

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ И ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве методических указаний*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2006

УДК 681.3  
ББК 22.34  
К26



Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области аэро-  
космических и геоинформационных технологий"

Составитель *С.В. Карпеев*

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. Н. Л. К а з а н с к и й

К26 **Исследование основных свойств световых пучков и опти-  
ческих систем: Метод. указания / Сост. С.В. Карпеев. — Самара:  
Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. — 48 с.: ил.**

Описаны основные оптико-механические узлы лабораторных устано-  
вок, а также кратко изложены математические модели и принципы дейст-  
вия основных типов видеодатчиков.

Рассмотрен цикл из четырех лабораторных работ. Даны краткие сведения  
из теории, описаны лабораторные установки и методика их юстировки.

Перечислены основные этапы работ и необходимые измерения, а так-  
же описаны методика обработки результатов и форма отчета.

Предназначены для студентов дневного обучения по специальностям  
010501 «Прикладная математика и информатика» и 010600 «Прикладные  
математика и физика».

УДК 681.3  
ББК 22.34

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2006

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	4
1. Общие сведения об элементах лабораторных установок .....	5
1.1. Оптико-механические узлы .....	5
1.1.1. Узел точечного источника .....	5
1.1.2. Универсальный держатель .....	7
1.2. Видеодатчики .....	9
1.2.1. Математические модели основных типов видеодатчиков .....	9
1.2.2. Принцип действия и эквивалентная апертура видеодатчика на ЭЛТ .....	10
1.2.3. Принцип действия и эквивалентная апертура видеодатчика на ПЗС .....	12
2. Описания лабораторных работ .....	17
2.1. Исследование свойств гауссовых пучков .....	17
2.2. Измерение сферической абберации линзы .....	24
2.3. Измерение разрешения оптической системы .....	31
2.4. Исследование дифракционных оптических элементов .....	39
Список основных терминов .....	46
Список литературы .....	47

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Переход к оптическим методам измерений - устойчивая тенденция в настоящее время. Математическое описание таких оптических систем довольно сложно и связано со многими разделами математики. При этом возникает множество задач - начиная от выработки математической модели и кончая созданием алгоритмов обработки результатов измерений.

Цель цикла лабораторных работ: ознакомить студентов с основными методами оптических измерений и с устройством и математическим описанием основных приборов для измерений тех или иных величин.

В первом разделе методических указаний приведено описание элементной базы оптических систем измерений, включающее математическое описание общей модели видеодатчиков, анализ специфических для каждого типа датчиков шумов и искажений, а также описание оптико-механических узлов оптических установок.

Во втором разделе приведены инструкции к лабораторным работам, посвященным как методам исследования характеристик световых пучков в свободном пространстве, так и методам измерения характеристик изображающих систем, таких как абберации, разрешение и частотно-контрастная характеристика. В описании каждой работы приведены необходимые теоретические сведения об измеряемых характеристиках, а также описаны лабораторные установки и методика их юстировки. Перечислены основные этапы работ и необходимые измерения, а также описаны методика обработки результатов и форма отчета.

После сдачи зачета по данному циклу лабораторных работ студенты должны знать основную терминологию описания соответствующих оптических систем, возможности и ограничения при использовании в практической работе оптических методов измерений.

# 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕМЕНТАХ ЛАБОРАТОРНЫХ УСТАНОВОК

Любая лабораторная работа включает в себя настройку оптической системы, состоящей из оптико-механических узлов, и собственно процесс измерения интенсивности света при помощи тех или иных приборов, называемых видеодатчиками. В данном разделе приводится описание этих узлов и приборов, используемых во всем цикле работ.

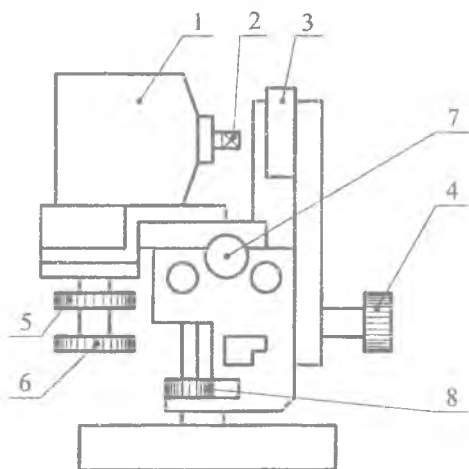
## 1.1. Оптико-механические узлы

В лабораторных установках, описанных в данных указаниях, используются три типа оптико-механических узлов - узел точечного источника, универсальный держатель и подвижное зеркало.

### 1.1.1. Узел точечного источника

Луч лазера, как правило, имеет в сечении гауссово распределение амплитуды шириной 0,1-1,5 мм. Для исследования большинства оптических элементов его необходимо расширять до 5 - 50 мм. Расширение осуществляется с помощью телескопической оптической системы. Простейший вариант такой системы - это объектив микроскопа (микрообъектив), создающий изображение точки и коллимирующий длиннофокусный объектив. Лазерный свет характеризуется не только монохроматичностью, но и высокой степенью пространственной когерентности, что приводит к сильному зашумлению пучка света, выходящего из микрообъектива. Действительно, на любой пылинке попавшей на линзы микрообъектива, а они есть всегда, будет происходить дифракция, и это даст картину в виде системы интерференционных полос с высоким контрастом, которая будет увеличиваться в расходящемся пучке после микрообъектива. Чтобы избежать этого нежелательного явления в фокальную плоскость микрообъектива устанавливается точечная диафрагма, которая служит пространственным фильтром нижних частот, благодаря чему устраняется высоко-

частотная составляющая, связанная с шумами. Поскольку фокусное расстояние микрообъектива составляет всего 5—20 мм (в зависимости от кратности), масштаб спектра, получающегося в плоскости диафрагмы, весьма мал, и для удовлетворительной фильтрации ее диаметр должен составлять 10-50 мкм. Очевидно, что это накладывает жесткие требования к установке диафрагмы. Кроме того, такого же порядка могут быть отклонения отверстия круглой формы и размеры микронеоднородностей на краях отверстия. Таким образом, требования к элементам точечного источника и к точности их взаимной установки весьма высоки. По этой причине микрообъектив и диафрагма объединяются в один блок, носящий название точечного источника и имеющего все необходимые регулировки. Одна из конструкций точечного источника, используемая в лабораторной установке, изображена на рис. 1.1.



*Рис. 1.1. Точечный источник:*

- 1 — стакан; 2 — микрообъектив; 3 — диск; 4 — винт фокусировки;  
5, 6 — дифференциальные винты; 7 — стопорный винт;  
8 — винт регулировки высоты всего узла*

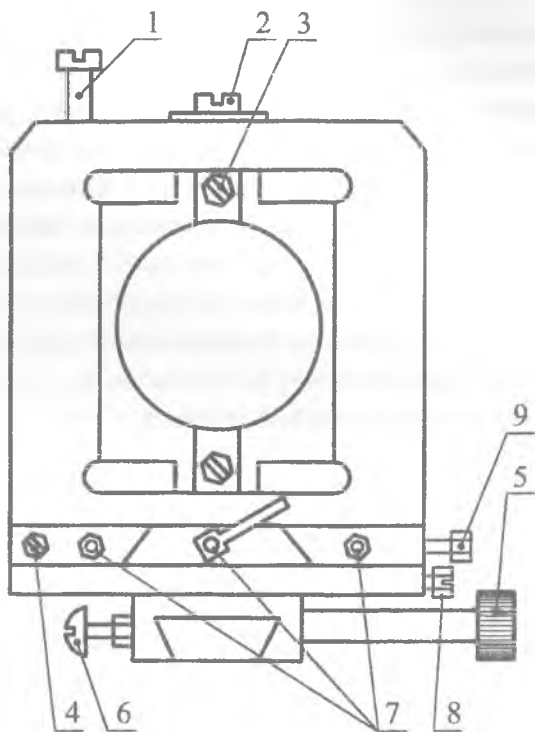
Узел точечного источника предназначен для крепления микрообъектива и точечных диафрагм и обеспечивает их взаимную юстировку,

а также юстировку всего узла относительно луча лазера. Микрообъектив 2 ввинчивается в резьбовое отверстие стакана 1, а точечные диафрагмы крепятся на специальных площадках диска 3. Диск 3 имеет 4 фиксированных положения, соответствующих четырем съемным диафрагмам. Точечная диафрагма совмещается с фокальной плоскостью микрообъектива с помощью винта фокусировки 4. Фиксация этого положения осуществляется стопорным винтом 7. С помощью дифференциальных винтов 5, 6 осуществляется точная юстировка положения оптической оси микрообъектива относительно отверстия точечной диафрагмы. Регулировка всего узла точечного источника по высоте осуществляется микрометрическим винтом 8.

Настройка узла осуществляется следующим образом. Вначале с помощью зеркал направляют луч лазера в микрообъектив 2, контролируя визуально соосность луча и оптической оси микрообъектива. Далее отпускают винт 4 против часовой стрелки и, наблюдая в плоскости за диском 3, с помощью винтов 5 и 6 добиваются появления света через точечную диафрагму. Наличие дифракционной картины в виде яркого пятна и колец вокруг него свидетельствует о дефокусировке, для устранения которой вращают винт фокусировки 4 в направлении, приводящем к увеличению центрального пятна и в конечном счете к исчезновению колец, что свидетельствует о точной настройке на фокус. При этом асимметрию дифракционной картины, возникающую при вращении винта 4, устраняют вращением винтов 5 и 6.

### 1.1.2. Универсальный держатель

Универсальный держатель предназначен для крепления оптических элементов в линейных оптических схемах. Конструкция универсального держателя показана на рис.1.2. Оптические элементы устанавливаются в держатель посредством сменных заглушек. Заглушка зажимается в круглом отверстии держателя с помощью винта 1. Конструкция держателя позволяет получить пять степеней свободы регулировки.



*Рис. 1.2. Универсальный держатель:*

- 1 - винт фиксации элемента; 2 - перемещение элемента вверх-вниз; 3 - наклон элемента относительно горизонтальной оси; 4 - наклон элемента относительно вертикальной оси; 5 - ручка перемещения элемента вдоль оптической оси; 6 - фиксация положения на оптической оси; 7 - фиксация положения поперек оптической оси; 8 - перемещение элемента поперек оптической оси; 9 - фиксация поворота относительно вертикальной оси*

Наклон оптической оси элемента осуществляется в двух взаимно перпендикулярных плоскостях с помощью винтов 3 и 4. Перемещение оптического элемента перпендикулярно оптической оси осуществляется с помощью винтов 2 и 8. Выборка люфта регулировки и фиксация найденного положения осуществляется винтами 7. Перемещение держателя вдоль оптической оси осуществляется ручкой 5 по рельсу с помощью зубчатой пары.



## 1.2. Видеодатчики

### 1.2.1. Математические модели основных типов видеодатчиков

Функция видеодатчика и модуля, связывающего его с компьютером, состоит в формировании отсчетов поля интенсивности в точках дискретизации и квантовании отсчетов по уровню. Взятие отсчета в отдельной точке физически нереализуемо, т.к. в точке энергия бесконечно мала и, следовательно, не может быть зарегистрирована никаким чувствительным элементом. Для регистрации должно быть произведено интегрирование по некоторой площадке — апертуре датчика и по некоторому интервалу времени (времени экспозиции). Кроме того, при регистрации оптического сигнала возникают некоторые дополнительные искажения. Обычно имеет место равномерная дискретизация по узлам прямоугольной решетки, когда из непрерывного поля  $x(t, \tau)$  получается (с учетом всех искажений) дискретное изображение  $y(m, n)$ , где отсчет с номерами  $(m, n)$  соответствует точке поля с координатами  $(mT_1, nT_2)$ ,  $T_1$  и  $T_2$  - постоянные шаги дискретизации. При этом процесс накопления энергии оптического сигнала по площади апертуры для отсчета  $y(m, n)$  может быть задан соотношением

$$y(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\zeta, \xi) x(mT_1 - \zeta, nT_2 - \xi) d\zeta d\xi \quad (1.1)$$

где функция  $h(\zeta, \xi)$  - задает область интегрирования (форму апертуры). Очевидно, что это преобразование может быть описано непрерывной двумерной ЛПП системой с ИХ  $h(\zeta, \xi)$  и последующей дискретизацией:

1.  $y(t_1, t_2) = h(t_1, t_2) * x(t_1, t_2)$ ,
2.  $y(m, n) = y(mT_1, nT_2)$ .

Это первые два этапа стандартной математической модели видеодатчика и АЦП. Третий этап - преобразование отсчетов  $y(m, n)$ , описывающее квантование по уровню и некоторые дополнительные искажения. Специфика видеодатчиков различных типов проявляется в первом и третьем этапах.

Кроме того, все реальные видеодатчики обычно имеют нелинейную характеристику передачи уровня яркости, т.е. в компьютере получаем значение  $y_c = U(y)$ , где  $U$  — нелинейная функция преобразования (амплитудная характеристика) видеодатчика. Для того чтобы скомпенсировать нелинейные искажения, при вводе нужно найти и использовать такую функцию поэлементного преобразования  $Y = Y(v)$ , чтобы  $Y = Y(v) = Y(U(y)) = y$ . Это достигается при  $Y(v) = U^{-1}(y)$ , т.е. функция  $Y$  является обратной по отношению к амплитудной характеристике. Такой операции предшествует процедура калибровки, т.е. экспериментального определения амплитудной характеристики при помощи детерминированных изображений известной яркости (испытательных таблиц, «оптического клина» и т.д.). По данным калибровки строится либо аналитическая зависимость  $Y$  (и даже  $Y^{-1}$ ), либо соответствующая таблица.

### 1.2.2. Принцип действия и эквивалентная апертура видеодатчика на ЭЛТ

Видеодатчик телевизионного типа построен на базе передающей электронно-лучевой трубки (ЭЛТ). Известно много типов ЭЛТ, мы рассмотрим видеодатчики видиконного типа, наиболее распространенные. Принцип действия такой ЭЛТ заключается в следующем: световой поток (изображение) проецируется на светочувствительную поверхность — «мишень». Мишень — это высокоомная (практически диэлектрическая) пластина, накапливающая под действием света электрические заряды. Распределение зарядов на поверхности повторяет распределение интенсивности падающего света. Непосредственно за мишенью расположена «сигнальная пластина» — токопроводящая сетка. На другом (узком) конце ЭЛТ размещается электронная пушка, создающая сканирующий электронный луч. Электронный луч, двигаясь по поверхности мишени и сигнальной пластины, выступает как проводник, по которому накопленный на мишени заряд в виде электрического

сигнала уходит на выход датчика. При построчной развертке луча расстояние между строк определяет шаг пространственной дискретизации, а шаг по горизонтали определяется частотой взятия отсчетов одномерного электрического сигнала. Обычно стараются обеспечить выполнение условия «квадратного раstra»  $T_1 = T_2$ . Однако на практике трудно достичь выполнения этого условия для всей полезной площади мишени и растр может быть в той или иной степени «вытянутым», т.е.  $T_1 \neq T_2$ . Кроме того, траектория движения электронного луча всегда в той или иной степени отклоняется от прямой, причем эти отклонения различны в разных участках мишени. Как правило, они больше для периферии, и к тому же нестационарны (меняются во времени). Все эти искажения раstra приводят к геометрическим искажениям в анализируемом изображении. Измерить геометрические искажения, которые, как правило, индивидуальны для каждого экземпляра ЭЛТ, можно с помощью специальных тест-таблиц, содержащих участки прямых линий в различных частях кадра.

Форма апертуры (сканирующего пятна) ЭЛТ-датчика определяется двумя факторами:

- 1) радиусом и внутренней структурой (проводимость) электронного луча,
- 2) растеканием накапливаемого заряда по мишени.

Расчеты и эксперимент показывают, что эти факторы, как правило, определяют апертуру в виде гауссоиды, т.е.

$$h(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi r^2} \exp\left(-\frac{1}{2r^2} \cdot (t_1^2 + t_2^2)\right). \quad (1.2)$$

Следовательно, пространственно-частотная характеристика апертуры

$$H(\Omega_1, \Omega_2) = \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot r^2 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)\right), \quad (1.3)$$

где  $r$  – среднеквадратичный радиус пятна.

### 1.2.3 Принцип действия и эквивалентная апертура видеодатчика на ПЗС

Недостатки ЭЛТ - геометрические искажения, нестабильность характеристик, большие габариты, недолговечность - заставили искать новые принципы построения видеодатчиков. Один из наиболее перспективных - создание полупроводниковых многоэлементных с «внутренней» коммутацией, лишенных указанных недостатков. Основное место среди таких датчиков занимают датчики на базе приборов с зарядовой связью (ПЗС). Основным элементом ПЗС является так называемая МОП - емкость для хранения электрических «зарядовых пакетов» (МОП- Металл, Окисел, Полупроводник). При подаче на металлический электрод («Затвор») положительного напряжения вокруг него образуется непроводящий слой. В полупроводнике идет постоянно процесс генерации - рекомбинации электронов и дырок как под воздействием света (фотогенерация), так и под воздействием тепла (термогенерация). Неосновные носители (электроны) под воздействием электрического поля притягиваются к границе раздела окисел-полупроводник и накапливаются в этом непроводящем слое. Количество электронов растет пропорционально времени накопления, площади электрода и (если пренебречь термогенерацией) интенсивностью падающего света, но, разумеется, до тех пор, пока суммарный накопленный заряд не нейтрализует внешнее электрическое поле. Таким образом, амплитудная характеристика ПЗС имеет явно выраженный участок насыщения и постоянную добавку, связанную с термогенерацией («темновая накачка»).

Часто для наглядности используют так называемую гидравлическую модель МОП-емкости – она представляется в виде сосуда глубиной  $U$ , в который натекает зарядовый пакет (см. рис. 1.3).

Рассмотрим теперь две МОП-емкости, близкорасположенные друг от друга. При переключении высокого потенциала с левого электрода на правый зарядовый пакет перетечет в правую потенциальную яму

(рис. 1.3 – фазы переноса 1-2-3). Таким образом, имеется возможность передачи зарядового пакета от одного электрода к другому и далее к выходным цепям датчика.

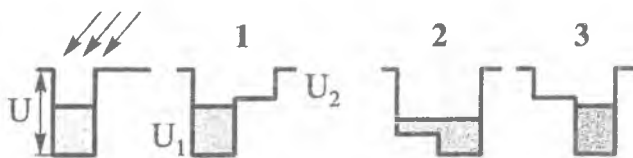


Рис. 1.3. Гидравлическая модель ПЗС

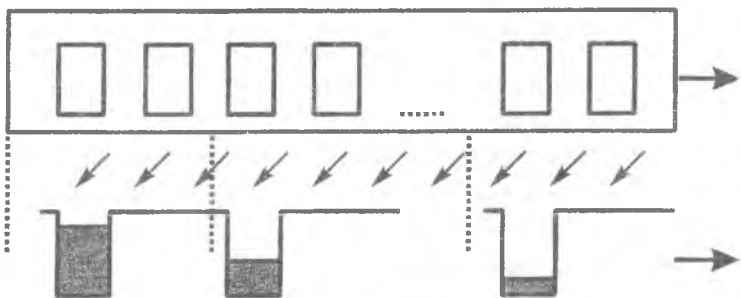


Рис. 1.4. ПЗС-линейка

Однокоординатный ПЗС (ПЗС–линейка) представляет собой цепочку элементов (электродов), расположенных вдоль прямой. Каждый электрод имеет прямоугольную форму, их число может достигать тысяч (см. рис. 1.4). С некоторым шагом (по линейке) на электроды подано напряжение смещения. В соответствующих потенциальных ямах под действием падающего света накапливаются зарядовые пакеты. С требуемой периодичностью эти пакеты быстро (будем считать мгновенно) сдвигаются на выход датчика, т.е. формируется очередная строка изображения. Очевидно, что для направленного переноса зарядов в картине потенциальных ям должна быть определенная асимметрия. Она достигается использованием многотактных схем переноса. Так, в трехтактной схеме цепочка потенциальных ям выглядит следующим образом (рис. 1.5).

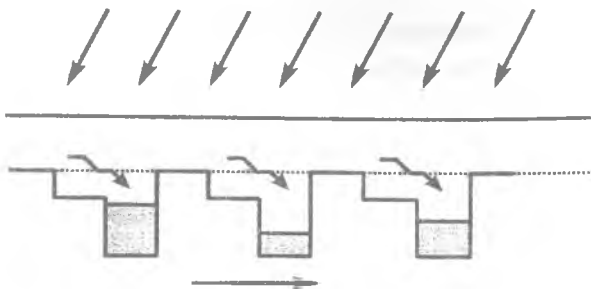


Рис. 1.5. Трехтактная схема переноса зарядов

Напряжение меняется во времени так, что «волна» вытесняет заряды слева направо. При накоплении заряда в  $k$ -тактном режиме заряды с  $k$ -смежных электродов будут суммироваться, скатываясь в наиболее глубокую «потенциальную яму».

Пусть ПЗС-линейка состоит из прямоугольных электродов размерами  $L_1 \times L_2$ , расположенными с шагом  $S$  по строке. Шаг дискретизации по горизонтали определяется как  $T = kS$ . Интегрирование сигнала по площади электрода можно описать ИХ:

$$h_0(t_1, t_2) = \begin{cases} \frac{1}{L_1 L_2}, & |t_1| < \frac{L_1}{2}, |t_2| < \frac{L_2}{2}. \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (1.4)$$

Суммирование по  $k$ - электродной ячейке дает ИХ:

$$h(t_1, t_2) = \frac{1}{k} \sum_{n=0}^{k-1} h_0(t_1, t_2 + nS). \quad (1.5)$$

Частотная характеристика апертуры:

$$H(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1, t_2) \exp(-i(\Omega_1 \cdot t_1 + \Omega_2 \cdot t_2)) dt_1 dt_2 = \\ = \frac{4 \sin \frac{\Omega_1 L_1}{2} \sin \frac{\Omega_2 L_2}{2}}{\Omega_1 L_1 \Omega_2 L_2} \cdot \frac{\sin \frac{\Omega_2 S k}{2}}{k \sin \frac{\Omega_2 S}{2}} \cdot \exp\left(i \frac{\Omega_2 S (k-1)}{2}\right). \quad (1.6)$$

Кроме того, ПЗС-видеоласточкам свойственно еще несколько видов специфических искажений.

## А. Разброс параметров

По технологическим причинам МОП-емкости имеют случайный (но фиксированный для каждого экземпляра датчика) разброс электрофизических параметров. Скорость паразитной термогенерации («темновые токи») меняется от ячейки к ячейке, т.е. каждый отсчет полезного сигнала имеет свою аддитивную компоненту. И, кроме того, имеется разброс фоточувствительности ячеек, т.е. коэффициента передачи накапливаемого сигнала. Разброс параметров может быть описан следующей моделью:

$$y(n_1, n_2) = [1 + \bar{v}(n_1, n_2)]x(n_1, n_2) + \bar{\mathfrak{G}}(n_1, n_2), \quad (1.7)$$

где  $\bar{v}(n_1, n_2)$ ,  $\bar{\mathfrak{G}}(n_1, n_2)$  – реализации стационарных случайных полей (фиксированные для каждого экземпляра датчика). Поле  $\bar{v}(n_1, n_2)$ , имеющее нулевое среднее, описывает колебания фоточувствительности накапливающих ячеек относительно номинала. Поле  $\bar{\mathfrak{G}}(n_1, n_2)$ , состоящее из неотрицательных отсчетов, описывает темновые токи. Его называют еще «геометрическим шумом» ПЗС-датчика. Он вносит наибольший вклад в искажения.

Рассчитать статистические параметры этих искажений практически невозможно, их определяют экспериментально. Так, закрыв датчик ( $x(n_1, n_2) = 0$ ), сразу получаем  $\bar{\mathfrak{G}}(n_1, n_2) = y_0(n_1, n_2)$ . Подавая постоянную засветку ( $x(n_1, n_2) = C$ ), получим

$$y_C(n_1, n_2) = [1 + \bar{v}(n_1, n_2)]C + \bar{\mathfrak{G}}(n_1, n_2), \quad (1.8)$$

$$y_C(n_1, n_2) - y_0(n_1, n_2) = [1 + \bar{v}(n_1, n_2)]C. \quad (1.9)$$

Константу  $C$  определяют усреднением:

$$E\{y_C(n_1, n_2) - y_0(n_1, n_2)\} = E\{[1 + \bar{v}(n_1, n_2)]C\} = C \quad (1.10)$$

$$\bar{v}(n_1, n_2) = \frac{y_C(n_1, n_2) - y_0(n_1, n_2)}{C} - 1. \quad (1.11)$$

## Б. Неидеальность переноса зарядов

В реальных ПЗС не обеспечивается полный перенос накопленных зарядов от электрода к электроду. На каждом такте переноса он слегка уменьшается – умножается на  $(1 - \epsilon)$ , а его часть с коэффициентом  $\epsilon$  отстает и присоединяется к следующему заряду.  $\epsilon$  называют коэффициентом неэффективности переноса. Значения  $y(n)$  для ПЗС-линейки, таким образом, формируются из всех  $x(k)$ . Рассматривая всю цепочку, можно получить:

$$y(n) = \sum_{k=0}^n C_n^k (1 - \epsilon)^{k+1} \epsilon^{n-k} x(k), \quad (1.12)$$

где  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  - биномиальный коэффициент.

Поскольку  $\epsilon$  мало, можно принимать во внимание лишь несколько самых больших слагаемых:

$$y(n) = (1 - \epsilon)^{n+1} x(n) + n(1 - \epsilon)^n \epsilon x(n-1) + \dots$$

т.е. с ростом  $n$  сигнал, во-первых, экспоненциально ослабляется и, во-вторых, начинает отставать и смазываться. Для ПЗС-датчиков  $\epsilon$  равно  $10^{-4}$ - $10^{-5}$  и второе слагаемое сравняется с первым при  $n\epsilon = 1$ , т.е. при  $n=10^4$ - $10^5$  — такая значительная длина на практике не встречается. А при меньших длинах можно ограничиться учетом экспоненциального ослабления:  $y(n) = (1 - \epsilon)^{n+1} x(n)$ .

### Вопросы для контроля к 1 разделу

1. Каков основной принцип функционирования видикона?
2. В чем состоят преимущества ПЗС перед видиконом?
3. Как осуществляется перенос зарядов вдоль линейки ПЗС?
4. Какие виды дополнительных искажений присущи ПЗС?
5. Могут ли быть скомпенсированы темновые токи ПЗС и каким образом?



## 2. ОПИСАНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

### 2.1. Исследование свойств гауссовых пучков

**Цель работы:** практическое знакомство с фундаментальными свойствами гауссовых пучков и техникой фотометрических измерений распределения интенсивности на плоскости.

#### КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Гауссовы пучки - очень важный для практики случай, встречающийся во многих естественных процессах. Фундаментальный характер гауссовых пучков объясняется двумя основными свойствами - наименьшей расходимостью гауссова пучка и свойством сохранения гауссова распределения амплитуды при распространении в свободном пространстве. Благодаря этим свойствам поперечное распределение амплитуды света в луче лазера имеет гауссов вид. Резонатор лазера, как правило, образован двумя зеркалами, расположенными друг против друга. В процессе последовательных отражений происходит многократная дифракция на апертурах зеркал и большая часть дифрагировавшего света не проходит следующую апертуру. Таким образом, в результате многократной дифракции формируется пучок, наилучший с точки зрения расходимости. Кроме того, функция Гаусса - единственная, инвариантная к преобразованию Фурье, поэтому распределение амплитуды в дальней зоне дифракции также будет иметь гауссов вид.

Рассмотрим распространение в свободном пространстве пучка с распределением амплитуды:

$$a(\rho) = a_0 e^{-\rho^2/\sigma_0^2}, \quad (2.1)$$

где  $a_0$  - амплитуда в начале координат;  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ,  $(x, y)$  - система координат;  $\sigma_0$  - ширина распределения по уровню  $a_0/e$  (рис.2.1).

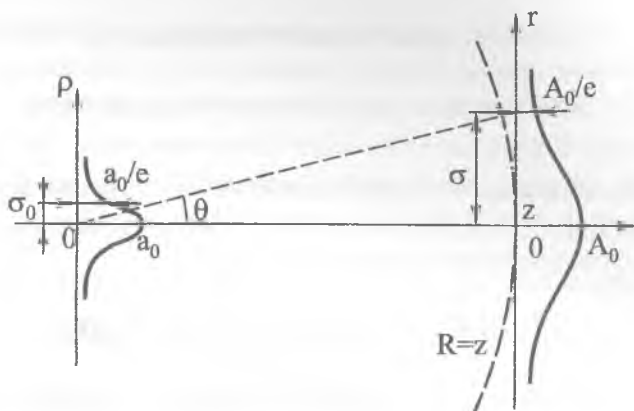


Рис.2.1. Распространение гауссова пучка в свободном пространстве

Волновой фронт пучка в плоскости  $x, y$  - плоский. Следует отметить, что при распространении гауссова пучка в свободном пространстве такая плоскость - единственная. Ее положение определяет место так называемой перетяжки гауссова пучка. Ширина пучка  $\sigma_0$  в месте перетяжки минимальна и называется радиусом перетяжки. При распространении пучка в дальней зоне будем наблюдать также волну с гауссовым распределением амплитуды (вследствие инвариантности функции Гаусса к преобразованию Фурье):

$$a(r) = A_0 e^{-r^2/\sigma^2},$$

где  $A_0$  - новая амплитуда в начале координат;  $\sigma$  - новый радиус луча.

Основная энергия гауссова пучка сосредоточена в пятне радиуса  $\pi\sigma$ , следовательно угловая расходимость исходного пучка, измеренная в дальней зоне дифракции (там, где наблюдатель видит исходный пучок как точку), может быть выражена как при дифракции на отверстии радиуса  $\pi\sigma_0$ .

$$\theta = \frac{\sigma}{z} = \frac{\lambda}{\pi\sigma_0}, \quad (2.2)$$

где  $z$  - координата вдоль оптической оси (рис. 2.1).

Новый радиус гауссова пучка в дальней зоне

$$\sigma = \theta z = \frac{\lambda z}{\pi \sigma_0}. \quad (2.3)$$

Таким образом, чем меньше радиус исходного пучка, тем больше его расходимость. Поскольку бесконечно удаленный наблюдатель видит исходный пучок как точку, волновой фронт на большом удалении сферический с радиусом кривизны  $R = z$  (рис. 2.1).

Можно показать, что и в процессе распространения от плоскости перетяжки до дальней зоны пучок остается гауссовым. При этом происходит как изменение радиуса пучка  $\sigma$  от  $\sigma_0$  до значений (2.3), так и изменение волнового фронта пучка от плоского до сферического с радиусом  $R = z$ . Эти зависимости в общем случае описываются соотношениями

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sigma_0^2 + \left( \frac{\lambda z}{\pi \sigma_0} \right)^2 = \sigma_0^2 + \left( \frac{\sigma_0 z}{z_0} \right)^2, \\ R &= z + \left( \frac{\pi \sigma_0^2}{\lambda} \right)^2 \Big/ z = z + \frac{z_0^2}{z}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Как видно, в них присутствует параметр  $z_0 = \frac{\pi \sigma_0^2}{\lambda}$ , имеющий размерность длины и называемый конфокальным параметром гауссова пучка. Именно этот параметр и определяет границу дальней зоны дифракции для гауссова пучка. Условие дальней зоны -  $z \gg z_0 = \pi \sigma_0^2 / \lambda$ . Легко видеть, что при этом (2.4) переходит в (2.3) и  $R = z$ . При  $z \ll z_0$   $R \rightarrow \infty$ ,  $\sigma \approx \sigma_0$ .

Важным для практики является преобразование гауссова пучка линзой. Идеальная тонкая линза преобразует только радиус кривизны пучка, оставляя его гауссовым. Действительно, плоская волна фокусируется линзой на расстоянии  $F$ , равном ее фокусу. Значит, плоская волна становится после линзы сферической с радиусом кривизны  $F$ .

Следовательно, линза изменяет кривизну волнового фронта на величину  $1/F$  и новый радиус кривизны  $R$  связан со старым  $R_0$  соотношением

$$1/R = 1/R_0 - 1/F .$$

При  $F < R_0$  после линзы  $R < 0$ , т.е. кривизна волнового фронта имеет другой знак, и мы получаем сходящийся гауссов пучок, который далее вновь образует перетяжку.

Рассмотрим важный для практики случай, когда линза расположена на большом удалении от перетяжки исходного пучка, радиус кривизны его в этом случае  $R_0 \rightarrow \infty$ , т.е. волновой фронт фокусируемого пучка стремится к плоскому. После прохождения линзы радиус кривизны  $R$  будет равен  $F$ .

Если представить теперь на рис.2.1 линзу справа и предположить, что  $F \gg \pi\sigma_0^2/\lambda$ , то фактически  $z = F$  и в соответствии с (2.3) мы получаем

$$\sigma_0 = \frac{\lambda F}{\pi\sigma}, \quad (2.5)$$

где  $\sigma_0$  - радиус новой перетяжки, которая находится в фокусе линзы.

Для проверки параметров гауссова пучка, полученных путем измерений, следует вычислить  $\sigma$  на выходе лазера с конфокальным резонатором (длина которого  $L$ , равная расстоянию между зеркалами, равна  $2z_0$ , и радиус кривизны  $R$  на зеркале также равен  $2z_0$ ). После соответствующей подстановки в выражение для  $z_0$  легко получить

$$\sigma = \sqrt{L/2k}, \quad (2.6)$$

где  $L$  - длина резонатора лазера,  $k$  - волновое число.

### ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка (см. рис.2.2) предназначена для исследования распространения гауссова пучка в свободном пространстве и его преобразования линзой.

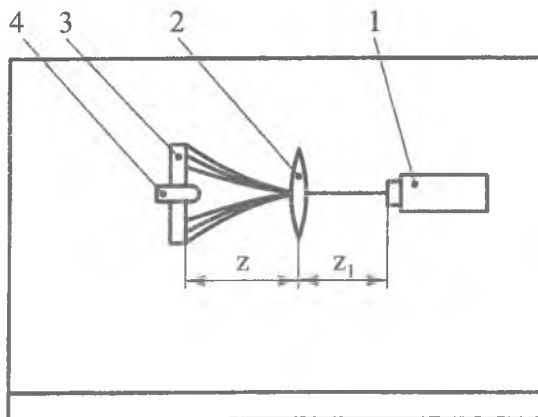


Рис. 2.2. Установка для исследования гауссовых пучков

Функциональная нагрузка элементов выражается в следующем: лазер 1 является источником гауссова пучка; линза 2 предназначена для фокусировки гауссова пучка и изменения его расходимости; фотоприемник 4 на направляющей 3 служит для измерения распределения интенсивности света по сечению гауссова пучка.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Обратиться к преподавателю с просьбой включить лазер для разогрева.

2. Отрегулировать установку:

а) путем перемещения лазера 1 направить луч лазера примерно в центр линзы 2;

б) выставить фотоприемник 3 на направляющей 4 в центр пучка. Для этого перемещать фотоприемник при помощи соответствующих винтов универсального держателя в двух направлениях поперек оптической оси до достижения максимума показаний измерительного прибора.

3. Измерить поперечное распределение интенсивности  $I$  гауссова пучка, для чего передвигать фотоприемник 3 по направляющей

4. В начале и в конце движения показание прибора должно быть

около 0,1 от максимального показания  $I_0$  в центре пучка. Шаг перемещения фотоприемника выбрать из условия получения не менее 20 отсчетов интенсивности на всей кривой. Показания измерительного прибора в точках измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

Измеренные значения интенсивности

$\rho$ , мм	
$I$ , отн. ед.	

4. По результатам измерения определить радиус луча  $\sigma$  в плоскости измерения. Для этого построить график по данным табл.1 и определить расстояние между точками, в которых интенсивность уменьшается в  $e^2$  раз по сравнению с максимумом  $I_0$ . Это расстояние равно  $2\sigma$ . Теперь на основании этих данных можно построить теоретическое распределение интенсивности:

$$I(r) = I_0 e^{-2r^2/\sigma^2}, \quad (2.7)$$

Определить отклонения  $\delta_n$  измеренных данных от теоретической зависимости (2.7) и занести в табл. 2.

Таблица 2

Отклонения от теоретических значений интенсивности

$\rho$ , мм	
$\delta_n$ , отн. ед.	

По полученным результатам определить среднеквадратичное отклонение

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^N \delta_n^2} \quad (2.8)$$

и относительную погрешность  $\Delta = \varepsilon/I_0$ , где  $I_0$  - интенсивность в начале координат.

5. Увеличить расстояние  $z$  от линзы до фотоприемника на величину  $\Delta z$  (рекомендуется на 40-50 мм.) Повторно выполнив пп. 3, 4 для

другого  $z$ , убедиться в сохранении гауссова распределения амплитуды при распространении пучка в пространстве.

6. Определить расходимость гауссова пучка:

а) измерить расстояние  $\Delta z$ ;

б) определить расходимость пучка по формуле

$$\theta = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\Delta z}, \quad (2.9)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  - радиусы луча, полученные в первом и втором измерениях кривой.

7. Определить радиус перетяжки  $\sigma_0$  в фокусе линзы по формуле (2.2) ( $\lambda = 0,633$  мкм). Убедиться в выполнении условия дальней зоны в области измерений.

8. По известному радиусу перетяжки  $\sigma_0$  и фокусному расстоянию  $F=58$  мм линзы 2 определить радиус луча лазера до линзы  $\sigma$  по формуле (2.5).

9. Рассчитать по формуле (2.6) теоретический размер перетяжки пучка на выходе из лазера. Вместо длины резонатора  $L$  подставить в формулу измеренную длину корпуса лазера. Проверить условие дальней зоны при распространении луча от лазера до линзы (на расстояние  $z_1$ ).

10. Применить соответствующую формулу для расчета теоретического радиуса луча лазера  $\sigma$  непосредственно перед линзой. Сравнить полученное значение с экспериментально полученным в пункте 8. Объяснить полученные расхождения.

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Таблицы измеренных данных.
2. Результаты расчета параметров гауссовых пучков.
3. Выводы по результатам исследований.

## Вопросы для контроля к 1 лабораторной работе

1. Как определить зону наблюдения при исследовании гауссова пучка?
2. Может ли быть более одной перетяжки при распространении гауссова пучка, и при каких условиях?
3. Как получить наименьший радиус пятна при фокусировке гауссова пучка линзой?
4. Как определить радиус пятна гауссова пучка при его распространении на большие расстояния?

## 2.2. Измерение сферической аберрации линзы

**Цель работы:** усвоение студентами основных понятий, связанных с абберационным анализом изображающих систем, а также практическое знакомство с методом измерения одного из видов аббераций и возникающими при этом явлениями.

### КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Идеальная изображающая система преобразует расходящийся сферический световой пучок из каждой точки предмета в сферический пучок, сходящийся в соответствующую точку изображения. Оптические длины путей разных лучей при этом одинаковы. Реальные изображающие системы, состоящие из линз и зеркал, не являются идеальными вследствие двух основных причин: геометрических отклонений хода лучей от идеального - геометрических аббераций и дифракционных явлений, возникающих на краях апертур линз или зеркал.

Дифракционные явления носят фундаментальный характер и определяют предельные возможности оптических систем. Часто дифракционные явления пренебрежимо малы по сравнению с геометрическими абберациями, и в таких случаях качество изображающей системы определяется ее геометрическими абберациями.

Формирование изображения в оптической системе можно рассматривать так: гомоцентрический пучок лучей из точки с координатами  $\vec{x}$



(рис.2.3) проходит через входной зрачок оптической системы к выходному зрачку. Если изображающая система идеальна, то пучок, проходящий через выходной зрачок, является гомоцентрическим, сходящимся в точку плоскости изображения с координатами, равными координатам сопряженной точки изображения. При приведении масштаба предмета к масштабу изображения координата сопряженной точки численно равна координате  $\bar{x}$ .



Рис.2.3. Схема формирования изображения точки

Волновыми фронтами являются сферы с центром в точке  $\bar{x}$  изображения. Та из них, которая проходит через центр выходного зрачка, называется опорной сферой Гаусса и имеет радиус  $R$ . Таким образом, для идеальной изображающей системы любой луч, вышедший из точки  $\bar{x}$ , прошедший соответственно через любую точку  $\bar{u}'$  выходного зрачка, приходит в точку с координатами  $\bar{x}$  в плоскости изображения. В реальных оптических системах волновые фронты, выходящие из выходного зрачка, не являются сферическими, а луч, выходящий из точки  $\bar{x}$  предмета и проходящий через точку  $\bar{u}'$ , приходит уже в точку  $\bar{x}' = \bar{x} + \bar{\Delta}(\bar{u}', \bar{x})$  вместо точки  $\bar{x}$  (рис.2.4)

Это явление и есть абберация. Для вычисления аббераций вводит-ся два понятия - волновая (или продольная) и геометрическая (или поперечная) абберации.

Вектор  $\bar{\Delta}$ , характеризующий поперечную абберацию в точке  $\bar{x}$ , вы-ходит из точки  $\bar{x}$  и оканчивается  $\bar{x}'$ . Для введения волновой абберации

$b(\vec{u}', \vec{x})$  наряду с опорной сферой Гаусса рассматривают реальный волновой фронт  $\sigma$ , проходящий также через центр выходного зрачка (см. рис. 2.4). Оптическая длина пути  $b(\vec{u}', \vec{x})$  от волнового фронта  $\sigma$  до опорной сферы Гаусса называется волновой абберацией. Она отсчитывается вдоль луча, нормального к волновому фронту.

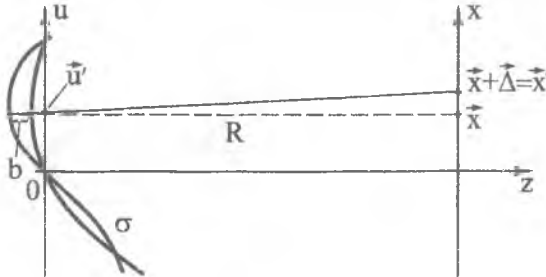


Рис. 2.4. Геометрические и волновые абберации

Вектор поперечной абберации  $\vec{\Delta}(\vec{u}', \vec{x})$  пропорционален двумерному градиенту от функции волновой абберации  $b(\vec{u}', \vec{x})$ , и, соответственно, волновая абберация может быть найдена из геометрической для центрированной оптической системы интегрированием по формуле

$$b(r') = \int_0^{r'} \frac{\Delta(|\rho|)}{R} d(\rho), \quad r' = |\vec{u}'|. \quad (2.10)$$

Для центрированных оптических систем  $b(\vec{u}', \vec{x})$  не должна меняться при синхронном повороте векторов  $\vec{u}'$  и  $\vec{x}$ , то есть должна зависеть только от разности углов или от  $\vec{u}' \cdot \vec{x}$ . При разложении в ряд  $b(\vec{u}', \vec{x})$  будут присутствовать лишь четные степени. Обычно рассматривают так называемые абберации Зайделя:

$$b(\vec{u}', \vec{x}) = -\frac{1}{4} A(\vec{x})^4 - \frac{1}{4} B(\vec{u}')^4 - C(\vec{x}, \vec{u}')^2 - \frac{1}{2} D(\vec{x})^2 \cdot (\vec{u}')^2 + E(\vec{x})^2 (\vec{u}', \vec{x}) + F(\vec{u}')^2 (\vec{u}', \vec{x}). \quad (2.11)$$

При этом геометрические абберации

$$\vec{\Delta}(\vec{u}', \vec{x}) = R \nabla_u b(\vec{u}', \vec{x}),$$

$$\nabla_u b(\vec{u}', \vec{x}) = -B \vec{u}'^2 \vec{u}' - 2C (\vec{x} \cdot \vec{u}') \vec{x} - D \vec{x}^2 \vec{u}' + E \vec{x}^2 \vec{x} +$$

$$+ F [2\vec{u}' (\vec{u}' \cdot \vec{x}) + \vec{u}'^2 \vec{x}].$$

Как видно,  $\vec{\Delta}(\vec{u}', \vec{x})$  имеет третий порядок, откуда следует другое название этих aberrаций - aberrации третьего порядка.

Коэффициенты  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  и  $F$  соответствуют различным типам aberrаций, дающим различные искажения изображения:

1.  $B \neq 0$  - сферическая aberrация. При наличии сферической aberrации для лучей, проходящих на разных расстояниях от оптической оси, фокусные расстояния различны (рис.2.5).

2.  $C \neq 0$  - астигматизм.

При наличии астигматизма у оптической системы, резкие изображение по осям  $x$  и  $y$  наблюдаются при различных значениях  $z$ .

3.  $D \neq 0$  - кривизна поля (резкое изображение получается на кривой поверхности).

4.  $E \neq 0$  - дисторсия (изображение резкое, но присутствуют геометрические искажения).

5.  $F \neq 0$  - кома (изображение точки содержит "хвост").

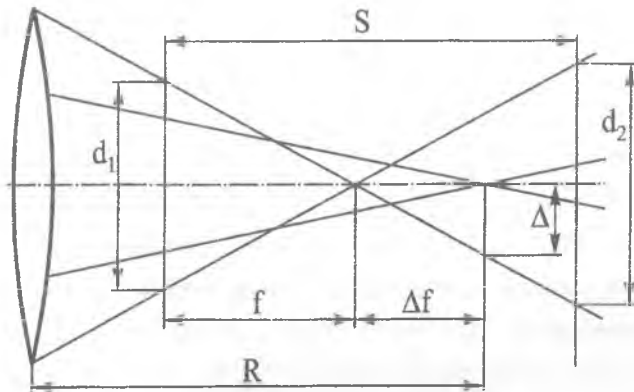


Рис.2.5. Измерение геометрических aberrаций

Существует несколько методов измерения геометрических и волновых aberrаций. Наиболее простым и наглядным является так называемый метод внефокальных наблюдений. Применимость его ограничена в основном измерением сферической aberrации, что и будет предметом более подробного исследования в настоящей лабораторной работе.

Суть метода заключается в следующем: выбираются две плоскости наблюдения по разные стороны от изображения точки (см. рис 2.5). Лучи, прошедшие через линзу на разных расстояниях от оптической оси, имеют разные смещения изображения точки от так называемого параксиального изображения, соответствующего центральной части линзы. На рис.2.5 показаны две зоны, из которых одна считается параксиальной и строит параксиальное изображение точки на расстоянии  $R$  от линзы. Номер этой зоны  $n=0$  наименьший. Для другой показанной зоны изображение смещено на  $\Delta f$  относительно параксиального изображения и лучи, идущие из нее, имеют поперечные отклонения  $\Delta$  от параксиального изображения. Для того чтобы вычислить это смещение  $\Delta f$ , а также отклонение лучей  $\Delta$ , проводят измерения соответствующих диаметров  $d_1, d_2$  в двух плоскостях наблюдения, отстоящих друг от друга на расстояние  $s$ , и далее из подобия треугольников вычисляется расстояние от изображения точки от плоскости наблюдения:

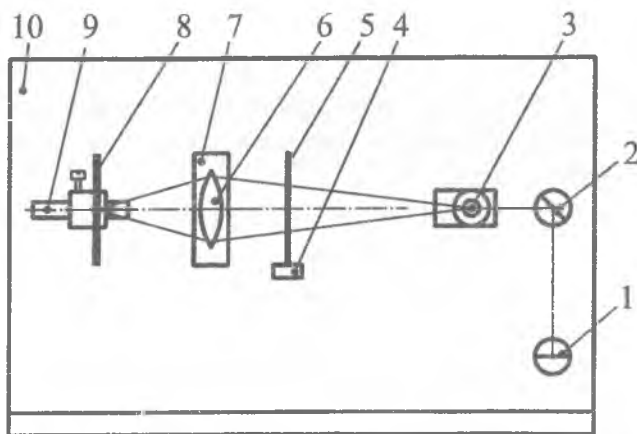
$$f = \frac{d_1 s}{(d_1 + d_2)}. \quad (2.12)$$

Таким же образом можно измерить диаметры в двух плоскостях наблюдения  $d_{1n}, d_{2n}$  (где  $n$  - номер зоны) для всех остальных зон и вычислить  $f_n$  для всех зон. Теперь для того, чтобы найти соответствующие  $\Delta f_n, \Delta_n$  для всех зон (кроме нулевой), необходимо воспользоваться соотношениями

$$\Delta f_n = f_n - f_0, \quad \Delta_n = \frac{d_{2n} \Delta f_n}{2(s - f_n)}. \quad (2.13)$$

## ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка, изображенная на рис. 2.6, предназначена для измерения поперечных aberrаций.



*Рис.2.6. Установка для измерения геометрических aberrаций*

Функциональная нагрузка конкретно каждого элемента установки выражается в следующем: зеркала 1, 2 (см. рис. 2.6) предназначены для изменения направления хода лазерного луча; точечный источник 3 служит для создания светового пучка со сферическим волновым фронтом; зональная диафрагма 5, закрепленная на держателе 4, представляет собой набор концентрических окружностей, образованных малыми отверстиями, и служит для выделения лучей, соответствующих разным зонам; на держателе 7 крепится испытуемая линза 6; установка смонтирована на несущей раме 10.

Измерения координат лучей осуществляются с помощью подвижного экрана 8, который представляет собой заранее размеченную измерительную сетку. Возможно также более точное измерение координат, для чего вместо экрана следует установить на держателе ПЗС-видеокамеру. Держатель с камерой или экраном передвигается вдоль оптической оси по направляющему рельсу 9.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Обратиться к преподавателю с просьбой включить лазер для разогрева.

2. Отрегулировать установку:

а) путем вращения зеркал 1,2 направить луч лазера в микрообъектив точечного источника и отрегулировать точечный источник таким образом, чтобы получить на зональной диафрагме 5 равномерное круглое световое пятно;

б) закрепить испытуемую линзу на держателе по центру пучка.

3. Измерить фокусное расстояние и поперечную аберрацию:

а) сфокусировать путем передвижения экрана 8 по направляющему рельсу 9 наименьшую зону в точку;

б) измерить расстояние от этой точки до плоскости линзы. Это есть радиус опорной сферы Гаусса R;

в) установить экран в одно из положений для внефокальных наблюдений. При этом изображения окружностей зональной диафрагмы для удобства наблюдений должны располагаться в том же порядке, что и на зональной диафрагме. Проверить это можно, последовательно перекрывая их с края зонной диафрагмы и наблюдая за изображением;

г) измерить и занести в таблицу диаметры изображений окружностей  $d_n$  соответствующие окружностям зонной диафрагмы радиуса  $r_n$ ;

*Форма таблицы*

$d_n$ , мм	
$r_n$ , мм	

д) установить экран в другое положение для внефокальных наблюдений (по другую сторону от изображения точки), выполняя при этом условие пункта (в). При перемещении экрана измерить расстояние между старым и новым положениями  $s$ . Повторить измерения пункта (г).

4. Вычислить значения поперечной аберрации  $\Delta_n$  для всех зон, начиная с первой по формулам (2.12, 2.13), считая изображение, создаваемое

нулевой (наименьшей) зоной параксиальным изображением. Далее вычислить волновую aberrацию через поперечную по формуле (2.10), причем переменная  $\rho$  (и, соответственно, значениям верхнего предела интегрирования  $r'$ ) соответствуют дискретные значения  $r_n$ , функции  $\Delta(\rho)$  - значения  $\Delta_n$ . Интегрирование осуществлять по формуле трапеций. Далее следует проверить наличие других (кроме сферической) типов aberrаций. Для этого необходимо для некоторого значения  $r_n$  вычислить коэффициент  $B$  по формуле (2.11) как  $4b(r_n)/r_n^4$ , а затем для другого значения  $r_n$  по полученному  $B$  вычислить оценку  $\bar{b}(r_n) = Br_n^4/4$  и сравнить ее с рассчитанной по экспериментальным данным в этой точке.

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Результаты экспериментального измерения поперечной aberrации.
2. Результаты аналитического расчета aberrации.
3. Выводы по сравнению расчетных и экспериментальных данных.

#### **Вопросы для контроля ко 2 лабораторной работе**

1. Какая оптическая система является идеальной?
2. В чем проявляется действие aberrаций оптической системы?
3. Какие aberrации больше по абсолютной величине - геометрические или волновые?
4. Каким образом проявляется действие сферической aberrации и в чем ее отличие от других aberrаций?
5. Как определить положение параксиального изображения?

#### **2.3. Измерение разрешения оптической системы**

Цель работы: практическое исследование свойств оптической системы, определяющих качество изображения, а также методов измерения характеристик оптических систем.

## КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Разрешающая способность - свойства оптической системы передавать мелкие детали изображения, т.е. отдельно воспроизводить близкорасположенные точки. Разрешающая способность оптической системы зависит от минимального размера изображения точки, создаваемого системой. Пусть на вход оптической системы подан предмет, состоящий из одной точки

$$\omega(\vec{x}') = \delta(\vec{x}' - \vec{x}). \quad (2.14)$$

Тогда на выходе получится некоторое световое поле вокруг сопряженной точки в плоскости изображения. Координаты этой точки равны  $\vec{x}$ . Комплексная амплитуда изображения  $\omega'(\vec{x}, \vec{x}') = h(\vec{x}' - \vec{x}, \vec{x})$ , т.е. изображение точки, рассеивается в пятно вокруг  $\vec{x}$  с интенсивностью  $|h(\vec{x}' - \vec{x}, \vec{x})|^2$ , называемой *функцией рассеяния точки (ФРТ)*.

Оптическая система называется *изопланатической* (пространственно - инвариантной), если вид функции  $h$  не зависит от положения точки  $\vec{x}$ , т.е.  $h(\vec{x}' - \vec{x}, \vec{x}) = h(\vec{x}' - \vec{x})$ . Функция  $h(\vec{x}')$  характеризует импульсный отклик на точечный предмет в точке  $\vec{x} = 0$ .

Разрешение определяется шириной функции  $h_l(\vec{x}') = |h(\vec{x}')|^2$ . Рассмотрим, как определяется разрешение по Рэлю (рис.2.7). Величина разрешения  $\delta$  определяется как расстояние между двумя точками. Пунктиром на рис.2.7 изображены  $h_l$  для двух близкорасположенных точек, а сплошной линией - суммарная интенсивность. Расстояние  $\delta$  определяется, когда центральный максимум ФРТ одной точки совпадает с первым минимумом ФРТ другой точки. Провал в суммарной интенсивности при этом  $\epsilon = 0,225$  от максимума интенсивности.

На практике расстояние до первого минимума можно измерить, наблюдая изображение точки через микроскоп с измерительной сеткой. Измерение ФРТ можно осуществить путем сканирования изображения точки фотоприемником с малым размером фоточувствительного элемента.



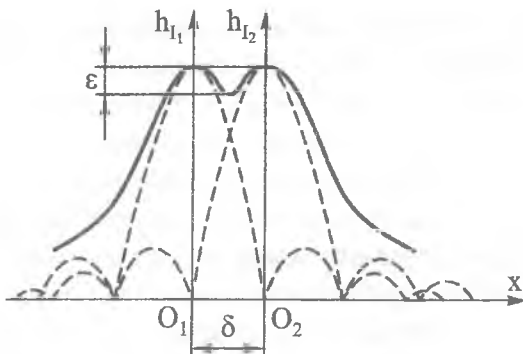


Рис. 2.7. Критерий Рэлея

Однако для хороших высокоразрешающих систем, у которых  $\delta \sim 1 \dots 5$  мкм, такое измерение становится затруднительным в силу малой чувствительности или отсутствия фотоприемников с субмикронным размером фоточувствительного элемента. На практике более простым является другой метод получения информации о ФРТ, так называемый *пограничный тест*. Функция, описывающая спад интенсивности в изображении края полуплоскости, называется *пограничной кривой*. Количественная связь пограничной кривой с ФРТ дается соотношениями:

$$h_{\text{погр}}(x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} h_l(x', y') dx' dy' , \quad (2.15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_l(x, y') dy' = \frac{\partial h_{\text{погр}}(x)}{\partial x} . \quad (2.16)$$

Пограничная кривая может быть получена сканированием изображения края полуплоскости точечным фотоприемником. Однако по указанным выше причинам эта процедура на практике не применяется. Но, как легко видеть, ее можно заменить сканированием изображения точки краем полуплоскости, т.е. измеряя изменение общего светового потока при передвижении непрозрачного ножа в плоскости изображения точки, создаваемого оптической системой. Этот тест легко

осуществим на практике, так как существующие механические подвижки обеспечивают точность позиционирования 0,2...1,0 мкм.

Измерение ФРТ, однако, не дает полной информации о разрешающей способности, поскольку реальные оптические системы не являются изопланатическими. Более приближенным к реальным условиям является визуальное определение разрешающей способности по штриховым или радиальным мирам. Штриховая мира – это набор изображений решеток с известным количеством штрихов на миллиметр. Разглядывая изображения мир под микроскопом, определяют максимальное число штрихов на миллиметр, которое разрешает данная оптическая система. Как правило, разрешающая способность системы различна на краях и в центре поля изображения. На краях она всегда меньше. Метод с использованием мир достаточно прост, однако основной его недостаток – зависимость результатов измерений от освещенности и физиологических данных оператора. Наиболее универсальной характеристикой оптической системы является ее передаточная функция (ПФ)  $H_l(\vec{\nu}) = F[h_l(\vec{x})]$  (некогерентная). Нормированная ПФ  $D(\vec{\nu}) = H_l(\vec{\nu})/H_l(0)$  называется оптической передаточной функцией (ОПФ). ОПФ описывает преобразование оптической системой синусоидальной миры, причем  $\mu(\vec{\nu}) = |D(\vec{\nu})|$  численно равна коэффициенту передачи контраста миры в зависимости от пространственной частоты  $\vec{\nu}$  и называется частотно-контрастной характеристикой (ЧКХ) или функцией передачи модуляции (ФПМ), а  $\varphi(\vec{\nu}) = \arg D(\vec{\nu})$  численно равна добавке к фазе миры в зависимости от пространственной частоты  $\vec{\nu}$  и называется фазовой передаточной функцией (ФПФ) или фазочастотной характеристикой (ФЧХ). Причем контраст в изображении миры определяется как  $k = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ , где  $I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения интенсивности в изображении. Если теперь вспомнить, что представление изображения через преобразование Фурье можно интерпретировать как суммирование

различных пространственных частот с комплексными коэффициентами, равными значениям спектра для этих пространственных частот, то становится ясным, что ОПФ является наиболее наглядной и универсальной характеристикой оптической системы, определяющей прохождение через нее различных пространственных частот. После введения понятия ОПФ очевидно, что нельзя говорить о разрешающей способности вообще, а только на каком-то уровне контрастности. Эти данные можно получить, имея график ЧКХ (рис. 2.8). Задавшись каким-то определенным значением потери контраста, скажем 0,5, по графику находят соответствующее ему значение разрешающей способности  $\delta = 1/\nu_0$ . Критерий Рэля, таким образом, определяет разрешением системы на уровне контраста 0,225. Следует заметить, что контрастная чувствительность глаза при определенных условиях может достигать 0,05, то есть разрешение, определяемое визуально, может значительно превышать рэлеевское.

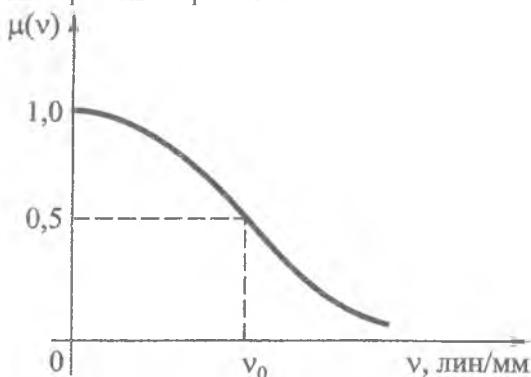


Рис 2.8. Определение разрешения через ЧКХ

В данной работе используется упрощенный метод вычисления ОПФ по данным измерения пограничной кривой. Он основан на связи пограничной кривой с одномерным сечением ФРТ через производную (2.16). После численного дифференцирования пограничной кривой, применяя преобразование Фурье к полученной последовательности отсчетов ФРТ, можно получить одномерную ОПФ для какой-то определенной ориентации вектора  $\vec{v}$  (в данном случае совпадающей

с направлением движения ножа Фуко). Понятно, что в случае радиально-симметричной ФРТ этого достаточно. Если же радиальной симметрии нет, то можно получить и другие сечения, поворачивая нож Фуко вокруг оси  $z$  в другие положения и снимая новые пограничные кривые.

При построении кривой ЧКХ следует помнить о связи цифрового Быстрого Преобразования Фурье (БПФ) и аналогового оптического ПФ. Первое важное отличие – в расположении начала координат пространственных частот (рис. 2.9).

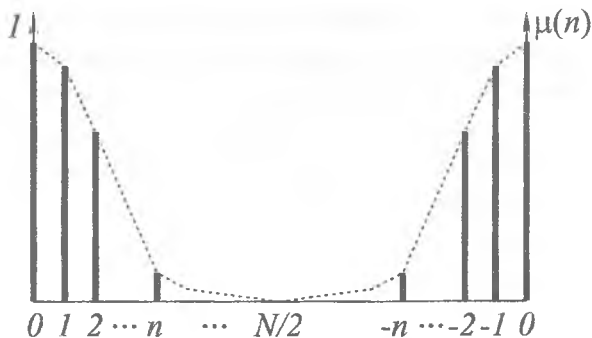


Рис. 2.9. Вид спектра, полученного после БПФ

В последовательности, полученной путем БПФ, максимальной частоте соответствует середина полученной последовательности отсчетов, то есть отсчет с номером  $N/2$ . Нулевой частоте соответствует начальный элемент последовательности. Таким образом, для получения ЧКХ в виде, как на рис.2.8, все элементы последовательности с номерами больше  $N/2$ , соответствующие отрицательным пространственным частотам, должны быть отброшены. При необходимости следует дополнить исходную последовательность, описывающую ФРТ, нулями до ближайшей степени двойки. Кроме того, интервал дискретизации БПФ по частоте  $\nu$  определяется как  $\Delta\nu = 1/\Delta X$ ,  $\Delta X$  – область измерения кривой ФРТ. Поскольку из-за добавления нулей в последовательность, описывающую ФРТ, не всегда удобно рассчитывать  $\Delta X$ , можно воспользоваться другим соотношением:

$\nu_{\max} = 1/2T$ , где  $\nu_{\max}$  - максимальная частота, соответствующая отсчету спектра с номером  $N/2$ , а  $T$  - шаг дискретизации пограничной кривой. Таким образом, при  $T=0,005$  мм (5 мкм), максимальная анализируемая частота составит 100 лин/мм, что вполне достаточно для исследования большинства оптических систем среднего качества.

### ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 2.10) предназначена для измерения таких характеристик объективов, как пограничная кривая и оптическая передаточная функция.

Зеркала 1, 2 служат для направления лазерного луча в точечный источник 3.

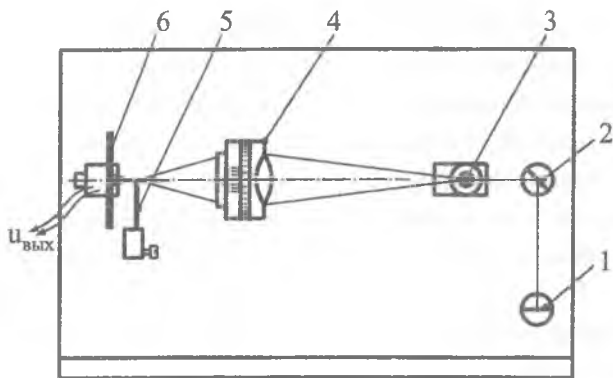


Рис. 2.10. Установка для измерения пограничной кривой

Сферическая световая волна падает на испытуемый объектив 4. Вблизи плоскости изображения точки установлен нож Фуко, перемещаемый микрометрическими винтами 5. Микрометрический винт позволяет перемещать нож Фуко поперек оптической оси объектива 4 с помощью винтов грубого и точного перемещения, причем винт точного перемещения обеспечивает снятие отсчета с шагом 5 мкм.

Далее установлен подвижный экран 6, который является одновременно и чувствительной площадкой фотоэлемента для измерения светового потока за ножом Фуко.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

1. Обратиться к преподавателю с просьбой включить лазер.
2. Получить у преподавателя объективы для измерения их характеристик.
3. Отрегулировать точечный источник таким образом, чтобы сферический световой пучок освещал входную апертуру объектива 4.
4. Установить нож Фуко в фокальную плоскость объектива. Перемещать фокальную плоскость следует с помощью имеющейся в объективе наводки на резкость (кольцо с риской, напротив которой указаны расстояния). Когда нож находится в фокальной плоскости объектива, изменение яркости освещенного кружка на экране  $\delta$  наступает при наименьших перемещениях ножа одновременно по всему полю. В случае смещения плоскости ножа из фокальной плоскости тень от него появляется с противоположной от ножа стороны освещенного кружка, если нож находится между объективом и фокальной плоскостью, и с той же стороны, если нож находится за фокальной плоскостью объектива.
5. Установить фотоэлемент  $\delta$  таким образом, чтобы весь освещенный кружок попадал на фоточувствительную площадку фотоэлемента. Подключить фотоэлемент к измерительному прибору.
6. Занести в таблицу показания измерительного прибора при различных положениях ножа на участке, где происходит изменение светового потока за ножом.

*Форма таблицы*

$x$ , мм	
$I$ , отн. ед.	

Здесь  $x$  – положение ножа;  $I$  – нормированные на максимум показания измерительного прибора.

7. Повернуть нож перпендикулярно исходному положению и повторить измерения п. 6.
8. Повторить измерения п. 6, 7 для другого объектива.

9. Вычислить ЧКХ по методике, описанной выше, и определить разрешение по уровню контраста, соответствующему критерию Рэля.
10. Установить связь между видом пограничной кривой и разрешающей способностью объектива.

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Таблицы измерения пограничной кривой для двух объективов.
2. Графики пограничных кривых.
3. Результаты вычисления ЧКХ.
4. Результаты измерения разрешающей способности объектива.
5. Выводы по результатам исследования.

### **Вопросы для контроля к 3 лабораторной работе**

1. Как следует указывать разрешение оптической системы?
2. Какая характеристика оптической системы является исчерпывающей?
3. Как определить масштаб частотно-контрастной характеристики, полученной в результате БПФ?
4. Как определить положение ножа Фуко при измерении пограничной кривой?
5. В каких пределах должно осуществляться перемещение ножа Фуко?

### **2.4. Исследование дифракционных оптических элементов**

**Цель работы:** практическое исследование свойств дифракционных оптических элементов, а также методов измерения характеристик оптических полей.

### КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Дифракционные оптические элементы (ДОЭ) представляют собой прозрачную подложку с нанесенным на нее микрорельефом, разность

хода лучей на котором обычно не превышает  $\lambda$ . Для сравнения – разность хода для обычных рефракционных элементов (линз, призм) составляет тысячи и даже десятки тысяч  $\lambda$ . Фазовый рельеф рассчитывается на компьютере и реализуется с помощью специальных прецизионных устройств. Такие элементы позволяют решать новые классы задач в оптике.

Одной из таких задач является формирование заданного распределения интенсивности в фокальной области. Такая задача может решаться также оптической системой, включающей ДОЭ и обычные рефракционные линзы. Линзы обеспечивают большую часть необходимой оптической силы, а ДОЭ нужным образом перераспределяют энергию в фокальной области. Один из подходов к расчету таких ДОЭ состоит в реализации некоторой периодической фазовой функции, то есть дифракционной решетки, у которой специальным образом рассчитывается фазовая функция. Будем понимать под спектром решетки распределение энергии в фокальной области при падении на решетку сходящейся сферической волны. Спектр решетки практически не зависит от поперечного распределения интенсивности в падающем на нее излучении. Данное свойство решеток является основным преимуществом по сравнению с другими ДОЭ, предназначенными для решения подобных задач.

Классическая дифракционная решетка реализуется в виде периодической фазовой или амплитудной функции и характеризуется направлениями на главные максимумы. Получить непрерывную фокальную картину, например в виде линии, путем периодического повторения некоторой фазовой функции невозможно. Распад фокальной картины на пятна при наличии многих периодов физически обусловлен когерентной интерференцией световых полей, дифрагированных на разных периодах. Для решения задачи необходимо со сдвигом повторять фазовую функцию элемента, но при этом дополнительно вводить фазовые сдвиги таким образом, чтобы фокальная картина оставалась непрерывной. Таким образом согласуются фазовые функции периодов,



то есть создается квазипериодическая структура. Покажем, как находить нужные величины фазовых сдвигов. Рассмотрим одиночный фокусирующий элемент с фазовой функцией  $f(x)$ , где  $0 < x < d$ . Для сходящегося лазерного пучка с равномерным распределением интенсивности в пучке фокальная картина описывается коэффициентами Фурье, соответствующими главным направлениям дифракции:

$$c_n = \int_0^d e^{\frac{2\pi i n x}{d}} e^{i f(x)} dx, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad c_n = c(u_n), \quad u_n = \frac{n \lambda F}{d}, \quad (2.17)$$

где  $F$  - фокусное расстояние,  $u$  - координата в фокальной плоскости. Распределение амплитуды  $c(u)$  полностью определяется величинами  $c_n$ : то есть своими значениями в точках  $u_n$ , а между ними интерполируется *sinc*-функцией. Если повторить функцию  $f(x)$  с фазовыми сдвигами  $p_k$   $N$  раз, то период станет в  $N$  раз больше и каждый интервал  $(u_n, u_{n+1})$  разделится на  $N$  подынтервалов, при этом интерполирующая функция в точках, разделяющих эти интервалы, описывается дискретным преобразованием Фурье вида

$$a_m = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{\frac{-2\pi i k m}{N}} e^{i p_k}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.18)$$

Если все  $p_k = 0$ , то это дает  $a_m = 0$  при  $m$ , отличных от 0, то есть распад фокальной картины на пятна  $N$ . Но можно найти такие  $p_k$ , что  $|a_m| = 1$  при  $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , то есть интенсивность фокальной картины  $I(u) = |c(u)|^2$  остается такой же, как и при наличии только одного периода. Интерференция пучков от разных периодов не исчезает, но в фокальной плоскости влияет лишь на фазу, а не на интенсивность.

Весьма важный для практики случай – бинарно-фазовые решетки, фаза которых принимает лишь два значения. У них тоже можно управлять спектром путем модуляции фазовой функции. Модуляция осуществляется путем сложения двух бинарных решеток, период одной из которых значительно больше другой. При этом решетка остается бинарной. Рассмотрим две бинарные решетки с фазовыми

функциями  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  и периодами  $d$  и  $D$  соответственно. Сложению фазовых решеток соответствует произведение функций пропускания, и новая решетка будет иметь функцию пропускания  $f(x) = e^{i\varphi(x)} e^{i\psi(x)}$ . Положим сначала  $d = D$ . Тогда коэффициенты Фурье для новой решетки

$$c_n = \frac{1}{d^2} \int_0^d e^{i\varphi(x)} e^{i\psi(x)} e^{-\frac{i2\pi nx}{d}} dx = \frac{1}{d^2} \int_0^d \sum_{m,k} a_m b_k e^{-\frac{2\pi i(m+k-n)x}{d}} dx = \sqrt{d} \sum_{m+k=n} a_m b_k,$$

где  $a_m b_k$  — коэффициенты ряда Фурье для первой и второй решеток соответственно. Данную формулу трудно использовать для построения решеток с конкретной формой спектра. Единственным исключением является построение решетки с большим количеством подряд идущих порядков одинаковой энергии и близкой к нулю энергией в остальных порядках. В общем случае требуется решать систему нелинейных уравнений, размерность которой определяется числом порядков равной энергии, что весьма сложно. Можно упростить задачу, положив  $D=nd$ . Если рассматривать  $D$ , как период (не минимальный) и для второй решетки, то ее спектр будет отличаться тем, что  $a_n=0$  при  $n \neq mN$ , то есть ненулевую энергию будет иметь только каждый  $N$ -й порядок дифракции, включая нулевой. Тогда выбрав в качестве второй решетки такую, что ее спектр имеет ровно  $N$  подряд идущих порядков одинаковой энергии, а энергия остальных близка к нулю, мы можем получить при условии, что первая решетка того же типа и имеет  $M$  равных по энергии порядков решетку, которая имеет  $NM$  близких по энергии порядков. Можно взять в качестве второй решетки снова первую, сжав ее период в  $N$  раз.

При исследовании реальных ДОО, вследствие погрешностей изготовления, как правило, нулевой порядок дифракции превосходит по интенсивности остальные (см. рис 2.11). Кроме того, появляются высшие порядки дифракции, в которых периодически повторяется рассчитанный спектр с меньшей интенсивностью (см рис 2.11). Целью экспериментального исследования и является выделение нужных участков спектра и исследование полученного распределения интенсивности.

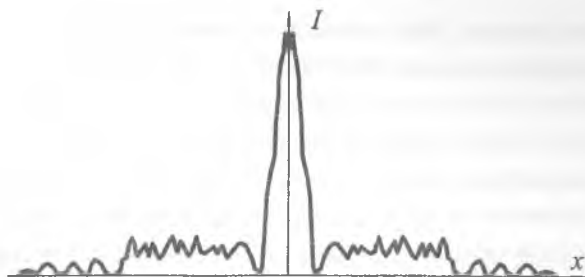


Рис. 2.11. Вид спектра при исследовании дифракционных решеток

### ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 2.12) предназначена для исследования синтезированных ДОЭ.

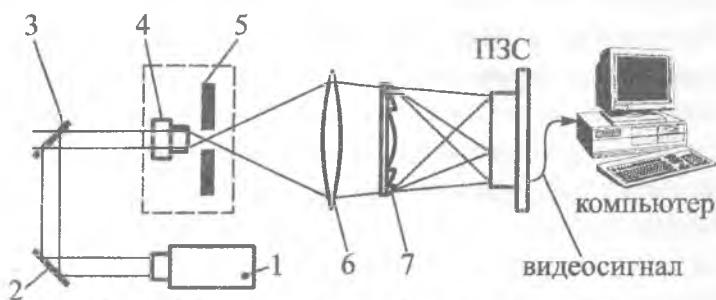


Рис. 2.12. Оптическая схема лабораторной установки:

1 – лазер; 2, 3 – плоские зеркала; 4 – объектив микроскопа;

5 – точечная диафрагма; 6 – объектив; 7 – исследуемый элемент

Зеркала 2, 3 служат для направления луча лазера 1 в микрообъектив 4 под нужным углом, микрообъектив 4 служит для создания расходящегося пучка со сферическим волновым фронтом. Объектив 6 превращает расходящийся пучок в сходящийся, падающий на исследуемый элемент 7. Поле интенсивности, созданное исследуемым элементом, преобразуется ПЗС-видеодатчиком в электрический видеосигнал, который оцифровывается и контролируется визуально на мониторе компьютера, а выбранные кадры в последующем подвергаются

цифровой обработке. Необходимость установки по ходу луча телескопической системы из двух объективов 4 и 6 объясняется тем, что диаметр нерасширенного луча не превышает 1-2 мм, в то время как апертура большинства синтезированных элементов составляет 5-50 мм. Кроме того, распределение амплитуды в поперечном сечении лазерного пучка подчиняется гауссову закону, а исследуемые ДОО рассчитаны на близкое к равномерному распределению интенсивности. Такое распределение света как раз и достигается расширением луча лазера с последующим использованием центральной части получающегося светового пятна, где распределение интенсивности близко к равномерному.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Обратиться к преподавателю с просьбой включить лазер.
2. Получить у преподавателя ДОО для измерения их характеристик.
3. Отрегулировать точечный источник в соответствии с п.1.1.1 методических указаний (рис. 1.1).
4. Перемещая держатель с объективом 6, добиться формирования сходящейся сферической волны с фокусом 150 – 200 мм.
5. Поместить ПЗС-видеодатчик в сходящийся пучок на таком расстоянии от фокуса, чтобы нигде не наблюдалось насыщение (контроль осуществлять в режиме псевдоцвета).
6. Осуществить ввод и сохранение в разные файлы распределения интенсивности, регистрируемого ПЗС-видеодатчиком, для следующих случаев: а) без поглощающего фильтра; б) с поглощающими фильтрами различной плотности; в - при полностью закрытом входном окне ПЗС-видеодатчика.
7. Пользуясь п. 1.2 методических указаний, рассчитать темновые токи, коэффициенты поглощения фильтров и разброс фоточувствительности ячеек..
8. Установить в оптическую схему ДОО, полученный у преподавателя. Перемещая ПЗС-видеодатчик, поместить его в фокус сходящейся волны. Перемещая ДОО, добиться необходимого масштаба изображения, при котором можно наблюдать все

нужные порядки дифракции (см. рис. 2.11). Меняя и добавляя поглощающие фильтры, добиться отсутствия насыщения ПЗС-видеоадачика.

9. Осуществить ввод и сохранение в разные файлы распределений интенсивности, регистрируемых ПЗС-видеоадачиком, для всех ДОЭ, полученных у преподавателя.
10. Произвести обработку полученных данных для вычисления параметров ДОЭ, указанных преподавателем.

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Рассчитанные коэффициенты поглощения фильтров
2. Вычисленные параметры и графики полученных зависимостей.

### **Вопросы для контроля к 4 лабораторной работе**

1. Какой оптический элемент является дифракционным?
2. В чем преимущества дифракционных решеток при решении задач фокусировки?
3. Каким свойством должна обладать дифракционная решетка, чтобы обеспечивать непрерывность фокальной картины?

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ТЕРМИНОВ

1. *Видеодатчик* – прибор для регистрации поля интенсивности
2. *Прибор с зарядовой связью (ПЗС)* – полупроводниковый видеодатчик.
3. *Гауссов пучок* – когерентный световой пучок с гауссовым распределением амплитуды.
4. *Аберрации оптической системы* – искажения изображения, сформированного неидеальной оптической системой
5. *Разрешающая способность оптической системы* – свойство оптической системы изображать отдельно близкорасположенные детали изображения
6. *Дифракционный оптический элемент (ДОЭ)* – оптический элемент, функционирование которого основано на использовании свойства дифракции света.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. -- М.: Наука, 1973.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.-928 с.
3. Пресс Ф. П. Основы теории преобразования сигналов в оптико-электронных системах. –Л.: Машиностроение, 1989. -392 с.
4. Афанасьев В.А. Оптические измерения.-М.: Высшая школа, 1981. -229 с.
5. Сойфер В.А. Введение в дифракционную микрооптику: Учеб. пособие. – Самара: СГАУ, 1996.-94 с.

Учебное издание

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВ  
СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ И ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

*Методические указания*

Составитель *Карнеев Сергей Владимирович*

Редакторская обработка О. Ю. Дьяченко  
Корректорская обработка О. Ю. Дьяченко  
Компьютерная верстка С. В. Смагин  
Доверстка А. В. Ярославцева

Подписано в печать 27.12.06. Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 2,8<sub>2</sub> Усл. кр.-отт. 2.9. Печ.л. 3,0.  
Тираж 50 экз. Заказ 179 . ИП-66/2006

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.