

Министерство высшего и среднего специального  
образования РСФСР  
Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт им. С.П.Королева

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ**

Лабораторная работа № 2

Куйбышев 1980

УДК 62Г.396.934

Составитель В.Г. Н и к и т и н

Утверждена на редакционно-издательском  
совете института 9.01.80 г.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Лабораторная работа № 2

Редактор Н.В. К а с а т к и н а  
Техн.редактор Н.М. К а л е н ю к  
Корректор Е.Д. А н т о н о в а

Подписано в печать 22.05.80 г.  
Формат 60x84 1/16. Бумага оберточная белая.  
Печать оперативная. Усл.п.л. 0,93. Уч.-изд.л. 0,86.  
Тираж 500 экз. Заказ №3574 Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт им. С.П.Королева, Куйбышев,  
ул. Молодогвардейская, 151.

Областная типография им. В.П.Мяги, Куйбышев,  
ул. Венцека, 60.

Ц е л ь р а б о т ы - освоение методики набора на АВМ отдельных передаточных звеньев систем автоматического управления, методики моделирования линейных систем по их структурным схемам.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Развитие и широкое распространение в промышленности систем автоматического регулирования и управления требуют решения ряда проблем, связанных с вопросами рационального выбора структуры и элементов этих систем, оценки влияния отдельных параметров на характер переходных и установившихся режимов.

Количественное решение этих проблем и доведение до числового результата - задача весьма сложная.

даже для сравнительно простых линейных систем автоматического управления исследование устойчивости, расчет переходных процессов, экспериментальное исследование систем представляют собой известные трудности. Эти трудности значительно возрастают при усложнении САУ (например, в случае многократных систем), при наличии в системе элементов с нелинейными характеристиками и переменными параметрами, а также при необходимости учета случайных возмущений.

Примерами таких систем автоматического регулирования (САР) могут служить системы стабилизации движения самолетов, системы автоматического сопровождения цели радиолокатором, когда в сигнал ошибки входят помимо полезного сигнала также и помехи.

Использование методов и средств моделирования на определенном этапе аналитического исследования САР позволяет решить пе-

речисленные проблемы, сокращая при этом до минимума требуемые затраты времени.

Сущность моделирования заключается в замене всей системы регулирования или ее некоторых элементов моделью, по своим свойствам воспроизводящей свойства исходной системы или ее отдельных частей.

Различают два основных метода моделирования:

- 1) физическое моделирование,
- 2) математическое моделирование.

Физическое моделирование основано на изучении явлений на моделях одной физической природы с оригиналом, поскольку физическая природа воспроизводит весь комплекс явлений, характеризующих исследуемый процесс. Физическое моделирование издавна применяется в технике, главным образом, в аэро- и гидродинамике (например, продувка моделей самолетов в аэродинамических трубах).

Метод математического моделирования основан на идентичности дифференциальных уравнений, описывающих явления в оригинале и модели. При математическом моделировании удается сравнительно просто изменять параметры отдельных элементов исследуемой системы и выяснять влияние этих изменений на качество работы в целом, а также появляется возможность моделирования САУ по звеньям.

В практике моделирования систем автоматического управления наибольшее применение получил метод набора задач, заключающийся в том, что исследуемая система набирается на АВМ по отдельным передаточным звеньям структурной схемы исследуемой системы. Этот метод называют также структурным методом.

Исходными данными для набора задачи в этом случае является структурная схема исследуемой системы и параметры ее звеньев (постоянные времени, коэффициенты усиления, коэффициенты демпфирования).

Возможны два варианта использования решающих элементов для образования передаточных функций. Один из них заключается в изменении одного операционного усилителя с цепочками  $R$  и  $C$  во входной цепи и в цепи обратной связи. При соответствующем выборе этих цепей и величин  $R$  и  $C$  могут быть реализованы различные передаточные функции. В табл. I приведены схемы некоторых звеньев, которые могут быть реализованы в АВМ этим способом.

Основным недостатком данного метода является необходимость иметь в комплекте АВМ большое число различных устройств для воспроизведения звеньев САУ.

Другой вариант набора передаточных функций заключается в применении типовых операционных усилителей АВМ (интегрирующих, суммирующих и инвертирующих).

В этом случае, представив требуемую передаточную функцию в виде дифференциального уравнения, записанного в операторной форме, моделируют уравнения динамических звеньев системы.

Следует отметить, что первый вариант применим только для синтеза передаточных функций устойчивых звеньев систем автоматического управления. Моделирование же неустойчивых звеньев возможно только при помощи второго варианта.

Схемы набора наиболее употребительных звеньев САУ по второму варианту приведены в табл. 2.

при моделировании структурным методом нужно выполнить следующие операции

1. Преобразовать заданную структурную схему так, чтобы она состояла из типовых звеньев, для которых уже известны схемы набора.

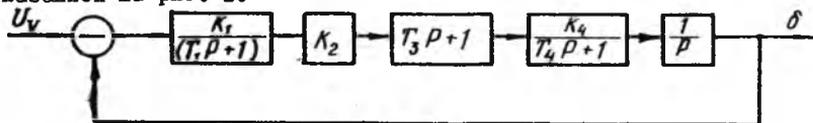
2. Сосчитать масштабы и параметры машинных звеньев.

3. Соединить схемы для звеньев между собой в единую машинную структурную схему.

Если моделирование производится с целью качественного анализа системы управления, то масштабы можно не рассчитывать. В этом случае рассматривают реакцию системы на единичное воздействие; все отклонения в звеньях системы рассматривают в долях единицы, возбудившей систему.

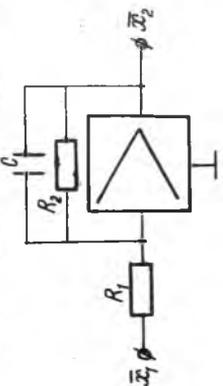
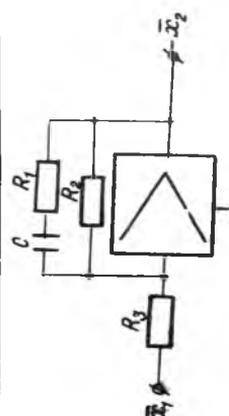
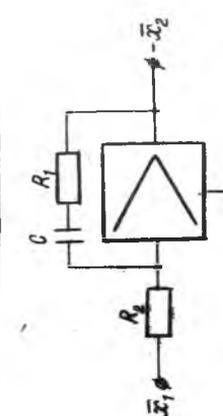
Если требуется получить отклонения от положения равновесия в единицах величин исходной системы, то необходимо знать пределы изменения величин, входящих в систему, и сосчитать соответственно масштабы.

Методику моделирования систем структурным методом рассмотрим на примере исследования качества переходного процесса системы, показанной на рис. I.



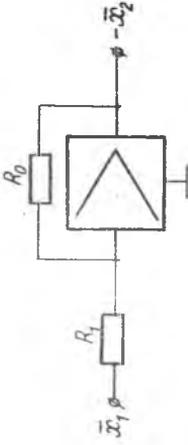
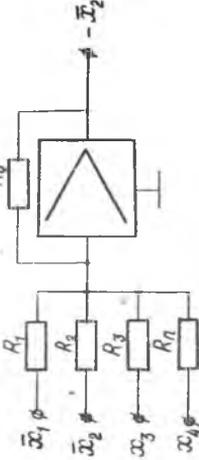
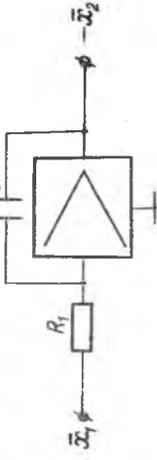
Р и с. I

Т а б л и ц а I

Передаточная функция звена	Схема модели звена	Параметры модели звена
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{K}{T_1 p + 1}$		$K = \frac{R_2}{R_1}; \quad T_1 = R_2 C$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{K(T_1 p + 1)}{T_2 p + 1}$		$K = \frac{R_2}{R_3}; \quad T_1 = R_1 C;$ $T_2 = (R_2 + R_1) C$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p}$		$T_1 = R_1 C$ $T_2 = R_2 C$

Передаточная функция звена	Схема модели звена	Параметры модели звена
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{T_3 p}{(T_2 p + 1)(T_1 p + 1)}$		$T_1 = C_1 R_1; T_2 = C_2 R_2$ $T_3 = C_2 R_1$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{T_1(p)}{T_2 p + 1}$		$T_1 = R_2 C; T_2 = R_1 C$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = (T p + 1) K$		$K = \frac{R_2}{R_1}; T = R_1 C$

Т а б л и ц а 2

Передающая функция звена	Структурная схема модели	Параметры структурной схемы
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = K$		$K_T = \frac{R_0}{R_1}; \quad K_T = K \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}}$
$X_2(p) = \sum_{i=1}^n a_i x_i(p)$		$K_i = \frac{R_0}{R_i}; \quad K_i = a_i \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}}$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{K}{p}$		$K_T = \frac{1}{R_1 C}; \quad K_T = \frac{K m_{x_2} m_t}{m_{x_1}}$

Продолжение табл. 2

Передаточная функция звена	Структурная схема модели	Параметры структурной схемы
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{K}{1 + TP}$		$K_{11} = \frac{1}{R_1 C} = \frac{K}{T} \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}};$ $K_{12} = \frac{1}{R_2 C} = \frac{m_t}{T}$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{KP}{1 + TP}$		$K_{11} = \frac{R_0}{R_1} = \frac{K}{T} \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}};$ $K_{12} = \frac{R_0 R_3}{R_2 R_4 R_3 C} = \frac{m_t}{T}$
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{K(1 + T_1 p)}{1 + T_2 p}$ <p style="text-align: center;"><math>T_1 &lt; T_2</math></p>		$\frac{R_0}{R_1} = K \frac{T_1}{T_2} \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}};$ $\frac{R_0}{R_2} \frac{1}{R_3 C} = m_t \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right);$ $\frac{1}{R_4 C} = \frac{m_t}{T_2}$

<p>Передаточная функция звена</p>	<p>Структурная схема модели</p>	<p>Параметры структурной схемы</p>
$\frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{K(1+T_1 p)}{1+T_2 p}$ <p style="text-align: center;"><math>T_1 &gt; T_2</math></p>		$\frac{R_0}{R_1} = K \frac{T_1}{T_2} \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}};$ $\frac{R_0}{R_2} = \frac{R_6}{R_5} \frac{1}{R_3 C} = K \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right);$ $\frac{1}{R_4 C} = \frac{m_t}{T_2};$
$\frac{X_2}{X_1} = \frac{K}{1+2\zeta T p + T^2 p^2}$		$\frac{1}{R_1 C_1} = \frac{K m_t^2 m_{x_2}}{T^2 m_{x_1}^2};$ $\frac{R_6}{R_5} \frac{1}{R_2 C_1} = \frac{m_t^2}{T^2};$ $\frac{1}{R_4 C_2} = 1;$ $\frac{1}{R_3 C_1} = \frac{2\zeta m_t}{T}$

Система имеет следующие значения параметров:

- $K_1 = 1.08$  - коэффициент усиления магнитного усилителя;  
 $T_1 = 0.005$  с - постоянная времени магнитного усилителя;  
 $K_2 = -9$  - коэффициент усиления электронного усилителя;  
 $T_3 = 0.036$  с - постоянная времени корректирующего звена;  
 $K_4 = 1.04$  - коэффициент усиления рулевой машинки;  
 $T_4 = 0.04$  с - постоянная времени рулевой машинки;  
 $U_{\sigma}$  - сигнал, пропорциональный углу отклонения руля;  
 $\sigma$  - угол отклонения руля.

Рассмотрим методику моделирования аperiodического и реального дифференцирующего звеньев.

Передаточная функция аperiodического звена -

$$\frac{x_2(p)}{x_1(p)} = \frac{K}{1 + T p} \quad (1)$$

Введем масштабы  $m_t = \frac{t}{\tau} = \frac{p}{p_M}$ ;

$$m_{x_1} = \frac{100}{|x_1|_{\max}} = \frac{[m_{x_1} x_1]_{\max}}{|x_1|_{\max}}; \quad m_{x_2} = \frac{100}{|x_2|_{\max}} = \frac{[m_{x_2} x_2]_{\max}}{|x_2|_{\max}},$$

после замены переменных получим машинное уравнение в операторной форме:

$$p_M [m_{x_2} x_2] = K_{11} [m_{x_1} x_1] - K_{12} [m_{x_2} x_2], \quad (2)$$

где

$$K_{11} = \frac{K}{T} \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}} m_t; \quad K_{12} = \frac{m_t}{T}.$$

Как известно, реальное дифференцирующее звено имеет следующую передаточную функцию:

$$\frac{x_2(p)}{x_1(p)} = \frac{T p}{1 + T p} \quad (3)$$

Введем масштабы  $m_{x_2}$ ,  $m_{x_1}$ ,  $m_t$ , после замены переменных в передаточной функции (3) получим машинное уравнение

$$\frac{T}{m_{x_2} m_t} p_M [m_{x_2} x_2] = \frac{T}{m_{x_1} m_t} p_M [m_{x_1} x_1] - \frac{[m_{x_2} x_2]}{m_{x_2}}. \quad (4)$$

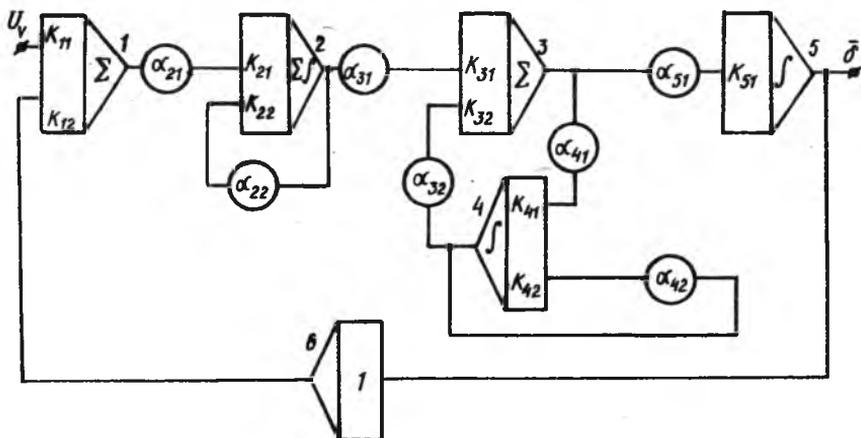
Это уравнение, требующее для своей реализации на АВМ дифференцирующий усилитель, можно несколько преобразовать, разделив обе части уравнения (4) на  $\frac{T}{m_{x_2} m_t} p_n$ .

В результате этого преобразования получим следующее машинное уравнение:

$$[m_{x_2} x_2] = \frac{m_{x_2}}{m_{x_1}} [m_{x_1} x_1] - \frac{m_t}{T} \frac{[m_{x_2} x_2]}{p_n} \quad (5)$$

В табл. 2 приведены схемы набора типовых звеньев. При их составлении использовалась методика, описанная выше.

Используя схемы 1, 2, 3 табл. 2, составляем для заданной структурной схемы блок-схему моделирования (рис. 2).



Р и с . 2

С помощью формул, приведенных в таблице, рассчитаем передаточные коэффициенты по входам усилителей, приняв масштабы звеньев следующими:

$$m_{x_2} = m_{x_1} = 1; \quad m_t = 0,04;$$

$$K_{11} = \frac{R_3}{R_1} = 1; \quad K_{12} = \frac{R_3}{R_2} = 1;$$

$$\alpha_{21} K_{21} = \alpha_{21} \frac{1}{R_4 C_1} = \frac{K_1}{T_1} m_t = 8,64;$$

$$\alpha_{22} K_{22} = \alpha_{22} \frac{1}{R_5 C_1} = \frac{m_t}{T_1} = 8;$$

$$\alpha_{31} K_{31} = \alpha_{31} \frac{R_6}{R_7} = 8,42;$$

$$\alpha_{32} K_{32} = \alpha_{32} \frac{R_6}{R_8} \alpha_{41} \frac{1}{R_9 C_2} = m_t \left( \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_4} \right) = -0,108;$$

$$\alpha_{42} K_{42} = \alpha_{42} \frac{1}{R_{10} C_2} = \frac{m_t}{T_4} = 1;$$

$$\alpha_{51} K_{51} = \alpha_{51} \frac{1}{R_{11} C_3} = m_t = 0,04;$$

$$K_{61} = \frac{R_{13}}{R_{12}} = 1.$$

Окончательно принятые в схеме набора коэффициенты имеют такую размерность:

$$K_{11} = 1; \quad K_{12} = 1; \quad K_{21} = 10; \quad \alpha_{21} = 0,864;$$

$$K_{22} = 10; \quad \alpha_{22} = 0,8; \quad K_{31} = 10; \quad \alpha_{31} = 0,842;$$

$$K_{32} = 1; \quad \alpha_{32} = 0,2; \quad \alpha_{41} = 0,54; \quad K_{42} = 1;$$

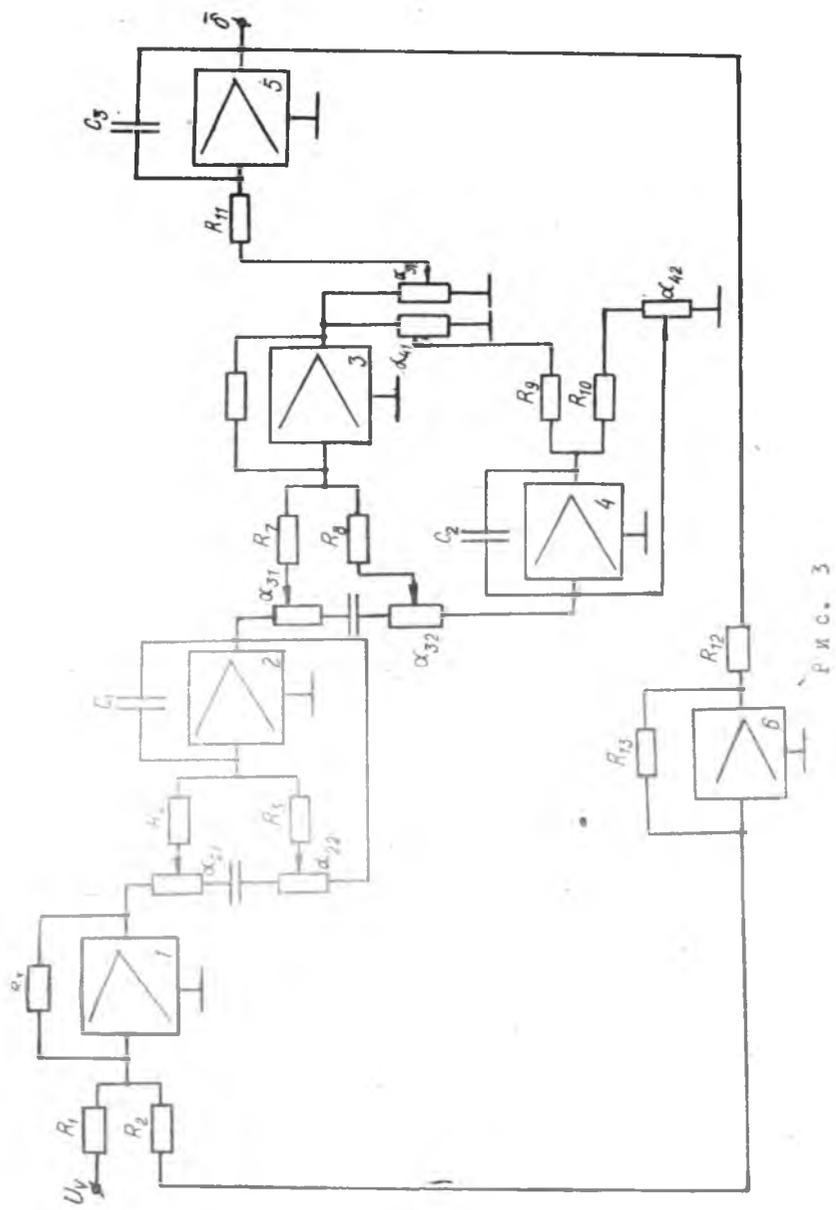
$$K_{51} = 1; \quad \alpha_{51} = 0,04; \quad K_{61} = 1; \quad \alpha_{42} = 1.$$

Рабочая схема набора на АВМ с указанием нумерации усилителей и делителей представлена на рис. 3.

Так как исходная система дифференциальных уравнений линейная, выбор масштабов переменных не имеет принципиального значения, поскольку результаты исследования можно представить в относительных единицах. Необходимо только в процессе моделирования следить за тем, чтобы решающие усилители не попадали в режим насыщения ("не зашкаливали") при подаче на вход модели единичного воздействия в пределах до 100 В.

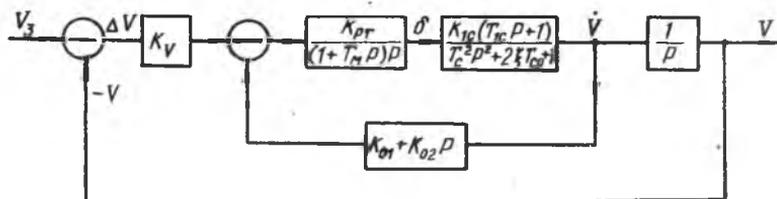
#### ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться по описанию работы № I с устройством АВМ (МН-7) и ее управлением.



Р. И. С. 3

2. Пользуясь табл. I, для одной из двух структурных схем (рис. 4, 5) по указанию преподавателя сосчитать постоянные времени и коэффициенты усиления звеньев системы для двух значений масштаба времени.



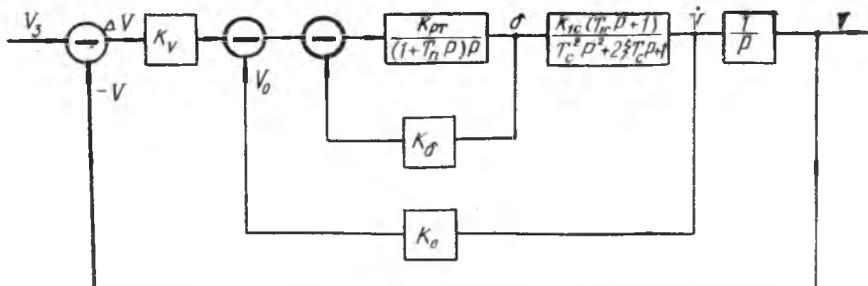
Р и с. 4

На рис. 4 (вариант № 1):

$$\begin{aligned}
 K_{\nu} &= 11,5 \text{ В/град}; & K_{p,T} &= 0,495 \frac{\text{рад} \cdot \text{с}}{\text{В}}; \\
 T_M &= 0,066 \text{ с}; & K_{1C} &= 0,088 \text{ 1/с}; & T_{1C} &= 1,27 \text{ с}; \\
 T_c &= 0,725 \text{ с}; & \zeta &= 0,476; & K_{01} &= 26,7 \text{ В/рад/с}; \\
 K_{02} &= 28,6 \text{ В/рад/с}
 \end{aligned}$$

На рис. 5 (вариант № 2):

$$\begin{aligned}
 K_{\nu} &= 0,76 \text{ В/град}; & K_{p,T} &= 2,48 \frac{\text{с}}{\text{В}}; & K_{1C} &= 0,6 \text{ 1/с}; & K_D &= 0,43 \text{ В/град}; \\
 K_0 &= 0,46 \text{ В/0/с}; & \zeta &= 0,41; & T_M &= 0,066 \text{ с}; & T_{1C} &= 1,83 \text{ с}. \\
 T_c &= 0,67 \text{ с};
 \end{aligned}$$



Р и с. 5

По машинной структурной схеме составить схему моделирования.

3. Набрать задачу на АВМ (МН-7).

4. Снять графики переходного процесса и определить перерегулирование процесса.

5. Изменив коэффициенты усиления и постоянные времени, испытать два - три варианта набранной схемы. Определить критический коэффициент усиления системы.

6. Построить графики переходного процесса для различных вариантов задания коэффициентов усиления и постоянных времени звеньев системы.

#### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Структурная схема моделируемой системы.

2. Расчет масштабов. Расчеты постоянных времени и коэффициентов усиления звеньев системы.

3. Блок-схема набора задачи на АВМ (МН-7) с указанием номеров блоков и величин передаточных коэффициентов.

4. Графики переходного процесса для различных вариантов задания коэффициентов усиления и постоянных времени звеньев системы.