

Министерство высшего и среднего специального
образования РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
Технический институт им. С.П. Королева

И С С Л Е Д О В А Н И Е У С Т О Й Ч И В О С Т И
А В Т О М А Т И Ч Е С К И Х С И С Т Е М

Лабораторная работа № 4

Куйбышев 1979

УДК 62-5/075/

С о с т а в и т е л и :

В.А. Вьшанин, Е.М. Давыдов,
В.Д. Закаблукровский, В.П. Синицын

Утверждена редакционно-издательским
советом института 30.12.76 г

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Содержание работ

Основным требованием, предъявляемым к автоматическим системам, является требование устойчивости. Всякая автоматическая система должна нормально функционировать, т.е. работать устойчиво при действии на нее различного рода возмущений.

Целью данной работы является исследование устойчивости системы и зависимости устойчивости от коэффициента передачи /уменьшения/. Исследование проводится с использованием аналоговой вычислительной машины МН-7.

Линейная система называется устойчивой, если ее выходная переменная остается ограниченной при любых ограниченных по абсолютной величине входных возмущениях и начальных условиях.

Пусть автоматическая система описывается дифференциальным

уравнением

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) =$$

$$= b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \quad (1)$$

Решение уравнения может быть представлено в виде суммы вынужденной составляющей $y_s(t)$ [частотного решения неоднородного уравнения / I /], зависящей от вида управляющего $x(t)$ и возмущающего $f(t)$ воздействий и свободной составляющей $y_{св}(t)$ [общего решения однородного уравнения / I /]:

$$y(t) = y_s(t) + y_{св}(t),$$

Частное решение удовлетворяет уравнению /1/ при нулевых начальных условиях, а свободная составляющая удовлетворяет однородному уравнению

$$a_n \frac{d^{n+1} y(t)}{dt^{n+1}} + a_{n-1} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = 0; \quad /3/$$

при заданных начальных условиях

$$y(t_0) = y_0, \quad \frac{dy(t_0)}{dt} = y_1, \dots, \quad \frac{d^{n-1} y(t_0)}{dt^{n-1}} = y_{n-1}$$

Автоматическая система будет устойчивой, если свободная составляющая с течением времени стремится к нулю, т.е., если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{об}(t) = 0. \quad /4/$$

Свободная составляющая при простых корнях λ , характеристического уравнения

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad /5/$$

имеет вид

$$y_{об}(t) = \sum_{j=1}^n C_j e^{\lambda_j t}, \quad /6/$$

где C_j - постоянные коэффициенты, вычисляемые по заданным начальным условиям.

Условие /4/ будет выполняться, если корни λ_j имеют отрицательные вещественные части. В случае наличия кратных корней у характеристического уравнения можно показать [1], что условие /4/ будет так же выполняться, если корни характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные части.

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы корни характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части.

Для определения знака $Re \lambda_j$ были разработаны специальные алгоритмы, называемые критериями устойчивости. Они позволяют определять устойчивость систем без вычисления корней характеристического уравнения.

Устойчивость не очень сложных систем удобно исследовать по логарифмическим частотным характеристикам /ЛЧХ/ разомкнутых систем на основании критерия Найквиста. Кроме определения факта устойчивости логарифмические характеристики позволяют судить о зависимости устойчивости от параметров системы /коэффициента усиления разомкнутой системы, постоянных времени звеньев и т.д./

Логарифмические частотные характеристики /амплитудная и фазовая/ разомкнутой системы могут быть построены достаточно просто

по характеристикам типовых звеньев. В случае, когда система является одноконтурной /все звенья соединены последовательно/, логарифмическая амплитудная частотная характеристика /ЛАЧХ/ разомкнутой системы получается путем графического сложения ЛАЧХ входящих в нее звеньев. Логарифмическая фазовая частотная характеристика /ЛФЧХ/ строится аналогично суммированием графиков ЛФЧХ звеньев. Если система содержит несколько контуров, то построение логарифмических характеристик выполняется с использованием номограмм или таблиц [2].

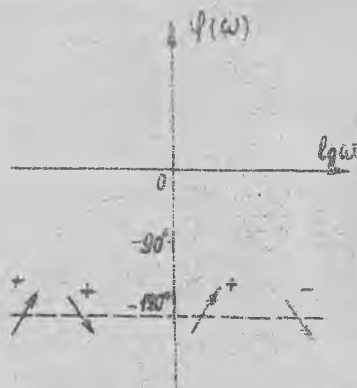
Формулировка критерия. Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы в диапазоне частот $-\infty < \lg \omega < \lg \omega_{cp}$ /диапазон положительных значений $20 \lg A(\omega)$ /, разность между числом положительных и отрицательных переходов фазовой характеристики через значение -180° была равна $\frac{K}{2}$, где K - число правых полюсов передаточной функции разомкнутой системы, т.е. корней знаменателя $\omega_{раз}(p)$, лежащих в правой полуплоскости.

Положительным переходом линии -180° называют переход снизу вверх /рис. 1/, отрицательным - сверху вниз. На рис. 2 приведены примеры логарифмических характеристик устойчивой /а/ и неустойчивой /б/ замкнутой системы при $K=0$ /разомкнутая система устойчива/. Для систем, фазовые характеристики которых пересекают линию -180° только один раз, критерием устойчивости является неравенство

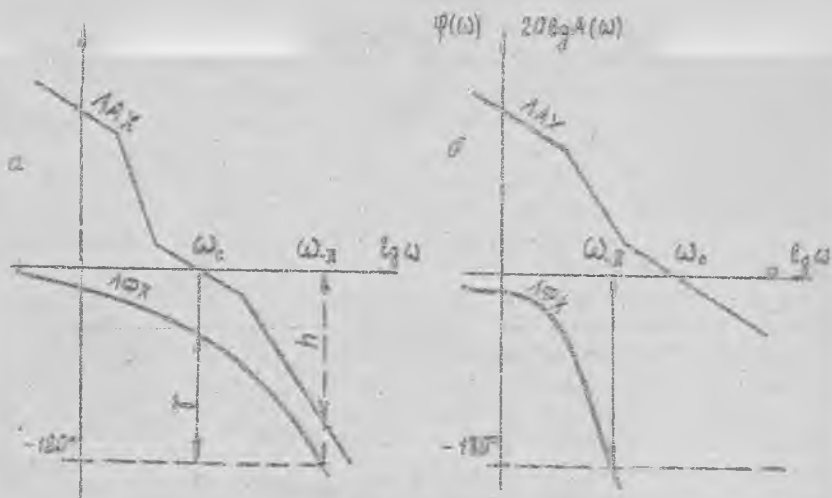
$$\omega_{cp} < \omega_{\pi}$$

где ω_{π} - частота пересечения фазовой характеристикой линии -180° . Удаленность системы от границы устойчивости ($\omega_{cp} = \omega_{\pi}$) характеризуется запасами устойчивости по фазе /угол γ / и по амплитуде / k / см. рис. 2а.

Влияния коэффициента усиления разомкнутой системы $K_{раз}$ на устойчивость можно легко проследить на рис. 2а. При увеличении $K_{раз}$ ЛАЧХ эквидистантно поднимается вверх. При этом частота среза ω_{cp} смещается вправо в область высоких частот. При некотором значении коэффициента передачи разомкнутой системы, называемом граничным ($K_{раз-гр}$), будет выполняться равенство $\omega_{cp} = \omega_{\pi}$, т.е. система будет находиться на границе устойчивости /заметим, что при



Р и с. 1



Р и с. 2

изменении $K_{раз}$ фазовая характеристика не изменяется/. При дальнейшем увеличении $K_{раз}$ система становится неустойчивой, так как $\omega_{ср} \times \omega - \pi$. И наоборот, при уменьшении $K_{раз}$ ЛАХ опускается вниз, частота среза $\omega_{ср}$ смещается влево и запас устойчивости увеличивается /по крайней мере запас по амплитуде H /. По логарифмическим характеристикам можно исследовать также влияние постоянных времени звеньев и других параметров на устойчивость.

Устойчивость системы может быть определена с помощью аналоговых или цифровых вычислительных машин по виду переходного процесса. Переходный процесс устойчивости системы, полученный на машинах, будет иметь затухающий характер. Процесс в неустойчивой системе будет идти с неограниченным нарастанием выходной переменной.

Порядок выполнения работы

1. Построить логарифмические частотные характеристики и составить схему набора заданной для исследования системы.

2. Набрать на МН-7 схему системы и проверить устойчивость системы. Снять переходный процесс. Составление схемы набора и работа на машине должны выполняться в соответствии с [3].

Проверять устойчивость по частотным характеристикам.

Если результаты не совпадают, то найти и исправить ошибку.

3. Исследовать влияние коэффициента усиления разомкнутой системы *K_{раз}* на устойчивость.

4. Составить отчет о проделанной работе.

Содержание отчета

1. Исследование устойчивости методом ЛЧХ.
2. Определение запасов устойчивости.
3. Схема набора задачи на ИИ-7.
4. Результаты исследования.

Л и т е р а т у р а

1. В о р о н о в А.А. Основы теории автоматического управления. Часть I. М., "Энергия", 1965.

2. В а с и л ь е в Д.В., Ф и л и п п о в Г.С. Основы теории и расчета следящих систем. М., Госэнергоиздат. 1959.

3. Б о й к о в А.Д., З а к а б л у к о в с к и й В.Д. Исследование линейных систем автоматического управления с использованием моделирующих машин. КуАИ. 1971.

С о с т а в и т е л и :

Вячеслав Аркадьевич Выхожанин
Евгений Иванович Давыдов
Виктор Дмитриевич Закаблуховский
Виктор Павлович Сеницын

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ
АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа № 4

Редактор И.М.Ч у л к о в а
Техн. редактор И.М.К а л е н я к
Корректор С.С.Р у б а я

Подписано к печати 18.12.78. Формат 60x84 1/16.
Бумага оберточная белая. Оперативная печать.
Усл.п.л. 0,4. Уч.изд.л. 0,4. Тираж 500 экз.
Заказ № 294 . Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт им. С.П.Королева
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.
Ротапринтный участок КуАИ, г. Куйбышев,
ул. Ульяновская, 18.