МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве методических указаний для студентов Самарского университета, обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 11.04.03 Конструирование и технология электронных средств

Составители: *С.В. Тюлевин, Е.С. Еранцева*

С А М А Р А
Издательство Самарского университета
2019

УДК 621.38(075)
ББК 32.85я7

Составители: ***С.В. Тюлевин, Е.С. Еранцева***

Рецензент доц. К. Е. В о р о н о в

Индивидуальное прогнозирование показателей качества электронных средств методами теории распознавания образов: метод. указания / сост. *С.В. Тюлевин, Е.С. Еранцева*. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. – 12 с.

Методические указания предназначены для магистрантов, обучающихся по направлению 11.04.03 Конструирование и технология электронных средств, при изучении дисциплины «Управление качеством электронных средств (ЭС) специального назначения (СН)».

Разработаны на кафедре конструирования и технологии электронных систем и устройств.

УДК 621.38(075)
ББК 32.85я7

© Самарский университет, 2019

1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА КОНДЕНСАТОРО МЕТОДОМ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Постановка задачи прогнозирования сводится так же, как и в методе дискриминантных функций, к нахождению оператора прогнозирования.

Сущность индивидуального прогнозирования методом потенциальных функций состоит в таком нелинейном преобразовании пространства признаков, которое усиливает, подчеркивает разделение классов. Кроме того, в самой процедуре обработки результатов обучающего эксперимента предлагается оперировать не со значениями признаков, а с их разностью. Но так как каждый признак имеет свою физическую природу, а значит и размерность, применяют нормирование признаков для того, чтобы получить безразмерные величины. При этом желательно такое нормирование, которое бы содействовало лучшей разделимости классов.

Предлагается осуществить нормирование следующим образом:

$$x_{iн}^{(j)} = x_i^{(j)} / D^{*1/2}[\overline{x_i}],$$

где $x_{iн}^{(j)}$ – нормированное значение i-го признака j-го экземпляра; $x_i^{(j)}$ – измеренное значение i-го признака j-го экземпляра; $D^{*1/2}[\overline{x_i}]$ – оценка дисперсии i-го признака по всем n экземплярам.

Для простоты записи далее будем обозначать $x_i^{(j)}$ как $x_i^{(j)}$.

Переходя от значений признаков к их разностям, находят $R_i^{(jl)}$ – единичное расстояние между значениями i-го признака для j-го и l-го экземпляров:

$$R_i^{(jl)} = \left| x_i^{(j)} - x_i^{(l)} \right|.$$

Обобщенное расстояние по всем k признакам для j-го и l-го экземпляров определяют выражением:

$$R_i^{(jl)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left| x_i^{(j)} - x_i^{(l)} \right|^2} .$$

Введем понятие потенциала j-го экземпляра, наводимого на него I-м экземпляром:

$$\varphi^{(\mathrm{jl})} = Q_1 / 1 - \alpha [R^{(\mathrm{jl})}]^{\beta} ,$$

где α и β – коэффициенты, определяемые экспериментально (часто берут α = 4 и β = 3); Q_1 = ±1 – коэффициент, учитывающий класс (K_1 и K_2), к которому принадлежит l-й экземпляр.

Условимся, если потенциал наводится от экземпляра, принадлежащего к классу K_1, то Q_1 = 1, в противном случае Q_1 = –1.

Однако величина потенциала $\left|\varphi^{(\mathrm{jl})}\right|$ – представление о взаимном расположении только двух векторов признаков (j-го и l-го экземпляра) в нелинейно преобразованном пространстве. Поэтому переходят к обобщенному суммарному потенциалу каждого экземпляра, для чего используют весь массив исходных данных обучающего.

Пусть по результатам обучающего эксперимента оказалось, что число экземпляров, принадлежащих к классу K_1, равно n_1, а число экземпляров класса K_2 – n_2; $n_1 + n_2 = n$. Тогда, располагая значениями всех $\varphi^{(jl)}$ (j,1 = 1,2…n; j ≠ 1), можно вычислять суммарный потенциал каждого экземпляра, используемого в обучающем эксперименте.

Условимся далее обозначать $j \in K_1$ или $j \in K_2$, если j-й экземпляр принадлежит соответственно j классу K_1 или K_2. Обозначим $\varphi_{j \in K1,\sum}$ – суммарный потенциал, наводимый на j-й экземпляр класса K_1 всеми остальными (n-1) экземплярами, используемыми в обучающем эксперименте, и $\varphi_{j \in K2,\sum}$ всеми остальными (n-1) экземплярами.

Тогда для любого j-го экземпляра, принадлежащего к классу K1, этот суммарный потенциал находится по формуле

$$\varphi_{j \in K1,\sum} = \frac{1}{n_1} \sum_{l \in k1} \varphi^{(jl)} + \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{\substack{l \in k2 \\ l = j}} \varphi^{(jl)} .$$

Пусть $\Pi_{\varphi} = 0$. Тогда если $\varphi_{j\in K1,\sum} \geq 0$, то j-й экземпляр относим к классу K_1; если $\varphi_{j\in K2,\sum}$ <0, то j-й экземпляр относим к классу K_2. Число ошибочных решений обозначим n/(K_1/реш.K_2)

$$\varphi_{j\in K2,\sum} = \frac{1}{n_1}\sum_{l\in k1}\varphi^{(jl)} + \frac{1}{n_2 - 1}\sum_{\substack{l\in k2 \\ l=j}}\varphi^{(jl)} .$$

Если $\varphi_{j\in K2,\sum}$ <0, то j-й экземпляр принадлежит к классу K_2, если $\varphi_{j\in K2,\sum} \geq 0$ – принимает решение об отнесении j-го экземпляра к классу K_1. Число ошибочных решений обозначим n (K_2/реш.K_1).

Если оценки вероятностей ошибочных решений согласуются с установленными требованиями, можно пользоваться для прогнозирования класса изделий этого вида. Для этого необходимо определить суммарный потенциал каждого m-го экземпляра, вновь предъявленного к прогнозированию, по выражению

$$\varphi_{m,\sum} = \frac{1}{n_1}\sum_{l\in k1}\varphi^{(mj)} + \frac{1}{n_2}\sum_{l\in k2}\varphi^{(\mathrm{mj})} .$$

Если прогнозируемый m-й экземпляр принадлежит к классу K1, то первая сумма будет велика, а вторая мала, и наоборот.

2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА МЕТОДОМ ДИСКРИМИНАНТНЫХ ФУНКЦИЙ

Представим каждый j-й экземпляр, характеризуемый значениями признаков ${x^{(j)}}_1, {x^{(j)}}_2 ..., {x^{(j)}}_k$ некоторой точкой в k-мерном пространстве признаков.

Задача индивидуального прогнозирования с классификацией на основе теории распознавания образов здесь заключается в разделении этого k-мерного пространства признаков с помощью некоторой (k-1) – мерной поверхности на две области, соответствующие классам К1 и К2. Эта разделяющая поверхность в общем случае задается уравнением $g(x_1,x_2\ldots,x_k)$=const. Функция $g(x_1,x_2\ldots,x_k)$ называется дискриминантной. Для распознавания класса какого-либо экземпляра достаточно по измеренным значениям его признаков определить, в какой области k-мерного пространства находится точка, координаты которой задаются этими значениями [8–10].

В общем виде постановка задачи такого прогнозирования сводится к нахождению оператора $H_{кл}$ – оператора индивидуального прогнозирования по признакам с классификацией.

Рассмотрим случай, когда поверхностью, разделяющей пространство на две области, является гиперплоскость.

Уравнение (k-1) – мерной гиперплоскости в k-мерном пространстве признаков имеет вид:

$$g(x_1,x_2\ldots,x_k)=B_1x_1+ B_2x_2+\ldots B_kx_k=\Pi_g,$$

где Π_g, B_1, B_2,… B_k – постоянные коэффициенты, задающие положение гиперплоскости в k-мерном пространстве.

Тогда имеем дискриминантную функцию $g(x_1,x_2\ldots,x_k)=B_1x_1+ B_2x_2+\ldots B_kx_k$. Размерность коэффициентов B_1 обратна размерности соответствующих признаков $\bar{x}_i$.

Необходимо отыскать такие значения коэффициентов B_i и Π_g , которые наилучшим образом (в смысле минимума ошибочных классификацией) задавали бы положение этой гиперплоскости в пространстве признаков.

Поскольку объем выборки, используемой в обучающем эксперименте, ограничен, то по его результатам определяются не истинные значения коэффициентов B_i , а только их оценки B_i .

Рассмотрим в общем виде метод нахождения оценок B_i. По данным обучающего эксперимента известен фактический класс, к которому принадлежит каждый из n экземпляров – $K_1^{(j)}$. Если все экземпляры, попавшие в класс K_1 и соответственно в класс K_2, можно найти оценки условных матожидания и дисперсии каждого i-го признака $\bar{x}_i$ при условии, что экземпляр принадлежит к классу K_i:

$$M^*[\overline{x_i} / K_1] = 1/n1 \sum_{\substack{j=1 \\ j \in K1}}^{n} x_i^{(j)} ,$$

$$D^*[\overline{x_i} / K_1] = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \in K1}}^{n} \{x_i^{(j)} - M^*[\overline{x_i} / K_1]\}^2 ;$$

и к классу K_2:

$$M^*[\overline{x_i} / K_2] = 1/n1 \sum_{\substack{j=1 \\ j \in K2}}^{n} x_i^{(j)} ,$$

$$D^*[\overline{x_i} / K_2] = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \in K2}}^{n} \{x_i^{(j)} - M^*[\overline{x_i} / K_2]\}^2 .$$

Здесь n_1, n_2, – число экземпляров класса K_1 и K_2 соответственно $n_1 + n_2 = n$.

Используя теоремы о числовых характеристиках случайных величин, определим оценки условных матожиданий случайной величины:

$G = g(\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_k)$.

При условии, что экземпляр принадлежит к классу K_1:

$$M[G / K1] = \sum_{i=1}^{k} \beta M^*[\overline{x_i} / K_1]$$

и к классу K_2:

$$M[G / K2] = \sum_{i=1}^{k} \beta M^*[\overline{x_i} / K2],$$

а также соответствующие оценки условных дисперсий, полагая для простоты, что признаки между собой некоррелированны:

$$\mathrm{D}^*[G / K1] = \sum_{i=1}^{k} \beta_i^2 D^*[\overline{x_i} / K_1] ,$$

$$\mathrm{D}^*[G / K2] = \sum_{i=1}^{k} \beta_i^2 D^*[\overline{x_i} / K_2] .$$

Критерием оптимизации при нахождении оценок коэффициентов β_i может быть выражение вида:

$$\frac{M^*[G/\mathrm{K}_1]-M^*[G/\mathrm{K}_2]}{\sqrt{D^*[G/\mathrm{K}_1]-D^*[G/\mathrm{K}_2]}}\to extr\cdot$$

Подставив в это выражение оценки условных матожидайний и дисперсий случайной величины G, определяемые выражениями, получим:

$$V(\beta_1,\beta_2,...\beta_k)=\left|\frac{\sum_{i=1}^{k}\beta_i M^*[\overline{x_i}/K_1]-\sum_{i=1}^{k}\beta_i M^*[\overline{x_i}/K_2]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\beta_i^2 D^*[\overline{x_i}/K_1]+\sum_{i=1}^{k}\beta_i^*\,\mathrm{D}^*[\overline{x_i}/K_2]}}\right|.$$

Взяв частные производные $\frac{\partial^2 V}{\partial\beta_i}$ и приравняв их к нулю, получим систему k алгебраических уравнений с k неизвестными β_1, β_2,… β_k для нахождения оптимальных оценок $\beta_{iопт}$. Полученные $\beta_{iопт}$ будут определять наилучший «наклон» гиперплоскости в пространстве признаков.

Теперь необходимо найти пороговое значение Пg для дискриминантной функции $g(x_1,x_2…,x_k)$, которое задает наилучшее положение разделяющей гиперплоскости. Очевидно, должно выполняться:

$$M^*[G/K_1]>\Pi_g>M^*[G/K_2] \text{ или } M^*[G/K_1]<\Pi_g<M^*[G/K_2].$$

При изменении порога будут изменяться вероятности ошибочных решений. Величину порога можно найти путем нескольких просчетов вероятности ошибочных решений по данным обучающего эксперимента для различных Π_g и выбором такого из них, при котором оказалась наименьшей вероятность ошибочных решений.

Если полученная вероятность не превышает допустимого значения, найденный оператор можно использовать для прогнозирования класса новых экземпляров (не участвовавших в обучающем эксперименте). Для этого измеряются значения признаков $x_i^{(m)}$ нового m-го экземпляра и вычисляются дискриминантная функция

$$G^{(m)}=g(x_1^{(m)},x_1^{(m)},...,x_k^{(m)})=\sum_{i=1}^{k}x_i^{(m)}\beta_i\,.$$

Если имеет место неравенство $M^*[G/K_1] > M^*[G/K_2]$ и при этом $G^{(m)} > П_g$, то принимается решение об отнесении m-го экземпляра к классу K_1, если $G^{(m)} < П_g$, то принимается решение об отнесении его к классу K_2.

3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА МЕТОДОМ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ (МРМ)

Оценка значений прогнозируемого параметра j-го экземпляра для случая, когда принимается линейная модель зависимости между $\bar{x}$ и $\bar{y}$, находится из выражения:

$$y^{*(j)}(t_{пр}) = H_x\left[\left\{x_i^{(j)}\right\}\right] = B_0 + B_1 x_1^{(j)} + \ldots + B_i x_i^{(j)} + \ldots B_k x_k^{(j)},$$

где $x_i^{(j)}$ – значение i-го признака j-го экземпляра; B_i – постоянные коэффициенты; H_x – оператор индивидуального прогнозирования по признакам с оценкой значения прогнозируемого параметра.

Для нахождения коэффициентов B_i в линейной регрессионной модели (1) удобнее перейти к центрированным и нормированным значениям $\bar{x}_{in}$ случайных величин x_i, которые определяются по формуле:

$$\bar{x}_{iц} = \frac{\bar{x}_i - M^*\left[\bar{x}_i\right]}{D^{*1/2}\left[\bar{x}_i\right]} \quad .$$

Здесь $M^*\left[\bar{x}_1\right]$ и $D^{*1/2}\left[\bar{x}_1\right]$ – оценка матожидания и среднего квадратичного отклонения случайной величины $\bar{x}_i$, вычисленные по данным обучающего эксперименты:

$$M^*\left[\bar{x}_i\right] = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_i^j;$$

$$D^{*1/2}\left[\overline{x}_i\right] = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(x_i^{(j)} - M^*[\overline{x}_i])^2} \quad .$$

Какова бы ни была центрированная и нормированная случайная величина $\overline{y}_ц$ и k случайных величин $\overline{x}_{1ц}, \overline{x}_{2ц}, ..., \overline{x}_{kц}$, тоже центрированных и нормированных, всегда можно найти такие коэффициенты b_1 при которых будет иметь место равенство

$$y_ц = b_1\overline{x}_{1ц} + b_2\overline{x}_{2ц} + ... + b_k\overline{x}_{kц} + \Delta\overline{y}$$

независимо от законов распределения этих случайных величин.

В этом выражении b_i – постоянные коэффициенты регрессионной модели с центрированными и нормированными значениями случайных величин, $\Delta\overline{y}$ – ошибка прогнозирования, которая содержит все то, что не дает линейной связи между прогнозируемым параметром $y_ц$ и признаком $\left\{\overline{x}_{iц}\right\}$.

Все коэффициенты должны быть такими, чтобы дисперсия ошибки $D\left[\Delta\overline{y}\right]$ была минимальна, а матожидание ошибки $M\left[\Delta\overline{y}\right]$ было равно нулю, т.е.

$$D\left[\Delta\overline{y}\right] \to \min, M\left[\Delta\overline{y}\right] \to 0 .$$

Таким b_1 являются коэффициенты, получаемые из следующей системы уравнений:

$$r_{1Ц} = b_1 r_{11} + b_2 r_{12} + ... + b_i r_{1i} + ... + b_k r_{1k};$$

$$r_{1Ц} = b_1 r_{11} + b_2 r_{12} + ... + b_i r_{1i} + ... + b_k r_{1k};$$

$$...$$

$$r_{1Ц} = b_1 r_{l1} + b_2 r_{l2} + ... + b_i r_{li} + ... + b_k r_{lk};$$

$$...$$

$$r_{1Ц} = b_1 r_{k1} + b_2 r_{k2} + ... + b_i r_{ki} + ... + b_k r_{kk};$$

где $r_{1ц}$ – коэффициент корреляции между l-м признаком и прогнозируемом параметром,

r_{li} – коэффициент корреляции между l-м и i-м признаками,

i, l=1, 2,…,k, причем $r_{li} = r_{il}, r_{ii} = 1$.

В этом случае ошибка $\Delta \bar{y}$ оказывается некоррелированной с любым из $\bar{x}_i$. Решая систему k уравнений с k неизвестными, найдем искомые коэффициенты с центрированными и нормированными случайными величинами. Для перехода к оценочному выражению, необходимо пересчитать значения коэффициентов b_i в новые коэффициенты B_i по формуле:

$$B_i = b_i \frac{D^{*1/2}\left[\bar{y}\right]}{D^{*1/2}\left[\bar{x}\right]}; B_0 = M^*\left[\bar{y}\right] - \sum_{i=1}^{k} b_i M^*\left[\bar{x}_i\right] \frac{D^{*1/2}\left[\bar{y}\right]}{D^{*1/2}\left[\bar{x}_i\right]}.$$

Если дисперсия ошибки не превышает допустимого значения, оператор прогнозирования можно рекомендовать для оценки значения прогнозируемого параметра новых экземпляров. В этом случае, измерив для m-го экземпляра значения его признаков, получим оценку $y^{*(m)}(t_{np})$ в виде:

$$y^{*(m)}(t_{np}) = B_0 + B_1 x^{(m)}{}_1 + B_2 x^{(m)}{}_2 + \ldots + B_k x^{(m)}{}_k.$$

Методические материалы

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Методические указания

Составители: ***Тюлевин Сергей Викторович,***
Еранцева Екатерина Сергеевна

Редактор *А.С. Никитина*
Верстка: *А.С. Никитина*

Подписано в печать 08.08.2019. Формат 60х84 1/16.
Бумага офсетная. Печ. л. 0,75.
Тираж 25 экз. Заказ . Арт. – 72(Р1М)/2019.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА» (САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.