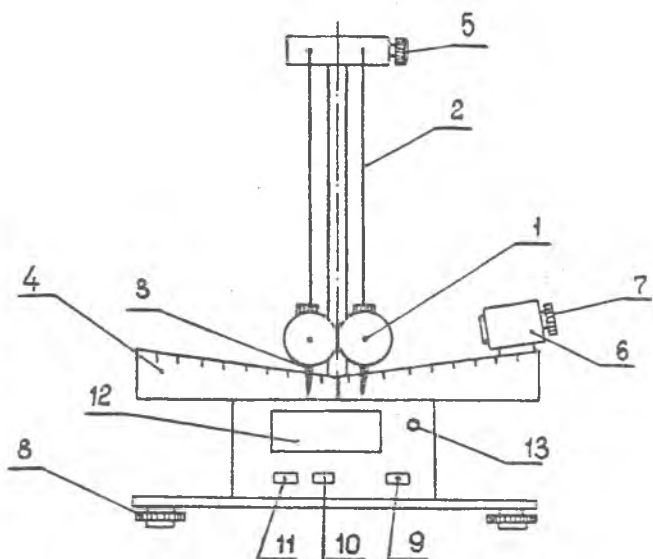


Рис.2

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Основную часть установки (рис.2) представляют два металлических шара 1, подвешенных с помощью двойных токопроводящих нитей 2 к вертикальной стойке. Шары навинчиваются на стержни 3, которые служат для отсчета углов отклонения по левой и правой шкалам 4. Шкалы можно перемещать и фиксировать в выбранном положении с помощью винтов. Максимальный отсчет по каждой шкале составляет 15° , цена деления шкалы - 30 минут.

7. Отрегулировать положение электромагнита таким образом, чтобы его ось совпадала с риской подведенного к нему шара и чтобы он правильно ориентировал качение шара в плоскости шкалы.
8. Отрегулировать с помощью винта 7 силу притяжения так, чтобы шар удерживался в отклоненном положении.
9. Отвести правый шар до его соприкосновения с электромагнитом, оставляя левый шар неподвижным в положении равновесия.
10. Определить по правой шкале значение угла α_1 начального отклонения правого шара.
11. Нажать клавишу "сброс". При этом на индикаторной панели должны высветиться нули.
12. Нажать клавишу "пуск". При этом произойдет соударение шаров.
13. Прочитать время соударения шаров τ на индикаторной панели.
14. Отжать клавишу "пуск".
15. Повторить соударение шаров в соответствии с пунктами 9-12. При повторном соударении определить по левой шкале положение N_2 максимального отклонения левого шара после удара. Определять угол отклонения α_2' левого шара после удара по формуле

$$\alpha_2' = N_2 - D_2.$$

16. Повторить соударение шаров еще раз. При третьем соударении определить по левой шкале положение N_1 максимального отклонения правого шара после удара. Учитывая, что расстояние между нулевыми отсчетами правой и левой шкалы составляет 3^0 , определить угол отклонения α_1' правого шара после удара по формуле

$$\alpha_1' = N_1 + 3^0$$

Если правый шар после удара отклонится на угол менее 3^0 , то значение угла α_1' определить непосредственно по делениям, заключенным между нулевыми отметками двух шкал.

17. Повторить пять раз все измерения по пунктам 9-16 при неизменном положении электромагнита.

18. Повторить серии измерений по пунктам 9-17 для двух других положений электромагнита, меняя значение угла α_1 в пределах от 10° до 15° . Все результаты записать в таблицу I.
19. Отключить питание установки, отжав клавишу "сеть".
20. Определить массы шаров m_1 и m_2 , взвесив их на технических весах.
21. Определить для каждой серии измерений средние значения величин α_1 , α_1' , α_2' , τ .
22. Для каждой серии измерений определить по формуле (18) среднюю силу удара F_{cp} .
23. Построить графики зависимостей времени удара $\tau = f(\alpha_1)$ и средней силы удара $F_{cp} = \varphi(\alpha_1)$ от значения угла начального отклонения правого шара. Сделать выводы по полученной зависимости.
24. Для каждой серии измерений определить по формуле (19) коэффициент восстановления энергии k_c в системе центра инерции. Сделать вывод о характере удара.
25. Для серии измерений при наибольшем значении угла α_1 определить в каждом опыте скорости шаров по формулам (15) - (17).
26. По формулам (20 и (21) определить суммарные импульсы шаров p и p' до и после удара.
27. Определить средние значения импульсов p_{cp} и p'_{cp} в полуширины Δp и $\Delta p'$ доверительных интервалов при значении доверительной вероятности 0.95. Все результаты записать в таблицу 2. Сделать вывод о законе сохранения импульса.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему в системе соударяющихся тел выполняется закон сохранения импульса?
2. Опишите превращения энергии при упругом ударе.
3. Какие законы сохранения справедливы при абсолютно упругом и абсолютно неупругом ударах?

Таблица 1

Номер серии	Номер опыта	α_1	α_1'	α_2'	α	α_{1cp}	α_{1cp}'	α_{2cp}'	α_{cp}	F_{cp}	k_3^e
1	1										
	2										
	3										
	4										
	5										
2	·										
	·										
3											

Таблица 2

Номер опыта	v_1	u_1	u_2	ρ	ρ'	ρ_{cp}	ρ_{cp}'	$\Delta\rho$	$\Delta\rho'$
1									
2									
3									
4									
5									

4. В каких направлениях будут двигаться шары (рис.1) после абсолютно упругого удара, если: а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 > m_2$; в) $m_1 < m_2$.
5. Как движутся тела после абсолютно неупругого удара в системе их центра инерции и в лабораторной системе отсчета?
6. Какой смысл имеет коэффициент восстановления энергии?
7. Выведите формулу для определения средней силы удара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики.-М.: Наука, т.1, § 28, 1970.
2. Лабораторный практикум по физике /под ред. А.С.Ахматова/.-М.: Высшая школа, 1980.

Подписано в печать 16.01.89г. . Формат 60x84 I/16.
Бумага белая офсетная. Печать офсетная. Усл.печ.л. 1.0 .
Уч-изд.л. 1.0 . Тираж 100 экз. Заказ № 55 .
Бесплатно. Участок оперативной полиграфии КуАИ, Куйбышев,
ул.Ульяновская, 18.