

КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ С.П.КОРОЛЕВА

ДИНАМИКА ПОЛЕТА

КУЙБЫШЕВ
1975

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С.П. КОРОЛЕВА

ДИНАМИКА ПОЛЕТА

Руководство к лабораторным работам

Утверждено
на редакционном совете
22/У - 1975 г.

Куйбышев 1975

Руководство к лабораторным работам по курсу "Динамика полета самолета" и "Динамика полета летательного аппарата" состоит из описания шести лабораторных работ. Первые две выполняются на ЭЦВМ, остальные – на АВМ. Каждая лабораторная работа имеет свою теоретическую часть, детальный план выполнения работы и необходимое количество вариантов лабораторного задания.

Составители: Белоконов В.М., Титов Б.А.

По мере роста скоростей полета современных летательных аппаратов все большее значение приобретают неустановившиеся режимы полета. Соответственно этому появляются и становятся необходимыми новые методы исследования движения аппаратов, основанные на широком применении электронной цифровой и аналоговой вычислительной техники.

Моделирование движения летательного аппарата на ЭЦМ или АБМ позволяет наблюдать изменение во времени всех характеристик движения (высоты, скорости, угла атаки, угловых скоростей и т.п.), выявить влияние различных факторов на устойчивость и управляемость летательного аппарата, определить оптимальные режимы полета и подобрать наиболее благоприятные характеристики автоматических средств.

В данном руководстве рассматривается моделирование различных случаев движения летательного аппарата (движения центра масс и движения относительно центра масс). Они способствуют более глубокому пониманию основных закономерностей движения летательного аппарата, существенно оживляют весь курс "Динамики полета".

В первых двух работах анализируется моделирование движения центра масс летательного аппарата на ЭЦМ "Одра-1013". Выполнение этих работ преследует цель получения первоначальных сведений о решении сложных инженерных задач динамики полета с применением цифровой вычислительной техники, необходимых для дальнейшей работы по курсовому и дипломному проектированию.

Остальные работы посвящены моделированию на АБМ движения летательного аппарата относительно центра масс. Здесь иллюстрируются основные вопросы курса "Устойчивость и управляемость летательных аппаратов". Выполнение этих работ производится на серийных машинах типа МН-7 или МН-7М.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА

НА ЭЦВМ

"ОДРА - 1013"

Содержание работы

1. Изучение программирования на автокоде МОСТ-I на примере конкретной программы решения трансцендентного уравнения.
2. Составление рабочей программы решения задачи динамики полета, согласно индивидуальному заданию.
3. Решение задачи на ЭЦВМ "Одра-1013", проверка и оформление результата.

Перед выполнением данной лабораторной работы необходимо изучить основы программирования на алгоритмическом языке машины "Одра-1013" автокоде МОСТ-I по краткому описанию [1] этого языка. Более полные сведения о программировании на автокоде МОСТ - I можно почерпнуть в технической документации завода-изготовителя [2].

Сведения, касающиеся выбора алгоритмов счета, их описания и применения, можно найти в целом ряде монографий и учебников [3].

Изучение программирования на автокоде МОСТ-I целесообразно начать с внимательного просмотра действий конкретной программы какой-либо несложной задачи.

В настоящей лабораторной работе предлагается изучить приемы программирования на примере решения трансцендентного уравнения Кеплера.

Решение трансцендентных уравнений

Уравнение $F(x) = f(x) + \gamma(x) = 0$ называется трансцендентным, если хотя бы одна из функций $f(x)$ или $\gamma(x)$ не является алгебраической [3].

Пример I. Уравнение вида $x = a \sin x + b$ относительно переменной x является трансцендентным.

В общем случае трансцендентные уравнения не имеют аналитического решения и могут быть разрешены только приближенно с помощью какой-либо численной процедуры.

Рассмотрим в качестве такой процедуры метод Ньютона решения нелинейных уравнений применительно к одному трансцендентному уравнению.

Метод Ньютона является итерационным методом. Последовательные приближения к искомому корню трансцендентного уравнения

$$F(x) = 0$$

строятся по формуле

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}, \quad (1)$$

где x_n , $x_{n+1} - \epsilon$ и $(n+1) - \epsilon$ соответственно приближения к искомому корню.

Вычисления по методу Ньютона ведут до тех пор, пока не будет реализована заданная точность. Обычно условием достижения заданной точности является неравенство

$$\left| \frac{F(x_n)}{F'(x_n)} \right| < q, \quad (2)$$

где q - заданная малая величина, выражающая допустимую погрешность.

Для начала итерационного процесса по методу Ньютона необходимо знать нулевое приближение x_0 . Это нулевое приближение может быть получено, например, в результате грубой прикидки корня из геометрических или физических соображений. Важно только, чтобы это нулевое приближение x_0 удовлетворяло соотношению

$$F(x_0) F'(x_0) > 0, \quad (3)$$

обеспечивающему в методе Ньютона наиболее быструю сходимость.

Неправильно подобранное нулевое приближение ведет к чрезмерно большому числу итераций, что выражается в относительно большой продолжительности машинного времени счета по программе.

Для решения системы двух трансцендентных уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} F(x, y) &= 0, \\ G(x, y) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

существует следующая модификация метода Ньютона:

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - \frac{\Delta x^{(n)}}{J(x_n, y_n)}; \\ y_{n+1} &= y_n - \frac{\Delta y^{(n)}}{J(x_n, y_n)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\Delta_x^{(n)} = \left| \begin{array}{c} F(x_n, y_n) F_y'(x_n, y_n) \\ G(x_n, y_n) G_y'(x_n, y_n) \end{array} \right|;$$

$$\Delta_y^{(n)} = \left| \begin{array}{c} F_x'(x_n, y_n) F(x_n, y_n) \\ G_x'(x_n, y_n) G(x_n, y_n) \end{array} \right|,$$

а якобиан $J(x_n, y_n) = \left| \begin{array}{c} F_x'(x_n, y_n) F_y'(x_n, y_n) \\ G_x'(x_n, y_n) G_y'(x_n, y_n) \end{array} \right| \neq 0$.

Начальные приближения x_0, y_0 определяются по-прежнему в результате грубой прикидки или из геометрических и физических соображений.

Условие достижения заданной точности в данном случае можно записать в виде

$$\left| \frac{F(x_n)}{F'(x_n)} \right| < q; \quad \left| \frac{G(x_n)}{G'(x_n)} \right| < q.$$

Выражения $\Delta_x^{(n)}, \Delta_y^{(n)}$ и $J(x_n, y_n)$ в формуле (4) могут быть переписаны по правилу раскрытия определителя второго порядка:

$$\Delta_x^{(n)} = F(x_n, y_n) G_y'(x_n, y_n) - G(x_n, y_n) F_y'(x_n, y_n);$$

$$\Delta_y^{(n)} = F_x'(x_n, y_n) G(x_n, y_n) - G_x'(x_n, y_n) F(x_n, y_n);$$

$$J(x_n, y_n) = F_x'(x_n, y_n) G_y'(x_n, y_n) - G_x'(x_n, y_n) F_y'(x_n, y_n).$$

ПРИМЕР СОСТАВЛЕНИЯ ПРОГРАММЫ

Рассмотрим программу решения уравнения Кеплера, записанного в виде

$$F(E) = E - e \sin E - M = 0,$$

где E - угол эксцентрической аномалии;

e - эксцентриситет;

M - угол средней аномалии.

Пусть программа содержит следующие требования:

вычислить с точностью до $q = 0,00005$ корни уравнения Кеплера для множества параметров e и M , изменяющихся от 0,1 до 0,6 с шагом 0,1;

проверить корни подстановкой в уравнение;
представить результаты решения и проверки в виде таблиц с двумя
выходами, имеющими заголовки и обозначения.

Составлению программы предшествует выбор алгоритма решения, т.е.
системы формальных правил, четко определяющих процесс вычислений.

В нашем примере в основу алгоритма решения положен итерационный
метод Ньютона. Расчет последовательных приближений для корней урав-
нения Кеплера будет проводиться по формуле (I), которая в данном
примере приобретает вид

$$E_{n+1} = E_n - \frac{E_n - e \sin E_n - M}{1 - e \cos E_n}$$

Условие (2) достижения заданной точности вычисления корня имеет
вид

$$\left| \frac{E_n - e \sin E_n - M}{1 - e \cos E_n} \right| < \rho$$

За нулевое приближение можно принять величину

$$E_0 = M + e \sin M.$$

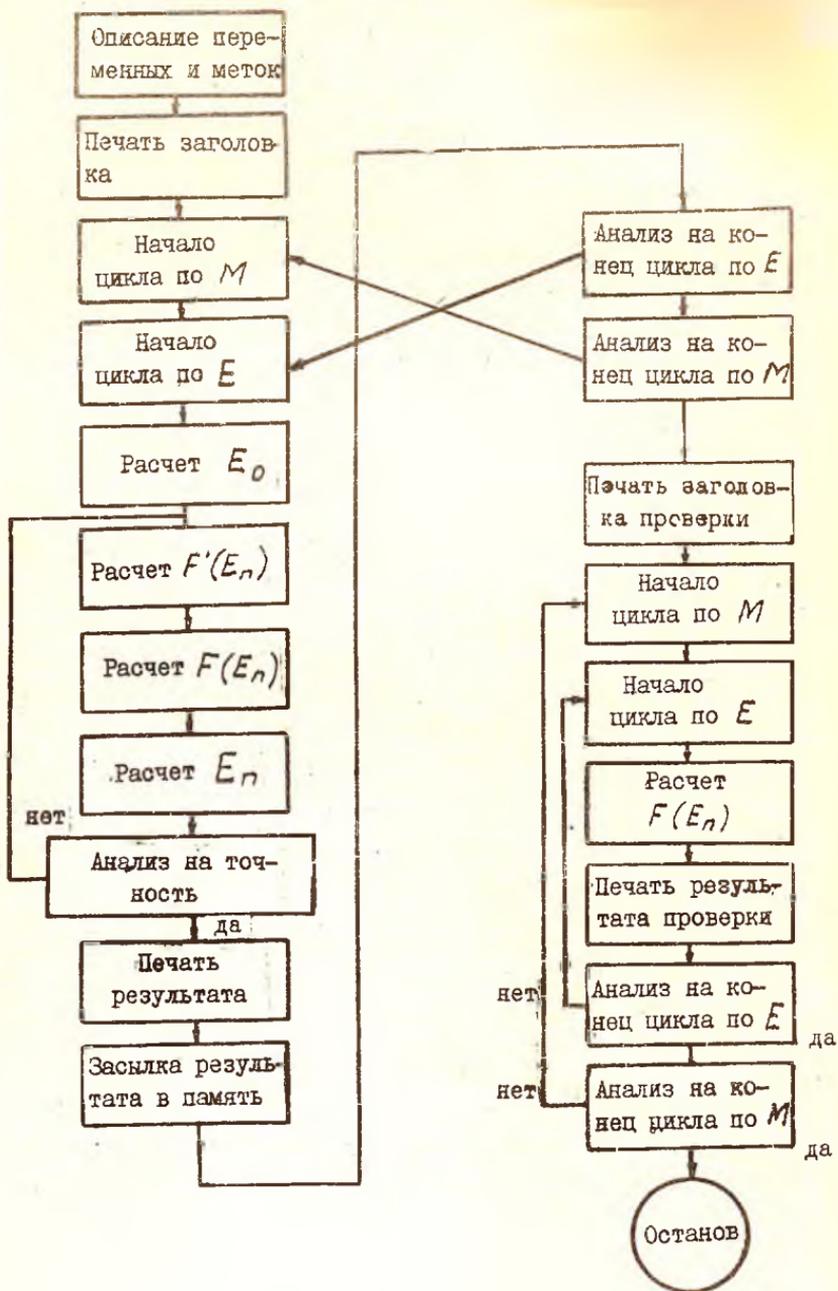
Составление программы начинается с подготовки ее блок-схемы, кото-
рая определяет логику решения задачи. Для этого процесс решения
представляется в виде отдельных этапов. Каждый этап называется бло-
ком и изображается прямоугольником с соответствующей надписью внут-
ри фигуры. Например, "блок подготовки данных", "блок анализа на
точность" и т.п. Логические операции, начало и конец циклов, оста-
нов и некоторые другие этапы изображаются на блок-схеме кружками.
Затем блоки соединяют стрелками, показывающими связь между ними и
последовательность вычислений.

Блок-схема программы решения уравнения Кеплера, удовлетворяющая
всем перечисленным требованиям, приведена на стр.8.

После подготовки блок-схемы программы разрабатывается собственно
программа счета, т.е. детальная последовательность инструкций, ко-
торая описывает процесс решения задачи на алгоритмическом языке.
На стр.9 приводится текст алгол-программы решения уравнения Кеплера
в нашем примере, написанной на автокоде МОСТ-I. Справа от текста
программы даны пояснения ко всем блокам.

При выполнении настоящей лабораторной работы студентам вначале
следует провести подробный разбор примера программы, чтобы уяснить
смысл каждой элементарной инструкции, и только после этого можно
приступать к выполнению своего индивидуального задания.

Блок-схема программы решения уравнения Кеплера и его проверки



№ блока	Программа	Примечания
	INTEGER I REAL EMX36Y10Q LABEL 3 BEGIN	Описание переменных и меток
I	1: PRINTLINE 5 PRINTSPACE 20 PRINT N RESCENIE URAWNENIJA KEPLERA N PROCEDURE 3	Печать заголовка
	I=0	Засылка нуля в ячейку индексной переменной (очистка)
	Q=0,00005	Засылка точности
2	FOR M=0,1 STEP 0,1 UNTIL 0,6 PRINTLINE 2 PRINT M,0,1 PRINTSPACE 3	Начало цикла по M и печать исходных данных по M
3	FOR E=0,1 STEP 0,1 UNTIL 0,6	Начало цикла по E
	I=I+1	Увеличение индексной переменной на 1
4	X=SIN M X=X+E X=X+M	Расчет нулевого приближения
5	2: Y1=COS X Y1=Y1+E Y1=1-Y1	Расчет $F'(E_n)$

№ блока	Программа	Примечания
6	$Y = \sin X$ $Y = Y \oplus E$ $Y = X - Y$ $Y = Y - M$	Расчет $F(E_n)$
7	$Y = Y / Y1$ $X = X - Y$	Расчет E_{n+1}
8	GO TO 2 0 0 IF Q=ABS Y	Анализ на точность
9	PRINT X, 1.4	Печать результата
10	X1 = X	Засылка результата в память
11	END E	Конец цикла по E
12	END M	Конец цикла по M
13	PRINTLINE 5 PRINTSPACE 25 PRINT M PROVERKA M	Печать заголовка результатов проверки
	I = 0	
14	FOR M=0,1 STEP 0.1 UNTIL 0.6 PRINTLINE 2 PRINT M, 0.1 PRINTSPACE 3	Начало циклов по M
15	FOR E=0.1 STEP 0.1 UNTIL 0.6	Начало циклов по E
	I = I + 1	
16	$Y = \sin X1$ $Y = X1 - Y$ $Y = Y \oplus E$ $Y = Y - M$	Расчет $F(E)$

№ Слока	Программа	Примечания
17	PRINT Y, 1.4	Печать результатов проверки
18	END E	Конец цикла по <i>E</i>
19	END M	Конец цикла по <i>M</i>
20	STOP	Останов
	<pre> 3: PRINT # E 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 M # END START 1 </pre>	Печать обозначений к таблице <u>решения</u>

Примечания к программе

1. В начале программы приводятся описания переменных целого и действительного типов и меток (инструкции INTEGER, REAL, LABEL). По этой информации распределяются ячейки памяти для переменных и меток. Описание заканчивается инструкцией BEGIN, после которой с метки I начинается основная часть программы.

2. В программе используется одна переменная целого типа J. С помощью этой переменной организуется ссылка i-го результата решения уравнения Кеплера (корня) в X_i -ю ячейку памяти машин. Эта операция необходима для того, чтобы сразу после отыскания корней можно было провести проверку.

3. Печать обозначений в таблице результатов для удобства оформлена в виде процедуры. Обращение к этой метке осуществляется с помощью инструкции PROCEDURE 3.

4. Ввод числового материала отдельно в данной программе не требуется, так как числовые значения параметров *e* и *M* введены в основную программу при организации циклов по *e* и *M*.

5. Конечная инструкция в программе START¹ указывает, что выполнение программы начнется с метки I.

Основные операции при выполнении расчетов на ЭЦМ "ОДРА - 1013"

Перфорирование программы и числового материала. После составления программы на автокоде следует отперфорировать программу на телеграфной ленте с одновременной печатью контрольного текста программы на телетайпе типа Т-63.

Включение телетайпа Т-63. Для включения телетайпа необходимо нажать клавишу "L₀" или клавишу "LS", расположенные на пульте телетайпа в нише справа от клавиатуры. При нажатии клавиши "L₀" загорается зеленая лампочка, при нажатии клавиши "LS" - желтая, что сигнализирует о включении телетайпа.

Пробивка синхродорожки. Перед началом пробивки программы следует отперфорировать синхродорожку. Синхродорожка представляет собой перфорацию на бумажной ленте с постоянным шагом, проведенную приблизительно посередине ленты. Для транспортировки ленты и пробивки синхродорожки необходимо проделать следующие операции (рис.1):

нажать на кнопку 2;

нажать на клавишу РУС на клавиатуре телетайпа;

рычаг 3 повернуть против часовой стрелки до упора.

В результате из выходного отверстия I будет поступать бумажная лента с отперфорированной синхродорожкой. Длина синхродорожки в начале и конце любой ленты должна быть не менее 10-15 см для удобства ввода ее в машину.

Пробивка программы или числового материала. Перед началом пробивки программы или числового материала пробивают (т.е. нажимают на соответствующие клавиши) следующие служебные символы:

возврат каретки < ;

перевод строки ≡ ;

затем пробивают знак букв ЛАТ - если программа начинается с букв, или знак ЦИФ - если необходимо пробить цифры.

П р и м е р 2. Для пробивки на ленте инструкции x13-1-У1

нужно нажать последовательно клавиши

< ≡ ЛАТ X ЦИФ 1 3 = 1 - ЛАТ У ЦИФ 1

После этого пробивают возврат каретки < и перевод строки ≡, тем самым одна инструкция на бумажной ленте отделяется от последующей.

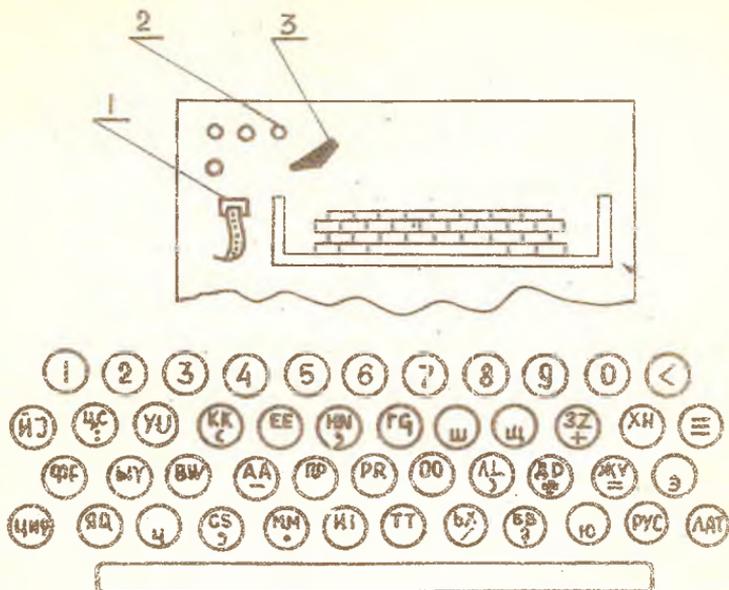


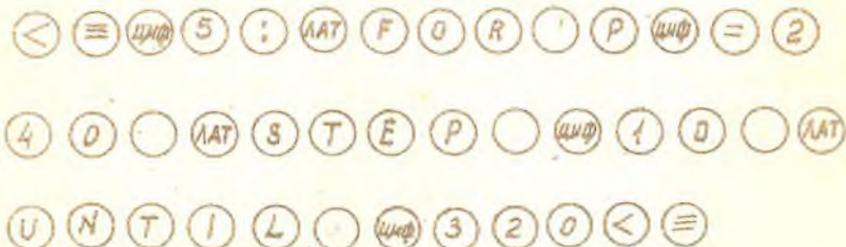
Рис. 1

Следует помнить, что после пробивки всей программы или числового материала обязательно пробивают синхродорожку (см. предыдущий пункт).

Пр и м е р 3. Для пробивки на ленте инструкции

5:FOR P=240 STEP 19 UNTIL 320

нужно нажать последовательно клавиши



Здесь обозначение  соответствует клавише интервала.

Выключение телетайпа Т-63. Для выключения телетайпа необходимо нажать на клавишу AUS на пульте телетайпа в ящике справа от клавиатуры.

Исправление ошибок при пробивке программы или числового материала на телетайпе Т-63. Если при пробивке материала ошибка замечена сразу, т.е. до возврата каретки и перевода строки, её можно исправить, зачеркнув пробитую неправильную инструкцию нажатием на клавишу .

Пример 4. Сделана ошибка при пробивке инструкции FOR ; пробито FOD .

Для исправления этой инструкции нужно нажать клавишу  и затем на клавиши    . Далее с новой строки пробить инструкцию без ошибки FOR , нажимая на клавиши    .

В том случае, если ошибка пропущена, т.е. сделаны возврат каретки и перевод строки, её можно исправить двумя способами:

если ошибка допущена в начале программы или числового материала, следует перебить ленту заново с самого начала;

если ошибка допущена в середине или в конце программы или числового материала, целесообразно провести реперфорирование ленты с помощью реперфоратора.

Реперфорирование. Реперфорирование может быть проведено на телетайпе, соединенном непосредственно с машиной, и на отдельном телетайпе типа Т-63. Пользуясь таблицей телетайпных кодов и перфораций (см. приложение), нужно отыскать на ленте ошибочные инструкции и отметить их карандашом. Ошибочная инструкция отмечается с двух сторон: от перфорации возврата каретки до перфорации перевода строки.

Пример 5. Сделана ошибка при пробивке инструкции $X=X/N$: пробито $X=X/K$, чему на бумажной ленте соответствуют следующие перфорации:



После установки ленты с ошибками в реперфоратор и пуска его де-

журным оператором нужно следить за прохождением карандашных рисок. Как только риска показалась в контрольном отверстии немедленно остановить реперфоратор и ошибочную инструкцию перебить с телетайпа. Затем ленту с ошибками передвинуть на реперфораторе так, чтобы вторая карандашная риска совпала с визиром реперфоратора, и вновь запустить реперфоратор.

При наличии известных навыков в обращении с телетайпом и реперфоратором можно исправить любое количество ошибок.

Подготовка машины к работе

Для подготовки машины к работе в память машины нужно ввести следующие обслуживающие программы:

"быстрый ввод" - с ячейки I7700;

" транслятор " - с ячейки I7400;

вспомогательные программы - с ячейки I7400.

Все операции по вводу обслуживающих программ в память машины выполняет дежурный оператор.

Ввод в память машины рабочей программы и числового материала. При вводе в машину рабочей программы, написанной на автокоде МОСТ-I, машина автоматически переводит программу на внутренний язык машины с помощью транслятора и записывает в память.

Для ввода в машину рабочей программы и числового материала нужно выполнить определенные операции на фотовводе и пульте машины.

Включение фотоввода. Для включения фотоввода необходимо нажать на прижимную планку 1 вниз до упора (рис.2). Рычаг 2 фотоввода бу-

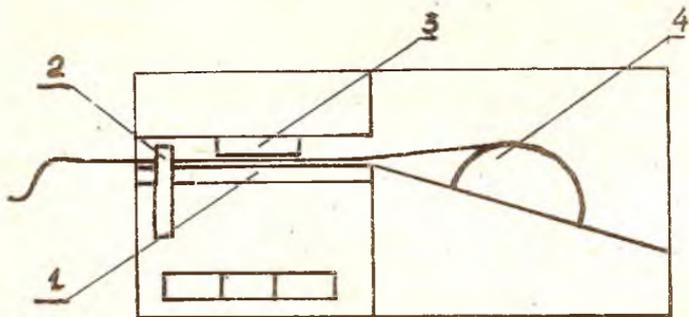


Рис.2

дет удерживаться в нижнем положении - в результате загорится подсветка фотоввода и включится двигатель протяжки бумажной ленты.

Установка ленты рабочей программы. Ленту с алгольной программой наматывают на кассету 4 фотоввода и начальные 10-15 см ленты с синхродорожкой заправляют в зазор между прижимной планкой I и башмаками тормозной системы фотоввода 3.

Устанавливают ленту трехрядной частью к фотовводу (рис. 3).

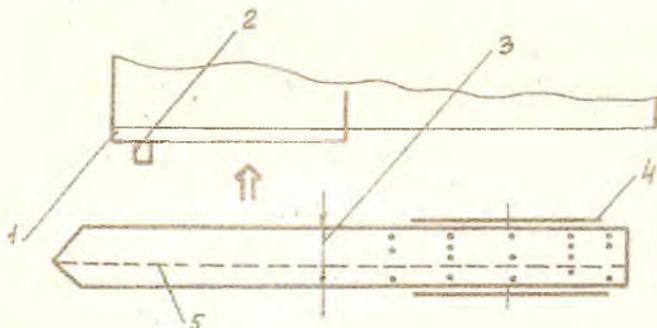


Рис. 3.

I - прижимная планка; 2 - рычаг фотоввода; 3 - трехрядная часть перфоленты; 4 - кассета; 5 - синхродорожка

Подготовка фотоввода к работе. После установки ленты с алгольной программой в фотоввод нужно выполнить следующие операции:

- отжать рычаг 2 фотоввода;
- нажать 3-4 раза на зеленую клавишу шагового режима;
- нажать на красную клавишу "ГОТОВ".

После этого фотоввод считается подготовленным к работе.

ВНИМАНИЕ!

На желтую клавишу фотоввода не нажимать — она включает холостую протяжку ленты!

Очистка аккумулятора. Для очистки аккумулятора следует нажать на красную клавишу "ЗЕР А" на пульте машины (рис.4).

При полной его очистке на сигнальной панели не должны гореть лампочки.

Очистка регистра команд. Для очистки регистра команд следует нажать на красную клавишу "ЗЕР В" на пульте машины.

Занесение в регистр команд адреса ячейки 10000. На регистре команд следует нажать на клавишу I2 и затем на черную клавишу "TAD R".

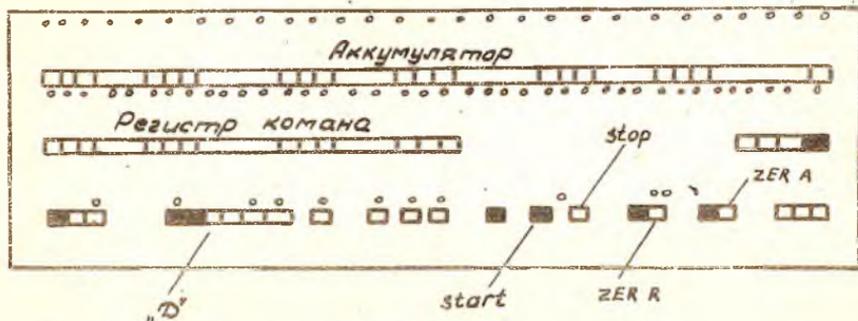


Рис.4

После выполнения операций 1-3 машина считается подготовленной к трансляции программы.

Пуск машины - нажать на черную клавишу "START". После этого машина начнет перевод рабочей программы на внутренний язык машины с последующей записью переведенной программы в память.

В процессе ввода программы машина печатает на телетайпе действительные адреса всех переменных, встречающихся в программе.

Пример 6.

n	17237
e	17236
J	17235
K	17233

Первый столбец в этой таблице представляет собой перечень всех переменных, встречающихся в программе. Число, стоящее за переменной - адрес ячейки, после которой расположены значения этой переменной в памяти машины. В этом случае, если в рабочей программе допущена ошибка, транслятор автоматически остановит машину, а телетайп напечатает инструкцию, в которой допущена ошибка.

Пример 7. Допущена ошибка в инструкции END K1. На ленте пробито ND K1.

При переводе этой инструкции машина остановится, и телетайп напечатает

Ω nd k1
Ω Ω

Такую ошибку можно исправить непосредственно с телетайпа, связанного с машиной. Для этого нужно:

на пульте машины клавишу " D " отжать;

на телетайпе нажать на клавиши $\langle \equiv \rangle$;

на телетайпе напечатать инструкцию без ошибки END K1 , нажимая на клавиши

A... E N D [] K 1... I $\langle \equiv \rangle$,

затем на телетайпе напечатать знак \mathcal{E} , который показывает, что машина правильно восприняла записанную с телетайпа инструкцию;

для продолжения перевода рабочей программы на телетайпе следует нажать клавиши

$\langle \equiv \rangle$ A... T A P E $\langle \equiv \rangle$;

на пульте машины нажать клавишу " D " .

После окончания перевода рабочей программы и записи ее в память машины телетайп напечатает адреса начальной и конечной ячеек свободного массива памяти.

Пр и м е р 8.

P 00375

S 05712

00375 - адрес начальной ячейки свободного массива памяти;

05712 - адрес конечной ячейки.

После перевода алгольной программы и записи ее в память машины необходимо ввести числовой материал. Для этого нужно:

поставить ленту с числовым материалом на фотоввод;

очистить аккумулятор;

очистить регистр команд;

нажать на клавишу " START " два раза.

В результате машина перейдет к вводу в память числового материала.

Расчет параметров равновесного режима сбалансированного полета самолета

Уравнения движения центра масс самолета, совершающего полет без крена и скольжения в плоскости большого круга в атмосфере сферической невращающейся Земли, записываются в прямоугольной вертикально-скоростной системе координат $Ox_c y_c z_c$ в виде [4]

$$\left. \begin{aligned}
 m \frac{dV}{dt} &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - Q(V, h, \alpha) - mg(h) \sin \theta; \\
 mV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y(V, h, \alpha) - \\
 &\quad - m \left[g(h) - \frac{V^2}{R_3 + h} \right] \cos \theta; \\
 \frac{dh}{dt} &= V \sin \theta; \\
 \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{V \cos \theta}{R_3 + h} R_3.
 \end{aligned} \right\} (5)$$

Поскольку рассматривается сбалансированный полет, уравнения движения относительно центра масс можно не учитывать. Условие равновесности режима полета означает, что при каждом фиксированном значении высоты полета $h = h_0$ выполняются тождественно соотношения

$$\frac{dV}{dt} = 0; \quad \frac{d\theta}{dt} = 0.$$

При этом масса самолета считается постоянной.

Так как высота h для равновесных режимов считается фиксированной, а правые части уравнений (5) от дальности не зависят, то в определении параметров равновесных режимов уравнения для $\frac{dh}{dt}$ и $\frac{d\alpha}{dt}$ не участвуют.

Таким образом, параметры равновесного режима полета самолета определяются следующей системой двух нелинейных трансцендентных уравнений, связывающих шесть независимых переменных

$$P, \alpha, V, h, \theta, m:$$

$$\left. \begin{aligned}
 F(P, \alpha, V, \theta, h, m) &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - Q(V, h, \alpha) - mg(h) \sin \theta = 0; \\
 G(P, \alpha, V, \theta, h, m) &= P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y(V, h, \alpha) - \\
 &\quad - m \left[g(h) - \frac{V^2}{R_3 + h} \right] \cos \theta = 0
 \end{aligned} \right\}$$

(величины φ_p и R_3 считаем заданными).

Если дополнительно заданы любые четыре из шести независимых переменных, то остальные две могут быть найдены численным решением этой системы уравнений. Пусть будут заданы V_0, θ_0, h_0, m_0 , тогда потребную тягу P и угол атаки α равновесного режима

полета можно найти из решения системы

$$\left. \begin{aligned} F(P, \alpha) &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - B_x S q_0 \alpha^2 - C_{x_0} q_0 S - m_0 g(h_0) \sin \theta_0 = 0; \\ G(P, \alpha) &= P \sin(\alpha + \varphi_p) + C_{y_0} q_0 S \alpha - m_0 [g(h_0) - \\ &\quad - \frac{V_0^2}{R_3 + h_0}] \cos \theta_0 = 0. \end{aligned} \right\} (6)$$

Здесь уже учтено, что

$$\begin{aligned} Q &= C_{x_0} q_0 S + B_x q_0 S \alpha^2; \\ Y &= C_{y_0} q_0 S \alpha. \end{aligned}$$

В лабораторной работе рассматриваются равновесные режимы полета гипотетического самолета, аэродинамические характеристики которого в диапазоне высот $11 \text{ км} \leq h \leq 25 \text{ км}$ и чисел Маха $0,9 \leq M \leq 3,2$ могут быть заданы следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} C_{y_0} &= 3,10 - 0,56 M \left[\frac{1}{\text{рад}} \right]; \\ C_{x_0} &= \frac{0,0034 M + 0,0055}{M - 0,61}; \\ B_x &= 0,95 \left[\frac{1}{\text{рад}} \right]. \end{aligned} \right\} (7)$$

Система (6) и соотношения (7) содержат десять параметров:

$$m_0, S, \varphi_p, R_3, V_0, h_0, \theta_0, M, q_0, g;$$

первые четыре из них считаются заданными и соответственно равными:

$$\begin{aligned} m_0 &= 1580 \text{ кгсек}^2/\text{м}; \\ S &= 50 \text{ м}^2; \\ \varphi_p &= 3^\circ \cong 0,0524 \text{ рад}; \\ R_3 &= 6371210 \text{ м}. \end{aligned} \quad (8)$$

Скорость полета V_0 , высота h_0 и угол наклона траектории θ_0 выбираются из табл. I, согласно номеру лабораторного задания. Число M и скоростной напор q_0 являются функциями высоты и скорости полета и определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} M &= V_0 / a(h_0); \\ q_0 &= \frac{1}{2} \rho(h_0) V_0^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Ускорение системы тяжести $g(h_0)$, плотность $\rho(h_0)$ и скорость звука $a(h_0)$ определяются по таблице стандартной атмосферы в функции высоты h_0 полета; для удобства эти величины вписаны в табл. 1.

Расчет начального приближения для системы (6) может быть выполнен с помощью приближенных методов динамики полета. Известно, что для приведенных условий полета самолета углы атаки α довольно малы и без особой погрешности можно принять $\sin(\alpha + \varphi_p) \cong \alpha + \varphi_p$.

Кроме того, тяга P и сопротивление Q - величины одного порядка малости. Пренебрегая произведением $P \sin(\alpha + \varphi_p)$, которое примерно на порядок меньше других членов, из второго уравнения системы (6) можно найти приближенное значение для угла атаки $\alpha_{равн}$:

$$\alpha_0 \cong \alpha_{равн} = \frac{m_0}{C_y g_0 S} \left[g(h_0) - \frac{V_0^2}{R^3 + h_0} \right],$$

а из первого уравнения системы (6) - приближенное значение для тяги:

$$P_0 \cong P_{равн} = \frac{[C_{x_0} + B_{\alpha} \alpha_0^2] g_0 S + m_0 g(h_0) \sin \theta_0}{\cos(\alpha_0 + \varphi_p)}$$

Порядок выполнения лабораторной работы

I. Согласно полученному варианту лабораторного задания (см. табл. I), подготовить исходные данные для системы (6).

2. Записать для системы (6) алгоритм метода Ньютона.

3. Составить блок-схему программы вычисления корневой системы (6) с точностью

$$q = 0,0001.$$

4. Написать алгол-программу решаемой задачи на автокоде Мост-I.

5. Провести на ЭЦМ "Одра-1013" расчет корней $P_{равн}$ и $\alpha_{равн}$ системы (6) и сделать проверку.

В о п р о с ы к з а ч е т у

1. Словарь языка Мост-1.

2. Правописание инструкций языка Мост-I.

3. Организация программы (описание переменных и меток; ввод и вывод информации; организация циклов; условный и безусловный переход; обращение к подпрограмме; особенности записи арифметических инструкций).

4. Метод Ньютона решения трансцендентных уравнений.

5. Расчет параметров равновесного режима сбалансированного полета самолета.

С о д е р ж а н и е о т ч е т а

I. Формулировка задачи.

2. Блок-схема программы.

3. Алгол-программа.

4. Результаты расчета $P_{равн}$ и $\alpha_{равн}$, а также начальные приближения P_0 и α_0 .

ТАБЛИЦА
ВНЕШНЕГО КОДА ДЛЯ ЭЦВМ „ОДРА-1013“
(ТЕЛЕТАЙП Т-63)

ЛЕНТА	ТЕЛЕТАЙПНЫЙ КОД		ЗНАКОВОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ	
	ДЕСЯТИЧНЫЙ	ДВОИЧНЫЙ	БУКВЫ	ЦИФРЫ
•	0	00000	НЕТ ЗНАКА (РУС)	
• • • • •	1	00001	Е	3
• • • • •	2	00010	ПЕРЕВОД СТРОКИ (ПС)	
• • • • •	3	00011	А	-
• • • • •	4	00100	ИНТЕРВАЛ -	
• • • • •	5	00101	Ѕ	'
• • • • •	6	00110	І	8
• • • • •	7	00111	U	7
• • • • •	8	01000	ВОЗВРАТ КАРЕТКИ (ВК)	
• • • • •	9	01001	D	Ф
• • • • •	10	01010	R	4
• • • • •	11	01011	J	
• • • • •	12	01100	N	.
• • • • •	13	01101	F	
• • • • •	14	01110	C	:
• • • • •	15	01111	K	(
• • • • •	16	10000	T	5
• • • • •	17	10001	Z	+
• • • • •	18	10010	L	}
• • • • •	19	10011	W	2
• • • • •	20	10100	-H	
• • • • •	21	10101	U	6
• • • • •	22	10110	P	0
• • • • •	23	10111	Q	1
• • • • •	24	11000	U	9
• • • • •	25	11001	B	?
• • • • •	26	11010	G	
• • • • •	27	11011	ЗНАК ЦИФР (ЦИФ)	
• • • • •	28	11100	M	.
• • • • •	29	11101	X	/
• • • • •	30	11110	V	=
• • • • •	31	11111	ЗНАК БУКВ (ЛАТ)	

Варианты лабораторного задания

№ варианта	V_0 м/сек	θ_0 град	h_0 м	$\rho_0(h_0)$ кг/сек ² /м ⁴	$g(h_0)$ м/сек ²	$a(h_0)$ м/сек
1	2	3	4	5	6	7
1	300	9	11000	$3,7204 \cdot 10^{-2}$	9,77287	295,07
2	400					
3	500	12				
4	600					
5	700	15				
6	800					
7	300	9	12000	$3,1795 \cdot 10^{-2}$	9,76981	"-"
8	400					
9	500	12				
10	600					
11	700	15				
12	800					
13	300	9	13000	$2,7173 \cdot 10^{-2}$	9,76675	"-"
14	400					
15	500	12				
16	600					
17	700	15				
18	800					
19	300	9	14000	$2,3225 \cdot 10^{-2}$	9,76369	"-"
20	400					
21	500	12				
22	600					
23	700	15				
24	800					

1	2	3	4	5	6	7
25	300	9	15000	$1,9851 \cdot 10^{-2}$	9,76063	295,07
26	400					
27	500	12				
28	600					
29	700	15				
30	800					
31	300	9	16000	$1,6968 \cdot 10^{-2}$	9,75758	--
32	400					
33	500	12				
34	600					
35	700	15				
36	800					
37	300	9	17000	$1,4504 \cdot 10^{-2}$	9,75452	--
38	400					
39	500	12				
40	600					
41	700	15				
42	800					
43	300	9	18000	$1,2399 \cdot 10^{-2}$	9,75146	--
44	400					
45	500	12				
46	600					
47	700	15				
48	800					
49	300	9	19000	$1,0600 \cdot 10^{-2}$	9,74842	--
50	400					
51	500	12				
52	600					
53	700	15				
54	800					

1	2	3	4	5	6	7
55 56	300 400	9	20000	$9,6623 \cdot 10^{-3}$	9,74537	295,07
57 58	500 600	12				
59 60	700 800	15				
61 62	300 400	9				
63 64	500 600	12				
65 66	700 800	15				
67 68	300 400	9	22000	$6,6247 \cdot 10^{-3}$	9,73927	"-"
69 70	500 600	12				
71 72	700 800	15				
73 74	300 400	9				
75 76	500 600	12	23000	$5,6645 \cdot 10^{-2}$	9,73623	"-"
77 78	700 800	15				
79 80	300 400	9				
81 82	500 600	12				
83 84	700 800	15	2400	$4,8438 \cdot 10^{-2}$	9,73718	"-"
85 86	300 400	9				
87 88	500 600	12				
89 90	700 800	15				
85 86	300 400	9	2500	$4,1422 \cdot 10^{-3}$	9,63014	"-"
87 88	500 600	12				
89 90	700 800	15				

I	2	3	4	5	6	7
91	300	8	21000	$3,7204 \cdot 10^{-2}$	9,77287	295,07
92	400					
93	500	II				
94	600					
95	700	I4				
96	800					
97	300	8	12000	$3,1795 \cdot 10^{-2}$	9,76981	"-"
98	400					
99	500	II				
100	600					

ИНТЕГРИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО
АППАРАТА НА ЭЦВМ "ОДРА-1013"

Содержание работы

1. Изучение метода Рунге-Кутты интегрирования системы уравнений движения летательного аппарата на ЭЦВМ.
2. Составление программы интегрирования системы уравнений движения летательного аппарата, согласно индивидуальному заданию.
3. Решение задачи на ЭЦВМ "ОДРА-1013" и обработка результатов.

В целом ряде задач динамики полета при исследовании движения летательного аппарата приходится сталкиваться с решением обыкновенных дифференциальных уравнений.

Под решением обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

понимается семейство функций

$$y = \varphi(x, C_1, \dots, C_n),$$

которые, будучи подставлены в это уравнение, обратят его в тождество.

Для выделения из этого семейства конкретного решения нужны дополнительные данные: граничные условия. В зависимости от структуры граничных условий можно получить краевую задачу или задачу Коши.

Рассмотрим задачу Коши. Для одного дифференциального уравнения вида

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

задача Коши заключается в следующем: найти решение

$$y = y(x),$$

удовлетворяющее заданному граничному условию

$$y(x_0) = y_0.$$

Аналогично можно сформулировать задачу Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений n -го порядка вида

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, \dots, y_n); \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, \dots, y_n); \\ &\dots \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, \dots, y_n). \end{aligned} \right\}$$

Найти решение

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= y_1(x), \\ y_2 &= y_2(x), \\ \dots &\dots \dots \\ y_n &= y_n(x) \end{aligned} \right\}$$

указанной системы, удовлетворяющее заданным граничным условиям

$$\left. \begin{aligned} y_1(x_0) &= y_{10}, \\ y_2(x_0) &= y_{20}, \\ \dots &\dots \dots \\ y_n(x_0) &= y_{n0}. \end{aligned} \right\}$$

Существует немало методов решения задачи Коши через элементарные или через специальные функции. Но очень часто в практических задачах динамики полета эти методы либо не применимы, либо приводят к очень сложным решениям. Поэтому приходится обращаться к численным методам решения.

В основном в практике вычислений по динамике полета нашли широкое применение методы Рунге-Кутты численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений [5].

I. Метод Рунге-Кутты.

Рассмотрим задачу Коши для дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (1)$$

с граничным условием

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

Обозначим через y_i приближенное значение искомого решения в точке x_i . По методу Рунге-Кутты (IV порядка) вычислите приближенно значения y_{i+1} в следующей точке $x_{i+1} = x_i + h$ производится по формулам:

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \Delta y_i; \\ \Delta y_i &= \frac{1}{6} (K_1^{(i)} + 2K_2^{(i)} + 2K_3^{(i)} + K_4^{(i)}), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} K_1^{(i)} &= hf(x_i, y_i); \\ K_2^{(i)} &= hf(x_i + h/2; y_i + K_1^{(i)}/2); \\ K_3^{(i)} &= hf(x_i + h/2; y_i + K_2^{(i)}/2); \\ K_4^{(i)} &= hf(x_i + h; y_i + K_3^{(i)}). \end{aligned}$$

В приведенных выше формулах величина $h = \Delta x = \text{const}$ представляет собой шаг интегрирования.

Заметим, что шаг интегрирования можно менять в процессе вычислений. Для контроля правильности выбора шага рекомендуется вычислять дробь

$$Q = \left| \frac{K_2^{(i)} - K_3^{(i)}}{K_1^{(i)} - K_2^{(i)}} \right|.$$

Величина Q не должна превышать нескольких сотых. В противном случае шаг h следует уменьшить.

Метод Рунге-Кутты имеет порядок точности h^4 на всем отрезке интегрирования $[x_0, X]$. Оценка погрешности метода очень затруднительна. Грубую оценку погрешности можно получить с помощью двойного пересчета по формуле

$$|y_n^* - y(x_n)| \approx \frac{|y_n^* - y_n|}{15},$$

где $y(x_n)$ - значение точного решения уравнения (I) в точке x_n .

y_n^* , y_n - приближенные значения, полученные с шагом $h/2$ и h .

В заключение отметим, что метод Рунге-Кутты можно перенести и на случай решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В этом случае формулы (3) примут вид

$$y_{i,m+1} = y_{i,m} + \Delta y_i;$$

$$\Delta y_i = \frac{1}{6}(K_1^{(i)} + 2K_2^{(i)} + 2K_3^{(i)} + K_4^{(i)}), \tag{4}$$

где

$$K_1^{(i)} = h f(x_m, y_{1,m}, \dots, y_{n,m});$$

$$K_2^{(i)} = h f(x_m + h/2, y_{1,m} + \frac{K_1^1}{2}, \dots, y_{n,m} + \frac{K_1^n}{2});$$

$$K_3^{(i)} = h f(x_m + h/2, y_{1,m} + K_2^1/2, \dots, y_{n,m} + K_2^n/2);$$

$$K_4^{(i)} = h f(x_m + h, y_{1,m} + K_3^1, \dots, y_{n,m} + K_3^n).$$

2. Пример составления программы интегрирования системы дифференциальных уравнений четвертого порядка

В качестве примера в данной лабораторной работе рассмотрим задачу интегрирования системы дифференциальных уравнений четвертого порядка, описывающей траекторию центра масс летательного аппарата при движении в атмосфере в плоскости большого круга над сферической невращающейся Землей.

В скоростной системе координат уравнения движения принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\sigma_x S_0 e^{-\beta(r-R_0)} V^2 - \frac{K_0}{V^2} \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{V} \left[K G_x \rho_0 e^{-\beta(r-R_0)} V^2 - \frac{K_0}{V^2} \left(1 - \frac{V^2}{K_0}\right) \cos \theta \right], \\ \frac{dr}{dt} &= V \sin \theta, \\ \frac{dt}{dt} &= 1. \end{aligned} \right\} (5)$$

- Здесь σ_x - баллистический параметр;
 K - аэродинамическое качество;
 K_0 - гравитационный параметр;
 R_0 - средний радиус Земли;
 β - показатель экспоненты в изотермической модели атмосферы;
 ρ_0 - плотность на уровне моря.

Для решения задачи Коши систему (5) следует дополнить граничными условиями:

$$V(t_0) = V_0; \quad \theta(t_0) = \theta_0; \quad r(t_0) = r_0; \quad \dot{t}_0 = 0, \quad (6)$$

а также назначить шаг интегрирования Δt и условие окончания процесса интегрирования.

Система (5) содержит три переменные V , θ , r и шесть констант σ_x , K , K_0 , R_0 , β , ρ_0 . Последнее уравнение в системе (5) после интегрирования дает четвертую переменную \dot{t} - "машинное" время.

Условие окончания процесса интегрирования в данном примере будет выражаться равенством

$$r = R_0.$$

Блок-схема программы, реализующей интегрирование системы (5) с граничными условиями (6), представлена на стр. 33.

Описание переменных, используемых в программе

Переменные целого типа:

N - число уравнений в системе;

E - адрес правых частей системы дифференциальных уравнений;

J, Y - переменные для организации циклов.

Переменные действительного типа:

$X0$ - шаг интегрирования;

XJ - массив рабочих групп в стандартной программе метода Рунге-Кутты (в программе зарезервирована 2Г ячейка).

$X1 - V_0$
 $X2 - \theta_0$
 $X3 - r_0$
 $X4 - t_0$

I. Группа начальных условий.

$X5 - V$
 $X6 - \theta$
 $X7 - r$
 $X8 - t$

II. Группа аргументов для вычисления правых частей.

$X9 - dv/dt$
 $X10 - d\theta/dt$
 $X11 - dr/dt$
 $X12 - dt/dt$

III. Группа производных.

$X13 - V$
 $X14 - \theta$
 $X15 - r$
 $X16 - t$

IV. Группа аргументов на предыдущем шаге.

SJ - массив констант (в программе зарезервировано II ячеек для констант).

$S0 - G_x$
 $S1 - "$
 $S2 - k_0$
 $S3 - R_0$
 $S4 - \beta$
 $S5 - \rho_0$

Массив констант.

RJ - массив рабочих ячеек (в программе зарезервировано II рабочих ячеек).

UD, U1, WD, W1 - рабочие ячейки стандартной программы метода Рунге - Кутта.

Построение программы

- Метка 1: - ввод числа уравнений, граничных условий, массива констант; организация печати заголовка.
- Метка 2: - организация печати результата; обращение к стандартной программе Рунге-Кутта; анализ на конец счета; останов машины.
- Метка 3: - вычисление правых частей дифференциальных уравнений системы (5).
- Метка 4: - '(7:, 8:, 9:, 10:)' - стандартная программа метода Рунге-Кутта (СП РК.)

Алгол-программа, соответствующая блок-схеме (см. стр.33), приведена на стр. 34-36.

В результате расчета по приведенной программе на печать будут выдаваться переменные V , θ , r , t на каждом шаге интегрирования.

Исходные данные для примера:

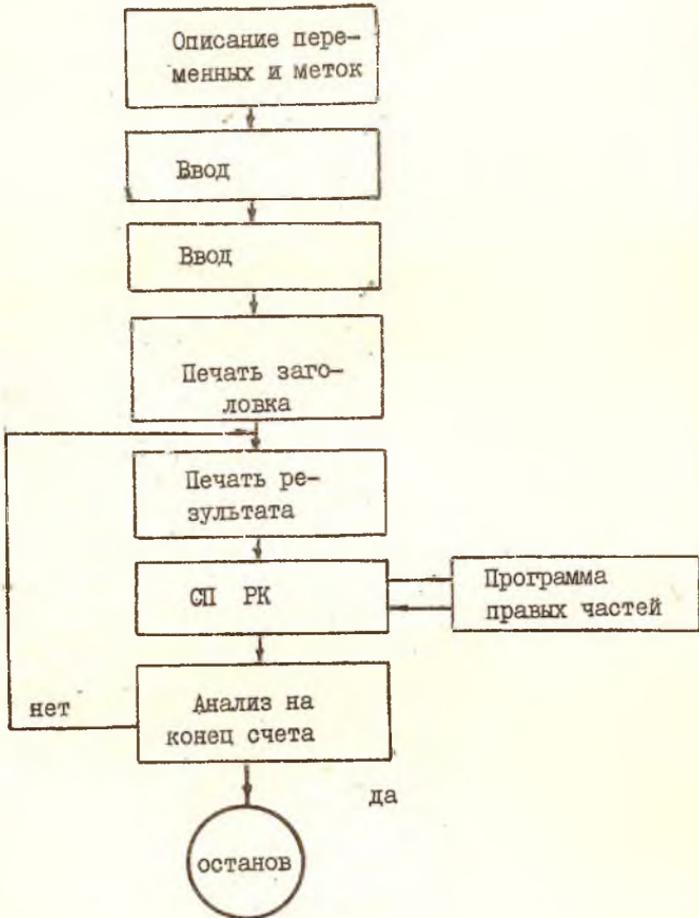
- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $N = 4,$ | $G_x = 0,01 \text{ м}^2/\text{кг},$ |
| $\Delta t = 1 \text{ сек},$ | $K = 2,$ |
| $V_0 = 7869 \text{ м/сек},$ | $K_0 = 398,546 \cdot 10^{12} \text{ м}^3/\text{сек}^2,$ |
| $\theta_0 = -0,017453 \text{ рад},$ | $R_0 = 6371000 \text{ м},$ |
| $r_0 = 6471000 \text{ м},$ | $\beta = 0,000141 \text{ 1/м},$ |
| $t_0 = 0 \text{ сек},$ | $\rho = 0,125 \text{ кг/сек}^2/\text{м}^4.$ |

Результат интегрирования системы (5) с приведенными выше исходными данными для первых четырех секунд полета имеет вид

LABORATORNAJA RABOTA 2
SADANIE GRUPPA

V	Q	R	T
7869.00	-0.02	6471000.00	0
7868.43	-0.02	6470868.03	1
7867.86	-0.01	6470746.76	2
7867.28	-0.01	6470636.24	3
7866.69	-0.01	6470536.45	4

Блок-схема программы интегрирования
системы дифференциальных уравнений



Алгол - программа

№ блока	Программа	Примечание
1	2	3
	INTEGER NEIJ REAL X20S10R10U1W1 LABEL 10 BEGIN	Описание переменных и меток
	1: READ N	Ввод N
1	FOR I=1 STEP 1 REPEAT 5 READ XI END I	Ввод начальных условий
2	FOR I=1 STEP 1 REPEAT 6 READ SI END I	Ввод констант
	E=3	Запись номера метки ПЧ
3	PRINTLINE 2 LABORATORNAJA RABOTA 2 PRINT 10 SADANIE GRUPPA 10 PRINTLINE 2 PRINT 10 V Q R T 10	Печать заголовка
	2: PRINT X5,4.2 PRINT X6,2.2 PRINT X7,7.2 PRINT X8,4.2 PRINTLINE 1	Печать результата на каждом шаге
	PROCEDURE 4	Уход в СП Рунге-Кутта

I	2	3
	GO TO 0 0 2 IF X7=S3	Анализ на конец счета
	STOP	останов
	<pre> 4: FOR I=1 STEP 1 REPEAT N X(N+1)=X1 X(3N+1)=X1 END I FOR J=7 STEP 1 REPEAT 4 U=X(2N+1)⊕X U1=W⊕U X1=X1+U1 U=U⊕W1 X(N+1)=X(3N+1)+U END I END J END 7: W=0.166666667 W1=0.5 END 8: W=0.333333333 W1=0.5 END 9: W=0.333333333 W1=1 END 10: W=0.166666667 W1=0 END </pre>	Стандартная программа (СП) метода Рунге-Кутты
	<pre> 3: R1=SIN X6 R1=R1⊕S2 R1=R1/X7 R1=R1/X7 R2=X7-S3 R2=R2⊕S4 </pre>	Программа правых частей (ПЧ)

I	2	3
	$R2 = -R2$ $R2 = EXP R2!$ $R2 = R2 \oplus S5$ $R2 = R2 \oplus S0$ $R2 = R2 \oplus X5$ $R2 = R2 \oplus X5$ $R2 = -R2$ $X9 = R2 = R1$	ПЧ первого уравнения из системы (5)
	$R3 = COS X6$ $R4 = X5 \oplus X5$ $R4 = R4 \oplus X7$ $R4 = R4 / S2$ $R4 = 1 - R4$ $R4 = R4 \oplus S2$ $R4 = R4 / X7$ $R4 = R4 / X7$ $R4 = R4 \oplus R3$ $R5 = -R2$ $R5 = R5 \oplus S1$ $R5 = R5 - R4$ $X10 = R5 / X5$	ПЧ второго уравнения из системы (5)
	$X11 = X5 \oplus R1$	ПЧ третьего уравнения
	$X12 = 1$	ПЧ четвертого уравнения
	END	
	START 1	Обращение к метке I

Выполнение лабораторной работы

Задача I. Расчет траектории горизонтального полета летательного аппарата с креном и без скольжения.

I. Уравнения движения в скоростной системе координат при полете в горизонтальной плоскости имеют вид [6]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{g_0}{G_p} (P_0 - Q), \\ \frac{d\psi}{dt} &= -\frac{g_0}{G_0 V} Y \sin \gamma_c, \\ \frac{dx}{dt} &= V \cos \psi, \\ \frac{dz}{dt} &= -V \sin \psi, \\ \frac{dt}{dt} &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Здесь $Q = g_0 S (C_{x_0} + B_{\alpha} C_{y_0}^2 \alpha_0^2) \text{ кг}$;

$Y = C_{y_0}^2 g_0 S \alpha_0 \text{ кг}$; $g_0 = \frac{1}{2} \rho(h_0) V^2 \text{ кг/м}^2$;

$C_{x_0} = \frac{0,0034M + 0,0055}{M - 0,61}$; $C_{y_0}^2 = 3,10 - 0,56 M$;

$M = \bar{V} / \alpha(h_0)$.

2. Граничные условия: при $t_0 = 0$; $\psi_0 = \chi_0 = z_0 = 0$ величина V_0 выбирается из табл. I, согласно полученному варианту лабораторного задания.

3. Исходные данные:

$G_p = 15500 \text{ кг}$,

$S = 50,0 \text{ м}^2$,

$\alpha_0 = 1^\circ \approx 0,0175 \text{ рад}$,

$B_{\alpha} = 0,95 \text{ 1/рад}$,

$\gamma_c = 30^\circ \approx 0,524 \text{ рад}$,

$P_0 = 7000 \text{ кг}$.

4. Требуется найти изменение скорости $V(t)$ полета, угла рыскания $\psi(t)$, а также координат $x(t)$ и $z(t)$ на отрезке

$0 \leq t \leq 50 \text{ сек}$. При этом шаг интегрирования принимается равным $\Delta t = 1 \text{ сек}$.

Задача II. Расчет траектории летательного аппарата в вертикальной плоскости с постоянной поперечной перегрузкой.

I. Уравнения движения в скоростной системе координат при полете в вертикальной плоскости имеют вид [6]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{g_0}{G_0} [P - Q - G_0 \sin \theta], \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{g_0}{V} (\eta_{y_0} - C_{\omega} \theta), \\ \frac{dh}{dt} &= V \sin \theta, \\ \frac{dt}{dt} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Здесь

$$Q = q S (C_{x_0} + B_{\omega} C_{y_0}^2 \alpha^2) \text{ кг};$$

$$q = \frac{1}{2} \rho(h) V^2 \text{ кг/м}^2; \quad \alpha = \frac{G_0 \eta_{y_0}}{P + C_{y_0}^2 q} \text{ рад};$$

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\beta h} \text{ кг/сек}^2/\text{м}^3; \quad M = V/a(h);$$

$$C_{x_0} = \frac{0,0034M + 0,0055}{M - 0,61}; \quad C_{y_0}^2 = 3,10 - 0,56M \text{ 1/рад}.$$

2. Граничные условия: при $t_0 = 0$; $\theta_0 = 8^\circ \approx 0,1400 \text{ рад}$ величины V_0 и h_0 выбираются из табл. I, согласно полученному варианту лабораторного задания.

3. Исходные данные:

$$G_0 = 15500 \text{ кг},$$

$$P = 7000 \text{ кг},$$

$$S = 50,0 \text{ м}^2,$$

$$\rho_0 = 0,12492 \text{ кг/сек}^2/\text{м}^3,$$

$$\eta_{y_0} = 1,8,$$

$$B_{\omega} = 0,95 \text{ 1/рад},$$

$$g_0 = 9,80665 \text{ м/сек}^2,$$

$$a(h) = a/h = 11000 \text{ м} = 225,07 \text{ м/сек}.$$

4. Требуется найти изменение скорости полета $V(t)$, угла наклона траектории $\theta(t)$ и высоты полета $h(t)$ на отрезке $0 \leq t \leq 50 \text{ сек}$. Шаг интегрирования принимается равным $\Delta t = 1 \text{ сек}$.

Задача III. Расчет траектории пространственного разворота летательного аппарата с постоянным углом крена и неизменяемой поперечной перегрузкой.

I. Уравнения движения в скоростной системе координат имеют вид [6]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -g \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{g}{V} [n_{y_0} \cos \gamma_c - \cos \theta], \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{g}{V} n_{y_0} \frac{\sin \gamma_c}{\cos \theta}, \\ \frac{dh}{dt} &= V \cos \theta, \quad \frac{dt}{dt} = 1. \end{aligned} \right\}$$

2. Граничные условия: при $t_0 = 0$; $\theta_0 = 30^\circ \cong 0,523 \text{ рад}$; $\psi_0 = 0$.
 величины V_0 и h_0 выбираются из табл. I, согласно полученному варианту лабораторного задания.

3. Исходные данные:

$$\begin{aligned} n_{y_0} &= 3, \\ \gamma_c &= 30^\circ \cong 0,523 \text{ рад}, \end{aligned}$$

$g = g(h_0)$ выбираются из табл. I.

4. Требуется найти изменение скорости полета $V(t)$, угла наклона траектории $\theta(t)$, угла рыскания $\psi(t)$ и высоты полета $h(t)$ на отрезке $0 \leq t \leq 50 \text{ сек}$. Шаг интегрирования принимается равным $\Delta t = 1 \text{ сек}$.

Задача IV. Расчет траектории снижения летательного аппарата в атмосфере.

I. Уравнения движения в скоростной системе координат при полете в вертикальной плоскости имеют вид [6]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -g(h) \left(\sin \theta_0 - \frac{Q}{G_0} \right), \\ \frac{dh}{dt} &= V \sin \theta_0, \\ \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta_0, \\ \frac{dt}{dt} &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Здесь

$$Q = qS(Cx_0 + B_\mu C_y^\alpha \alpha_0^2) \text{ кг};$$

$$q = \frac{1}{2} \rho(h) V^2 \text{ кг/м}^2; \quad \rho(h) = \rho_0 e^{-\beta h} \text{ кг.сек}^2/\text{м}^4;$$

$$Cx_0 = \frac{0,0034M + 0,0055}{M - 0,61}; \quad C_y^\alpha = 3,10 - 0,56M \text{ 1/рад};$$

$$M = V/a(h); \quad g(h) = g_0 \left(\frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2$$

2. Граничные условия: при $t_0 = 0$; $x_0 = 0$ величины V_0 и h_0 выбираются из табл. I, согласно полученному варианту лабораторного задания.

3. Исходные данные:

$$\alpha_0 = -1^\circ \cong -0,0175 \text{ рад},$$

$$B_\mu = 0,95 \text{ 1/рад},$$

$$\beta = 0,000141 \text{ 1/м},$$

$$R_0 = 6371000 \text{ м},$$

$$a(h) = a/h = 11000 \text{ м} = 295,07 \text{ м/сек},$$

$$g_0 = 9,80665 \text{ м/сек}^2,$$

$$\rho_0 = 0,12492 \text{ кг.сек}^2/\text{м}^4,$$

$$\alpha_0 = 1^\circ \cong 0,0175 \text{ рад}.$$

$$S = 50,0 \text{ м}^2,$$

4. Требуется найти изменение скорости полета $V(t)$, высоты $h(t)$ и дальности $x(t)$ на отрезке $0 \leq t \leq 50 \text{ сек}$. Шаг интегрирования принимается равным $\Delta t = 1 \text{ сек}$.

Задача У. Расчет траектории горизонтального полета летательного аппарата со скольжением и без крена.

I. Уравнения движения в скоростной системе координат при полете в горизонтальной плоскости со скольжением имеют вид [6]

$$\frac{dV}{dt} = \frac{g_0}{G_0} (P_0 - Q);$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{g_0}{G_0 V} [Z - \beta_0 (P_0 - Q)],$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \psi,$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \psi,$$

$$\frac{dt}{dt} = 1.$$

Здесь

$$Q = q_0 S (C_{x_0} + B_{\alpha} C_y^{\alpha} \alpha_0^2) \text{ кг};$$

$$q_0 = \frac{1}{2} \rho (h_0) V^2 \text{ кг/м}^2; \quad M = V/a(h_0);$$

$$C_{x_0} = \frac{0,0034 M + 0,0055}{M - 0,61}; \quad C_y^{\alpha} = 3,10 - 0,56 M \text{ 1/рад};$$

$$Z = R_{z_0} G_0 \frac{1}{1 - \frac{P_0 - Q}{C_z^{\alpha} S q_0}} \text{ кг.}$$

2. Граничные условия: при $t_0 = 0$; $\psi_0 = \chi_0 = Z_0 = 0$
 величина V_0 выбирается из табл. I, согласно полученному варианту лабораторного задания.

3. Исходные данные:

$$G_0 = 15500 \text{ кг};$$

$$\beta_0 = 5^\circ \approx 0,0875 \text{ рад},$$

$$S = 50,0 \text{ м}^2;$$

$$P_0 = 7000 \text{ кг},$$

$$\alpha_0 = 1^\circ \approx 0,0175 \text{ рад},$$

$$R_{z_0} = 3;$$

$$B_{\alpha} = 0,95 \text{ 1/рад},$$

$$C_z^{\alpha} = -0,3.$$

4. Требуется найти изменения скорости $V(t)$ полета, угла рыскания $\psi(t)$, а также координат $\chi(t)$ и $Z(t)$ на отрезке $0 \leq t \leq \leq 50 \text{ сек}$. При этом шаг интегрирования принимается равным $\Delta t = 1 \text{ сек}$.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Согласно полученному варианту лабораторного задания (номер задачи и варианта взять из табл. I), составить блок-схему задачи и подготовить числовой материал.

2. Написать алгол-программу интегрирования заданной системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты на автокоде МОСТ-1.

3. Провести на ЭЦВМ "ОДРА-1013" расчет траектории летательного аппарата. На печать вывести все переменные задачи на каждом шаге интегрирования.

4. Полученные результаты представить графически.

Таблица I

Варианты лабораторного задания

№ вариан- та	V_0 м/сек	h_0 м	$a(h_0)$ м/сек	$\dot{q}(h_0)$ м/сек ²	$\rho(h_0)$ кг·сек ² /м ⁴
I	300	11000	295,07	9,77287	$3,7204 \cdot 10^{-2}$
2	500				
3	300	12000	-	9,76981	$3,1795 \cdot 10^2$
4	500				
5	300	13000	-	9,76676	$2,7173 \cdot 10^2$
6	500				
7	300	14000	-	9,76369	$2,3225 \cdot 10^{-2}$
8	500				
9	300	15000	-	9,76063	$1,9351 \cdot 10^{-2}$
10	500				
11	300	16000	-	9,75758	$1,6968 \cdot 10^{-2}$
12	500				
13	300	17000	-	9,75452	$1,4504 \cdot 10^{-2}$
14	500				
15	300	18000	-	9,75146	$1,2399 \cdot 10^{-2}$
16	500				
17	300	19000	-	9,74842	$1,0660 \cdot 10^{-2}$
18	500				
19	300	20000	-	9,74537	$9,0623 \cdot 10^{-3}$
20	500				

В о п р о с ы к з а ч е т у

1. Формулировка задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Метод Рунге-Кутты интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

3. Вопрос по конкретной задаче, согласно полученному варианту лабораторного задания.

С о д е р ж а н и е о т ч е т а

1. Формулировка задачи.

2. Блок-схема программы.

3. Алгол-программа.

4. Результаты расчета траектории (пятьдесят точек).

5. Графики.

УСТОЙЧИВОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ИЗОЛИРОВАННОМ ДВИЖЕНИИ ПО КРЕНУ

Содержание работы

1. Исследование вопросов стабилизации угла крена статическим и астатическим автопилотами.

2. Исследование автоматического управления углом крена при ступенчатом и линейном законах изменения управляющего сигнала.

Стабилизация угла крена статическим и астатическим автопилотами

1. Под изолированным движением крена понимается вращение летательного аппарата только вокруг продольной оси Ox под действием возмущающих и управляющих моментов.

В задачу автоматического управления движением крена входят стабилизация угла, выход на новый заданный угол и обеспечение приемлемого качества переходного процесса.

2. Рассмотрим принцип действия автопилота с жесткой обратной связью (рис.1).

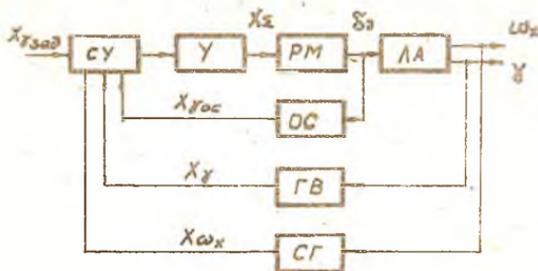


Рис.1

Пусть летательный аппарат (ЛА) совершает горизонтальный установившийся полет. Заданный угол крена равен нулю, элероны не отклонены. Тогда на суммирующее устройство (СУ) поступают сигналы $X_{зад} = 0$ и X_{γ} , соответствующие истинному углу крена, который вырабатывается гировертикалом (ГВ).

Теперь ЛА под действием внешнего момента накренился. Тогда на вход СУ поступил сигнал, равный разности

$$X_{\gamma} - X_{зад} = X_{\gamma} - 0 = X_{\gamma}.$$

После прохождения через усилитель ($У$) этот сигнал подается на рулевую машину, и элероны начинают отклоняться. По мере отклонения элеронов сигнал обратной связи $X_{\delta_{oc}}$ уравнивает разность $X_{\gamma} - X_{\delta_{зад}}$, т.е. будет справедливо равенство

$$X_{\delta_{oc}} = X_{\gamma} - X_{\delta_{зад}}. \quad (I)$$

Этот процесс протекает во времени. Однако время отклонения элеронов сравнительно невелико, поэтому в первом приближении можно считать, что элероны отклоняются мгновенно на угол δ_3 , обеспечивающий выполнение равенства (I). Очевидно, что при таком рассмотрении свойства автопилота идеализируются, поэтому такой автопилот называется идеальным (или безынерционным).

Сигналы $X_{\delta_{oc}}$, X_{γ} , $X_{\delta_{зад}}$ связаны с углами отклонения элеронов и крена следующими соотношениями:

$$X_{\delta_{oc}} = K_{\delta} \delta_3,$$

$$X_{\gamma} = K_{\gamma} \gamma,$$

$$X_{\delta_{зад}} = K_{\gamma} \delta_{зад},$$

где K_{δ} — передаточный коэффициент жесткой обратной связи;

K_{γ} — передаточный коэффициент чувствительного элемента (гировертикалянта).

Подставляя эти соотношения в формулу (I), получим

$$K_{\delta} \delta_3 = K_{\gamma} \gamma - K_{\gamma} \delta_{зад}.$$

Отсюда

$$\delta_3 = K_{\delta\gamma} (\gamma - \delta_{зад}), \quad (2)$$

где $K_{\delta\gamma} = \frac{K_{\delta}}{K_{\gamma}}$ — передаточный коэффициент идеального автопилота с жесткой обратной связью с крена на элероны.

Таким образом, у идеального автопилота с жесткой обратной связью элероны отклоняются пропорционально разности $(\gamma - \delta_{зад})$.

3. Перейдем теперь к рассмотрению поведения ЛА при его отклонении от заданного нулевого угла крена. Наличие угла крена $\delta_0 \neq 0$ приводит к мгновенному отклонению элеронов на определенную величину (рис.2).

Появляется момент $M_x \delta_0$, направленный на устранение крена. При этом возникает угловое ускорение $\frac{d\omega_x}{dt}$ и угловая скорость ω_x . Угол крена γ , а следовательно, и разность сигналов $(X_{\gamma} - X_{\delta_{зад}})$ уменьшаются. Элероны поворачиваются на меньший угол в сторону нейтрального положения, и, когда текущий крен ЛА станет равным заданному (в данном случае нулю), элероны вернуться в нейтральное

положение. Угол крена, однако, может продолжать изменяться. Все зависит от величины демпфирующего момента $M_x^{\omega_x} \omega_x$, действовавшего в процессе вращения ЛА. Если демпфирующий момент мал, угловая скорость вращения ω_x при подходе ЛА к нейтральному положению не гасится. При крене, равном нулю, вследствие наличия угловой скорости ω_x ЛА проскочит нейтральное положение, приобретая крен противоположного знака. Автопилот при этом отклоняет элероны в другую сторону, чтобы вернуть ЛА в исходное положение.

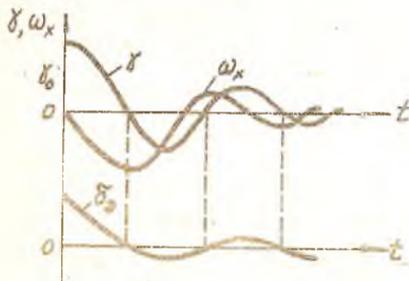


Рис. 2

При малых демпфирующих моментах ЛА при возвращении к исходному положению может несколько раз пройти нейтраль. Время переходного процесса при этом оказывается значительным.

4. Улучшить качество переходного процесса можно, искусственно увеличив демпфирование. Сущность этого сводится к следующему.

В рассматриваемой выше схеме элероны возвращаются в нейтральное положение только тогда, когда текущий крен становится равным заданному. Сильнее затормозить вращение ЛА можно, поставив элероны в нейтральное положение прежде, чем крен станет равным заданному, и затем по мере приближения крена к заданному значению, отклонить их в противоположную сторону. Такое отклонение элеронов создаёт момент, направленный в сторону, противоположную вращению. Тем самым осуществляется как бы дополнительное демпфирование. Достигается это подачей на суммирующее устройство сигнала $K_{\omega_x} \omega_x$, пропорционального угловой скорости ω_x и вырабатываемого скоростным гироскопом (СГ) (см. рис.1). Автопилот отклоняет элероны по закону

$$\delta_s = K_{\delta}(\delta - \delta_{зад}) + K_{\omega_x} \omega_x, \quad (3)$$

где K_{ω_x} - передаточный коэффициент с угловой скорости на элероны.

На суммирующее устройство сигналы заемаемых $K_{\delta}(\delta - \delta_{зад})$ и $K_{\omega_x} \omega_x$ поступают с разными знаками, вследствие чего угол отклонения элеронов становится равным нулю не тогда, когда $\delta = \delta_{зад}$, а раньше. По мере приближения крена к заданному значению сигнал K_{ω_x}

превалирует над сигналом $\chi(\delta - \delta_{зад})$, и элероны отклоняются в противоположную сторону.

5. Улучшение качества переходного процесса по крену при использовании автопилота рассмотренного типа видно из сравнения рис.2 и 3,

Автопилот, работающий по закону (3), не обеспечивает стабилизацию угла крена в том случае, когда на ЛА действует постоянный возмущающий момент ($M_{\chi \text{ возм}}$), вызывающий крен ЛА. Накренение ЛА вызовет отклонение автопилотом элеронов, которые через определенный промежуток времени уравновесят постоянно действующий момент $M_{\chi \text{ возм}}$ (рис.4).

Это может иметь место только при наличии угла крена $\delta \neq 0$, так как автопилот непосредственно на внешний возмущающий момент $M_{\chi \text{ возм}}$ не реагирует.

Таким образом, автопилот, работающий по закону (3), при действии внешнего возмущающего момента $M_{\chi \text{ возм}} = const$

дает статическую ошибку в виде угла крена $\delta \neq 0$. Автопилот такого типа называется статическим.

6. Для устранения статической ошибки применяют астатические автопилоты с различными принципами действия. Закон управления элеронами у астатического автопилота может быть выражен следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\delta_3}{dt} = K_{\delta\delta}(\delta - \delta_{зад}) + K_{\delta\omega_x}\omega_x + K_{\delta\dot{\omega}_x}\frac{d\omega_x}{dt} \quad (4)$$

Угол отклонения элеронов δ_3 у астатического автопилота полу-

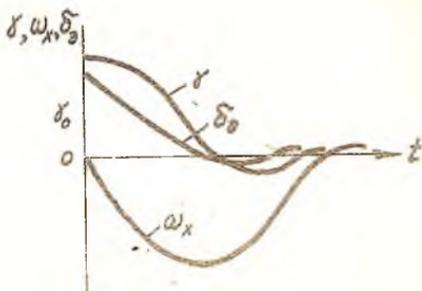


Рис.3.

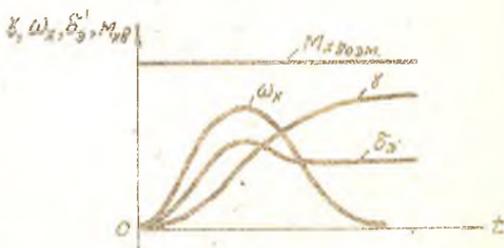


Рис.4

чается интегрированием предыдущего выражения

$$\delta_z = K_{\delta z} \int_0^t (\gamma - \gamma_{зад}) dt + K_{\omega x} \gamma + K_{\omega x} \omega_x.$$

При действии на ЛА постоянного возмущающего момента $M_{x\delta_{звм}}$ элероны отклоняются пропорционально γ , ω_x и накапливающемуся сигналу

$$\int_0^t (\gamma - \gamma_{зад}) dt.$$

Величина этого сигнала до определенного момента возрастает. Отклоненные элероны создают момент $M_{x\delta_z}$, возвращающий ЛА к исходному углу крена. Когда переходный процесс закончится, элероны при $\gamma = 0$ отклонятся на угол, равный

$$K_{\delta z} \int_0^t (\gamma - \gamma_{зад}) dt,$$

т.е. на угол, пропорциональный затрихованной площади на рис.5.

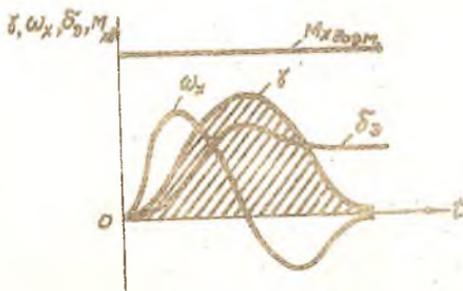


Рис.5

Анализ автоматического управления углом крена

Для автоматического управления креном, т.е. для выхода ЛА на новый угол крена, на вход суммирующего устройства подается сигнал

$X_{\gamma_{зад}}$, пропорциональный углу крена, на который необходимо перевести ЛА. При этом на суммирующее устройство сигнал может быть подан в виде ступенчатого или линейного закона от времени. Из-за разности сигнала $X_{\gamma} - X_{\gamma_{зад}}$ рулевая машина для идеального автопилота отклоняет элероны мгновенно на такую величину, что сигнал обратной связи $X_{\gamma_{ос}}$ уравновесит $X_{\gamma} - X_{\gamma_{зад}}$ [см. выражение (I)].

Под действием момента $M_{x\delta_z}$ от элеронов ЛА начинает наклоняться, угловая скорость ω_x растет. Появляющийся демпфирующий момент $M_{x\omega_x}$ препятствует вращению. По мере наклонения ЛА раз-

ность сигналов $X_T - X_{Tзад}$ уменьшается, вследствие чего элероны отклоняются на меньший угол.

На суммирующее устройство подается также сигнал, пропорциональный угловой скорости крена ω_x . Он способствует более интенсивному уменьшению угла отклонения элеронов. В определенный момент времени, когда крен еще не достиг заданного значения, элероны устанавливаются в нейтральное положение, а в дальнейшем отклоняются в противоположную сторону (рис.6).

Это происходит тогда, когда сигнал X_{ω_x} становится больше сигнала $X_T - X_{Tзад}$. А так как при этом ΔA имеет угловую скорость ω_x , то он продолжает увеличивать крен. По мере падения угловой скорости и приближения крена к заданному значению, сигналы X_{ω_x} и $X_T - X_{Tзад}$ уменьшаются, и после выхода на заданный крен элероны устанавливаются в нейтральном положении.

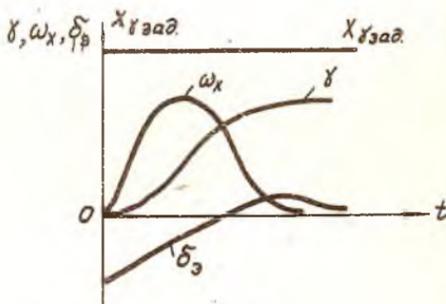


Рис.6

Аналогичная картина наблюдается и при подаче на суммирующее устройство сигнала $X_{Tзад}$, изменяющегося по линейному закону от времени (рис.7). Однако при этом характер изменения угловой

скорости ω_x и угла отклонения элеронов δ_z имеет некоторые отличия. В момент, когда сигнал $X_{Tзад}$ становится постоянным $X_{Tзад} = const$, угловая скорость и угол отклонения элеронов δ_z резко уменьшаются до нуля.

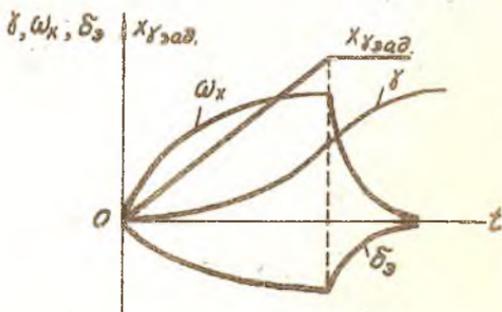


Рис.7

Моделирование движения

Для исследования изолированного движения крена используется система линеаризованных дифференциальных уравнений бокового возмущенного движения в виде [7]^X

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_x}{dt} + \pi_{2\omega_x} \omega_x &= \pi_{2\delta_2} + \xi, \\ \frac{d\delta_2}{dt} + \pi_{4\omega_x} \omega_x &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\pi_{2\omega_x} = - \frac{M_x^{\omega_x}}{J_x},$$

$$\pi_{2\delta_2} = \frac{M_x^{\delta_2}}{J_x},$$

$$\pi_{4\omega_x} = -1, \quad \xi = \frac{M_x^{\omega_x} \omega_{x0}}{J_x}.$$

Сюда следует добавить уравнения автопилотов: статического

$$\delta_2 = K_{\delta_2} (\gamma - \gamma_{300}) + K_{\omega_x} \omega_x;$$

а статического

$$\frac{d\delta_2}{dt} = K_{\delta_2} (\gamma - \gamma_{300}) + K_{\omega_x} \omega_x + K_{\dot{\omega}_x} \frac{d\omega_x}{dt}.$$

Весовые, геометрические и аэродинамические характеристики гипотетического исследуемого ЛА примем следующими:

$$G = 10000 \text{ кг},$$

$$S = 34 \text{ м}^2,$$

$$l = 8,5 \text{ м},$$

$$J_x = 12000 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2,$$

$$V_0 = 2124 \text{ км/час } (M=2),$$

$$H_0 = 20000 \text{ м},$$

$$M_x^{\omega_x} = -481 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек/рад},$$

$$M_x^{\delta_2} = -1270 \text{ кг} \cdot \text{м/рад}.$$

^X Значки Δ в записи линеаризованных уравнений для краткости опущены.

Для расчета масштабных коэффициентов ориентировочно назначим максимальные значения моделируемых переменных:

$$\begin{aligned} \gamma_{\max} &= 1,0 \text{ рад}; & \omega_{x, \max} &= 0,5 \text{ рад/сек}; \\ \delta_{z, \max} &= 0,1 \text{ рад}; & \left(\frac{d\omega_x}{dt}\right)_{\max} &= 2,0 \text{ рад/сек}^2; \\ f_{\max} &= 2,0 \text{ рад/сек}^2, \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} M_{\gamma} &= 100 \text{ В/рад}; & M_{\omega_x} &= 200 \text{ В} \cdot \text{сек/рад}; \\ M_{\delta_z} &= 1000 \text{ В/рад}; & M_{\frac{d\omega_x}{dt}} &= 50 \text{ В} \cdot \text{сек}^2/\text{рад}; \\ M_f &= 50 \text{ В} \cdot \text{сек/рад}. \end{aligned}$$

После перехода к машинным переменным и подстановки численных величин коэффициентов исходная система переписывается в виде

$$\frac{d\bar{\omega}_x}{dt} = -0,41\bar{\omega}_x - 2,12\bar{\delta}_z + 4\bar{f},$$

$$\frac{d\bar{\gamma}}{dt} = 0,5\bar{\omega}_x,$$

$$\bar{\delta}_z = 10K_{\delta\gamma}(\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_{зад}) + 5,0K_{\delta\omega_x}\bar{\omega}_x$$

или
$$\frac{d\bar{\delta}_z}{dt} = 10K_{\delta\gamma}(\dot{\bar{\gamma}} - \dot{\bar{\gamma}}_{зад}) + 5K_{\delta\omega_x}\dot{\bar{\omega}}_x + 20K_{\delta\omega_x}\bar{\omega}_x \frac{d\bar{\omega}}{dt}.$$

Структурная блок-схема набора задачи на АЭМ, соответствующая полученной системе уравнений, представлена на рис.8.

Выполнение лабораторной работы

Задача I. Стабилизация крена статическим автопилотом

1. Подготовить АЭМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АЭМ по рис.8, при этом в схему включить статический автопилот (цепь I).

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе \mathcal{I} :

$$\bar{\gamma}_0 = 0,5 \text{ рад}; \quad (\dot{\bar{\gamma}}_0 = 50 \text{ В}).$$

4. Подать на вход статического автопилота напряжение, соответствующее заданному углу крена

$$\gamma_{зад} = 0; (\dot{\gamma}_{зад} = 0).$$

5. Подать на вход сумматора $-d\dot{\omega}_x/dt$ напряжение, соответствующее внешнему возмущающему моменту

$$f = 0 \text{ рад/сек}^2; (\dot{f} = 0 \text{ в}).$$

6. Включить решение и, подбирая коэффициенты $K_{\Sigma\gamma}$ и $K_{\Sigma\omega_x}$ из заданного диапазона, добиться наилучшего качества переходного процесса $\tilde{\gamma}(t)$. Для полученного переходного процесса с помощью электронного цифрового печатающего вольтметра (ЭЦВ) зафиксировать переменные $\tilde{\gamma}(t)$, $\dot{\omega}_x(t)$, $\delta_3(t)$. Диапазон изменения коэффициентов автопилота:

$$K_{\Sigma\gamma} = 0,05 \text{ } 0,1;$$

$$K_{\Sigma\omega_x} = 0,02 \text{ } 0,05.$$

7. Полученный переходный процесс перевести из машинных переменных в действительные.

Задача II. Стабилизация крена статическим автопилотом при действия возмущающего момента

1. Подготовить АВМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВМ по рис.8, при этом в схему включить статический автопилот (цепь I).

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе γ :

$$\gamma_0 = 0 \text{ рад}; (\dot{\gamma}_0 = 0 \text{ в}).$$

4. Подать на вход статического автопилота напряжение, соответствующее заданному углу крена

$$\gamma_{зад} = 0 \text{ рад}; (\dot{\gamma}_{зад} = 0 \text{ в}).$$

5. Подать на вход сумматора $-d\dot{\omega}_x/dt$ напряжение, соответствующее внешнему возмущающему моменту

$$f = 1,1 \text{ рад/сек}^2; (\dot{f} = 55 \text{ в}).$$

6. Включить решение и, подбирая коэффициенты $K_{\Sigma\gamma}$ и $K_{\Sigma\omega_x}$ из заданного диапазона (см. пункт 6 в задаче I), добиться наилучшего качества переходного процесса $\tilde{\gamma}(t)$. Полученный процесс $\tilde{\gamma}(t)$, $\dot{\omega}_x(t)$, $\delta_3(t)$ зафиксировать на ЭЦВ.

7. Полученный переходный процесс перевести из машинных переменных в действительные.

Задача III. Стабилизация крена астатическим автопилотом при действии возмущающего момента.

1. Подготовить АВМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВМ по рис.8. В схему включить астатический автопилот (цепь II.)

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе \bar{I} :

$$\bar{\gamma}_0 = 0 \text{ рад}; \quad (\bar{\delta}_0 = 0 \text{ В}).$$

4. Подать на вход астатического автопилота напряжение, соответствующее заданному углу крена

$$\bar{\gamma}_{зад} = 0 \text{ рад}; \quad (\bar{\delta}_{зад} = 0 \text{ В}).$$

5. Подать на вход сумматора $d\bar{\omega}_x/dt$ напряжение, соответствующее внешнему возмущающему моменту

$$\bar{f} = 1,1 \text{ рад/сек}; \quad (\bar{f} = 55 \text{ В}).$$

6. Включить решение и, подбирая коэффициенты $K_{\gamma r}$, $K_{\gamma \omega_x}$, $K_{\gamma \dot{\omega}_x}$ из заданного диапазона, добиться наилучшего качества переходного процесса $\bar{\gamma}(t)$. Полученный процесс $\bar{\gamma}(t)$, $\bar{\omega}_x(t)$, $\bar{\delta}_z(t)$ зафиксировать на ЭШВ. Диапазон изменения коэффициентов автопилота:

$$K_{\gamma r} = 0,05 - 0,10;$$

$$K_{\gamma \omega_x} = 0,10 - 0,30;$$

$$K_{\gamma \dot{\omega}_x} = 0,08 - 0,25.$$

7. Полученный переходный процесс перевести из машинных переменных в действительные.

Задача IV. Автоматическое управление креном при ступенчатом законе изменения управляющего сигнала.

1. Подготовить АВМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВМ по рис.8, при этом в схему включить статический автопилот (цепь I.).

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе \bar{I} :

$$\bar{\gamma}_0 = 0 \text{ рад}; \quad (\bar{\gamma} = 0 \text{ В}).$$

4. Подать на вход статического автопилота напряжение, соответствующее заданному углу крена

$$\bar{\gamma}_{зад} = 0,5 \text{ рад}; \quad (\bar{\gamma}_{зад} = 50 \text{ В}).$$

5. Подать на вход сумматора $-d\bar{\omega}_x/dt$ напряжение, соответствующее внешнему возмущающему моменту

$$f = 0 \text{ рад/сек}^2; \quad (\bar{f} = 0 \text{ в}).$$

6. Включить решение и, подбирая коэффициенты $K_{\bar{\omega}_x}$ и $K_{\bar{\omega}_x}$ из заданного диапазона (см. пункт 6 задачи I), добиться наилучшего качества переходного процесса $\bar{f}(t)$. Полученный процесс $\bar{f}(t)$, $\bar{\omega}_x(t)$, $\delta_{\bar{\omega}_x}(f)$ зафиксировать на ЭЦВ.

7. Полученный переходный процесс перевести из машинных переменных в действительные.

Задача V. Автоматическое управление креном при линейном законе управляющего сигнала.

1. Подготовить АРМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АРМ по рис. 8, при этом в схему включить статический автопилот (цепь I).

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе \bar{f} :

$$\bar{f}_0 = 0 \text{ рад}; \quad (\bar{f} = 0 \text{ в}).$$

4. Подать на вход сумматора $-d\bar{\omega}_x/dt$ напряжение, соответствующее внешнему возмущающему моменту

$$f = 0 \text{ рад/сек}^2; \quad (f = 0 \text{ в}).$$

5. Собрать цепь III и подключить ее на вход статического автопилота (цепь I), имитируя тем самым близкое к линейному (строго говоря, экспоненциальное) изменение управляющего сигнала.

6. Включить решение и, подбирая коэффициенты $K_{\bar{\omega}_x}$ и $K_{\bar{\omega}_x}$ из заданного диапазона (см. пункт 6 задачи I), добиться наилучшего качества переходного процесса $\bar{f}(t)$. Полученный процесс $\bar{f}(t)$, $\bar{\omega}_x(t)$, $\delta_{\bar{\omega}_x}(t)$ зафиксировать на ЭЦВ.

7. Полученный переходный процесс перевести из машинных переменных в действительные.

В о п р о с ы к з а ч е т у

1. Принцип действия автопилота с жесткой обратной связью.

2. Характеристика переходных процессов по углу крена при действии постоянного возмущающего момента:

для ЛА со статическим автопилотом;

для ЛА с астатическим автопилотом.

3. Поведение ЛА при ступенчатом задании угла крена.

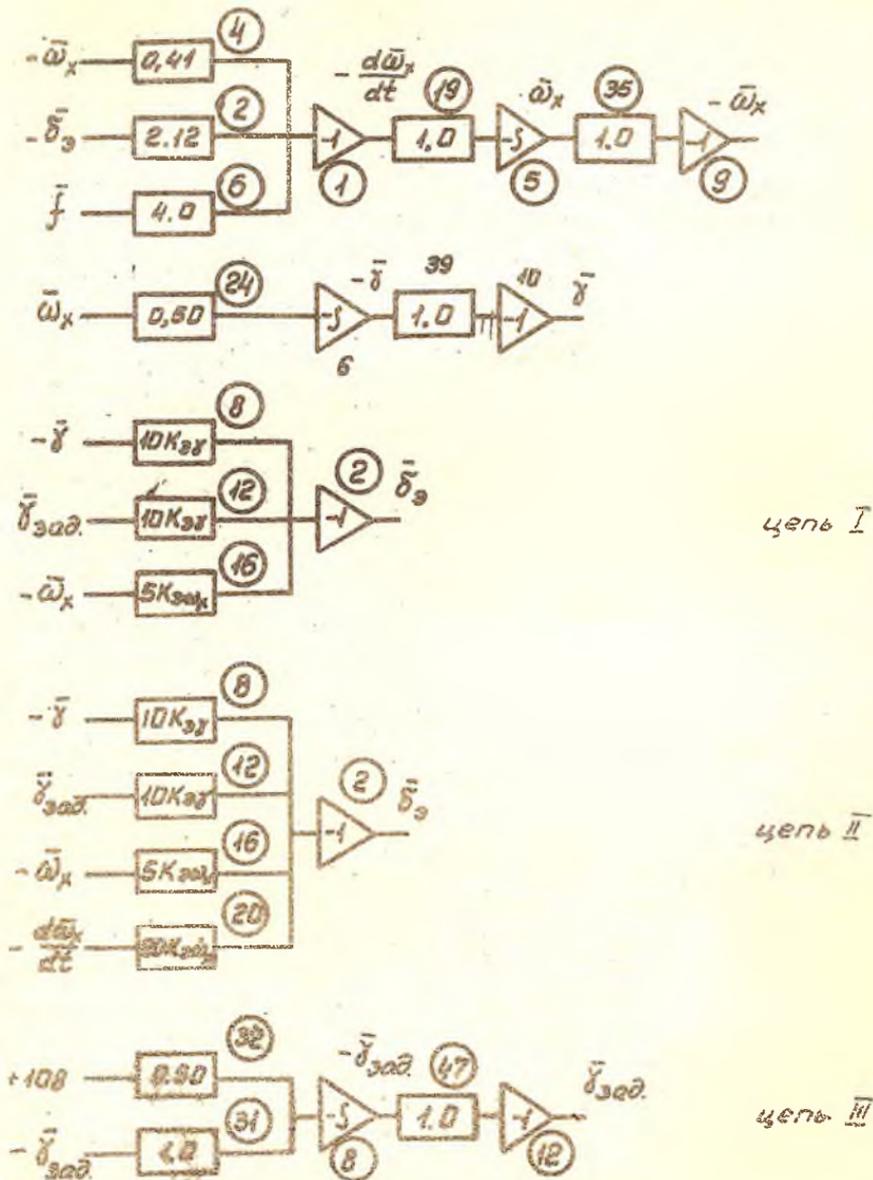


Рис. 8

4. Поведение ЛА при линейном задании угла крена.

5. Способы улучшения динамических свойств ЛА в изолированном движении крена.

С о д е р ж а н и е о т ч е т а

1. Формулировка задачи.

2. Система моделируемых уравнений.

3. Графики переходных процессов $\gamma(t)$, $\omega_o(t)$, $\delta_o(t)$ с указанием величин подобранных коэффициентов автопилота.

4. Выводы.

УПРАВЛЕНИЕ РАЗВОРОТОМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Содержание работы

1. Исследование плоского разворота летательного аппарата в горизонтальной плоскости.
2. Исследование координированного разворота летательного аппарата в горизонтальной плоскости.

Основные сведения об управлении
летательным аппаратом при выполнении разворота

Разворот непилотируемого летательного аппарата осуществляется автопилотом посредством центроостремительных сил, лежащих в горизонтальной плоскости. Такими силами могут быть:

боковая аэродинамическая сила Z^{β} фюзеляжа и оперения, вызванная скольжением;

проекция подъёмной силы на горизонтальную плоскость $Y \sin \gamma$, обусловленная креном летательного аппарата. Таким образом, разворот ЛА можно осуществить либо со скольжением, либо с креном, либо одновременно со скольжением и креном.

Разворот ЛА, выполняемый без крена, называется плоским. Плоский разворот выполняется отклонением руля направления и выдерживания с помощью элеронов нулевого угла крена. Эту задачу можно решить, используя статический автопилот, отклоняющий руль направления по закону

$$\delta_n = K_{n\psi} (\psi - \psi_{зад}) + K_{n\omega_y} \omega_y.$$

При подаче на суммирующее устройство сигнала $X_{\psi_{зад}}$, соответствующего углу $\psi_{зад}$, на который необходимо развернуть ЛА, руль направления отклоняется на величину $\delta_n = -K_{n\psi} \psi_{зад}$. Предполагается, что в начальный момент $\psi = 0$ и $\omega_y = 0$. Такое отклонение руля направления создает момент $M_y^{\delta_n} \delta_n$, нарушающий равновесие моментов вокруг оси O_y . Происходит разворот ЛА, сопровождающийся возникновением скольжения β (рис. I).

Наличие скольжения приводит к появлению боковой аэродинамической силы

$$Z^{\beta} - Z^{\delta_n} \delta_n,$$

искривляющей траекторию. По мере искривления траектории увеличивается угол рыскания ψ , т.е. угол между продольной осью ЛА и первоначальным направлением движения. При этом разность сигналов $X_\psi - X_{\psi_{зад}}$, поступающих на суммирующее устройство, уменьшается. Вследствие этого угол отклонения руля направления постепенно уменьшается и при достижении заданного угла $\psi_{зад}$ переходит в нейтральное положение.

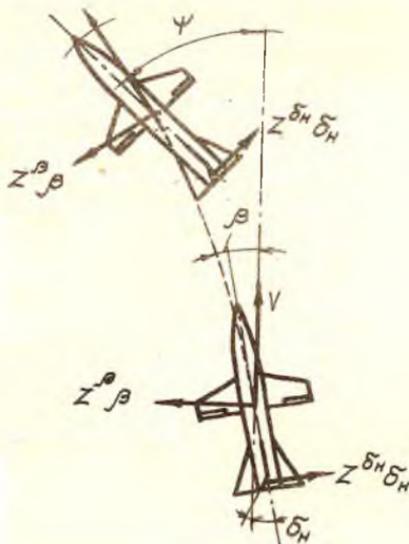


Рис. I

Сигнал X_{ω_y} , на который реагирует руль направления, способствует устранению "колебательности" переходного процесса по углу рыскания ψ , так как дополнительное отклонение δ_N , пропорциональное $d\psi/dt$, приводит к искусственному увеличению путевого демпфирующего момента. Пример переходного процесса при плоском развороте показан на рис.2.

Следует заметить, что боковая аэродинамическая сила

$$Z^{\beta} - Z^{\delta_N} \delta_N$$

в процессе плоского разворота является небольшой, поэтому плоский разворот протекает сравнительно медленно.

3. Для уменьшения времени разворота применяется так называемый координированный разворот, происходящий с накрением ЛА. Наличие крена существенно увеличивает центростремительную силу.

При координированном развороте руль направления и элероны отклоняются автопилотом по закону:

$$\delta_H = K_H \psi (\psi - \psi_{за\delta}) + K_H \omega_y \omega_y ;$$

$$\delta_z = -K_z \psi (\psi - \psi_{за\delta}) + K_z \gamma \gamma + K_z \omega_x \omega_x .$$

Сигнал $K_H \omega_y \omega_y$ в канале управления элеронами предотвращает при развороте чрезмерное увеличение угла крена; сигнал $K_z \omega_x \omega_x$ осуществляет необходимую степень демпфирования.

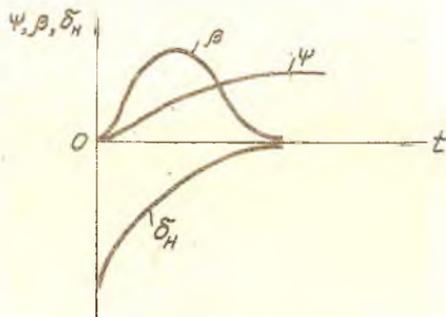


Рис.2

Пример переходного процесса при координированном развороте показан на рис.3.

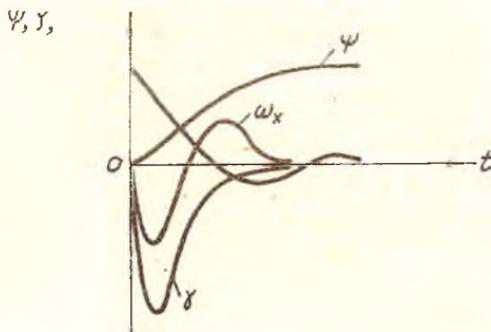


Рис.3

Моделирование движения

За исходный режим полета ЛА примем установившийся горизонтальный полет. Для упрощения задачи предположим, что угол крена в

в процессе разворота изменяется сравнительно мало, а это позволяет в первом приближении принять

$$\operatorname{tg} \gamma \cong \sin \gamma \cong \gamma; \quad \cos \gamma \cong 1.$$

Кроме того, не будем учитывать влияние продольного движения на боковое.

Систему линейризованных дифференциальных уравнений, описывающих боковое возмущенное движение ЛА, запишем в виде X [7]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\beta}{dt} + \pi_{1\beta}\beta + \pi_{1\omega_x}\omega_x + \pi_{1\omega_y}\omega_y + \pi_{1\gamma}\gamma &= \pi_{1\delta_H}\delta_H, \\ \frac{d\omega_x}{dt} + \pi_{2\beta}\beta + \pi_{2\omega_x}\omega_x + \pi_{2\omega_y}\omega_y &= \pi_{2\delta_H}\delta_H + \pi_{2\delta_\varepsilon}\delta_\varepsilon, \\ \frac{d\omega_y}{dt} + \pi_{3\beta}\beta + \pi_{3\omega_x}\omega_x + \pi_{3\omega_y}\omega_y &= \pi_{3\delta_H}\delta_H, \\ \frac{d\gamma}{dt} + \pi_{4\omega_x}\omega_x + \pi_{4\omega_y}\omega_y &= 0, \end{aligned} \right\} (I)$$

где

$$\pi_{1\beta} = -\frac{z^{\beta}}{mV}; \quad \pi_{1\omega_x} = -d_0; \quad \pi_{1\omega_y} = -1;$$

$$\pi_{1\gamma} = -\frac{g}{V} \cos \nu_0; \quad \pi_{1\delta_H} = \frac{z^{\delta_H}}{mV};$$

$$\pi_{2\beta} = -\frac{M_x^{\beta}}{J_x}; \quad \pi_{2\omega_x} = -\frac{M_x^{\omega_x}}{J_x}; \quad \pi_{2\omega_y} = -\frac{M_x^{\omega_y}}{J_x};$$

$$\pi_{2\delta_H} = \frac{M_x^{\delta_H}}{J_x}; \quad \pi_{2\delta_\varepsilon} = \frac{M_x^{\delta_\varepsilon}}{J_x};$$

$$\pi_{3\beta} = -\frac{M_y^{\beta}}{J_y}; \quad \pi_{3\omega_x} = \frac{M_y^{\omega_x}}{J_y}; \quad \pi_{3\omega_y} = -\frac{M_y^{\omega_y}}{J_y};$$

$$\pi_{3\delta_H} = \frac{M_y^{\delta_H}}{J_y}; \quad \pi_{4\omega_x} = -1; \quad \pi_{4\omega_y} = \operatorname{tg} \nu_0,$$

X

Значки Δ в записи линейризованных уравнений для краткости опущены.

α_0, ψ_0 - программные значения параметров продольного движения.

При исследовании автоматического управления разворотом эту систему необходимо дополнить кинематическим уравнением для угла рыскания

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\omega_y \cos \delta - \omega_z \sin \delta}{\cos \nu}$$

При исследовании плоского разворота принимаем угол крена равным нулю ($\gamma=0$) и $\cos \nu = 1$.

Тогда уравнение (2) запишется в виде

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_y \quad (2)$$

При исследовании координированного разворота уравнение (2) удобно записать в виде

$$\frac{d\psi}{dt} \cong \frac{g}{V} \gamma \quad (3)$$

Кроме того, систему (1) необходимо дополнить уравнениями автопилота, выражающими закон управления рулем направления и элеронами,

$$\begin{aligned} \delta_n &= K_n \psi (\psi - \psi_{зад}) + K_n \omega_y \omega_y; \\ \delta_z &= -K_z \psi (\psi - \psi_{зад}) + K_z \gamma + K_z \omega_x \omega_x. \end{aligned} \quad (4)$$

Весовые, геометрические и аэродинамические характеристики исследуемого ЛА примем следующими:

$$G = 10000 \text{ кг},$$

$$S = 34 \text{ м}^2,$$

$$l = 8,5 \text{ м},$$

$$J_x = 12000 \text{ кгм сек}^2,$$

$$J_y = 13200 \text{ кгм сек}^2,$$

$$V_0 = 2124 \text{ км/час} \quad (M=2),$$

$$H_0 = 20000 \text{ м}.$$

$$Z^{\beta} = -45000 \text{ кг/рад}; \quad Z^{\delta_n} = -2090 \text{ кг/рад};$$

$$M_x^{\beta} = -20000 \text{ кгм/рад}; \quad M_x^{\omega} = -491 \text{ кгм сек/рад};$$

$$M_x^{\omega_y} = -360 \text{ кгм сек/рад}; \quad M_x^{\delta_n} = -1820 \text{ кгм/рад};$$

$$M_x^{\delta_z} = -12700 \text{ кгм/рад}; \quad M_y^{\beta} = -72800 \text{ кгм/рад};$$

$$M_y^{\omega_x} = -164 \text{ кгм сек/рад}; \quad M_y^{\omega_y} = -1820 \text{ кгм сек/рад};$$

$$M_y^{\delta_n} = -14100 \text{ кгм/рад}.$$

Для расчета масштабных коэффициентов ориентировочно назначим максимальные значения моделируемых переменных:

$$\begin{aligned} \beta_{\max} &= 0,05 \text{ рад}; & \gamma_{\max} &= 1 \text{ рад}; \\ \psi_{\max} &= 1 \text{ рад}; & \delta_{\text{нmax}} &= 0,33 \text{ рад}; \\ \delta_{\text{эmax}} &= 0,10 \text{ рад}; & \omega_{\gamma_{\max}} &= 0,10 \text{ рад/сек}; \\ \omega_{\psi_{\max}} &= 0,10 \text{ рад/сек}. \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} m_{\beta} &= 2000 \text{ в/рад}; & m_{\gamma} &= 100 \text{ в/рад}; \\ m_{\psi} &= 100 \text{ в/рад}; & m_{\delta_{\text{н}}} &= 300 \text{ в/рад}; \\ m_{\delta_{\text{э}}} &= 1000 \text{ в/рад}; & m_{\omega_{\gamma}} &= 1000 \text{ в.сек/рад}; \\ m_{\omega_{\psi}} &= 1000 \text{ в.сек/рад}; \end{aligned}$$

После перехода к машинным переменным и подстановки численных величин коэффициентов исходная система (1), кинематические уравнения (2), (3) и уравнения автопилота (4) запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\beta}}{dt} &= 0,07\bar{\beta} + 0,16\bar{\omega}_{\gamma} + 0,2\bar{\omega}_{\psi} + 0,33\bar{\gamma} - 0,02\bar{\delta}_{\text{н}}, \\ \frac{d\bar{\omega}_{\gamma}}{dt} &= -0,35\bar{\beta} - 0,41\bar{\omega}_{\gamma} - 0,30\bar{\omega}_{\psi} - 5,06\bar{\delta}_{\text{н}} - 9,50\bar{\delta}_{\text{э}}, \\ \frac{d\bar{\omega}_{\psi}}{dt} &= -2,76\bar{\beta} - 0,02\bar{\omega}_{\gamma} - 0,14\bar{\omega}_{\psi} - 3,56\bar{\delta}_{\text{н}}, \\ \frac{d\bar{\gamma}}{dt} &= -0,2\bar{\omega}_{\gamma} - 0,02\bar{\omega}_{\psi}, \\ \frac{d\bar{\psi}}{dt} &= 0,1\bar{\omega}_{\psi} \quad \text{или} \quad \frac{d\bar{\psi}}{dt} = -0,02\bar{\gamma}, \\ \bar{\delta}_{\text{н}} &= 3,0 \text{ Кн}\psi (\bar{\psi} - \bar{\psi}_{\text{зад}}) + 0,30 \text{ Кн}\omega_{\psi} \omega_{\psi}, \\ \bar{\delta}_{\text{э}} &= -10 \text{ Кэ}\psi (\bar{\psi} - \bar{\psi}_{\text{зад}}) + 10 \text{ Кэ}\gamma \bar{\gamma} + \text{Кэ}\omega_{\gamma} \bar{\omega}_{\gamma}. \end{aligned} \right\} (5)$$

Структурная блок-схема набора задачи на АВМ, соответствующая полученным кинематическим уравнениям, представлена на рис.4.

Выполнение лабораторной работы

Задача I. Исследование автоматического управления плоским разворотом.

1. Подготовить АЭМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АЭМ по рис.4. Не набирать цепи $\bar{\omega}_x$, $\bar{\gamma}$, $\bar{\delta}_z$ (поскольку в плоском развороте $\omega_x = \gamma = \delta_z = 0$).

3. Установить коэффициенты, указанные на рис.4 в скобках.

Установка этих коэффициентов означает введение нового масштаба времени

$$M_t = \frac{\bar{t}_{max}}{t_{max}} = 0,2; \quad (t = \frac{\bar{t}}{M_t}),$$

т.е. машинное время в данной задаче становится в пять раз медленнее реального. Это необходимо для того, чтобы сравнительно долго протекающий процесс плоского разворота ЛА смоделировать на АЭМ за несколько десятков секунд реального времени.

4. Подать на вход сумматора δ_H напряжение, соответствующее заданному углу разворота:

$$\psi_{зад} = 0,4 \text{ рад}; \quad (\bar{\psi}_{зад} = 408).$$

5. Включить решение и подбором коэффициентов автопилота $K_{H\psi}$ и $K_{H\omega_y}$ добиться, чтобы время разворота было минимальным. Диапазон изменения коэффициентов автопилота:

$$K_{H\psi} = 0,5 - 0,8;$$

$$K_{H\omega_y} = 2,0 - 5,0.$$

6. Полученный переходный процесс $\bar{\delta}_H$, $\bar{\beta}$, $\bar{\psi}$, $\bar{\omega}_y$ зафиксировать с помощью электронного цифрового печатающего вольтметра (ЭЦВ) и перевести из машинных переменных в действительные.

Задача II. Исследование автоматического управления координированным разворотом.

1. Подготовить АЭМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АЭМ по рис.4.

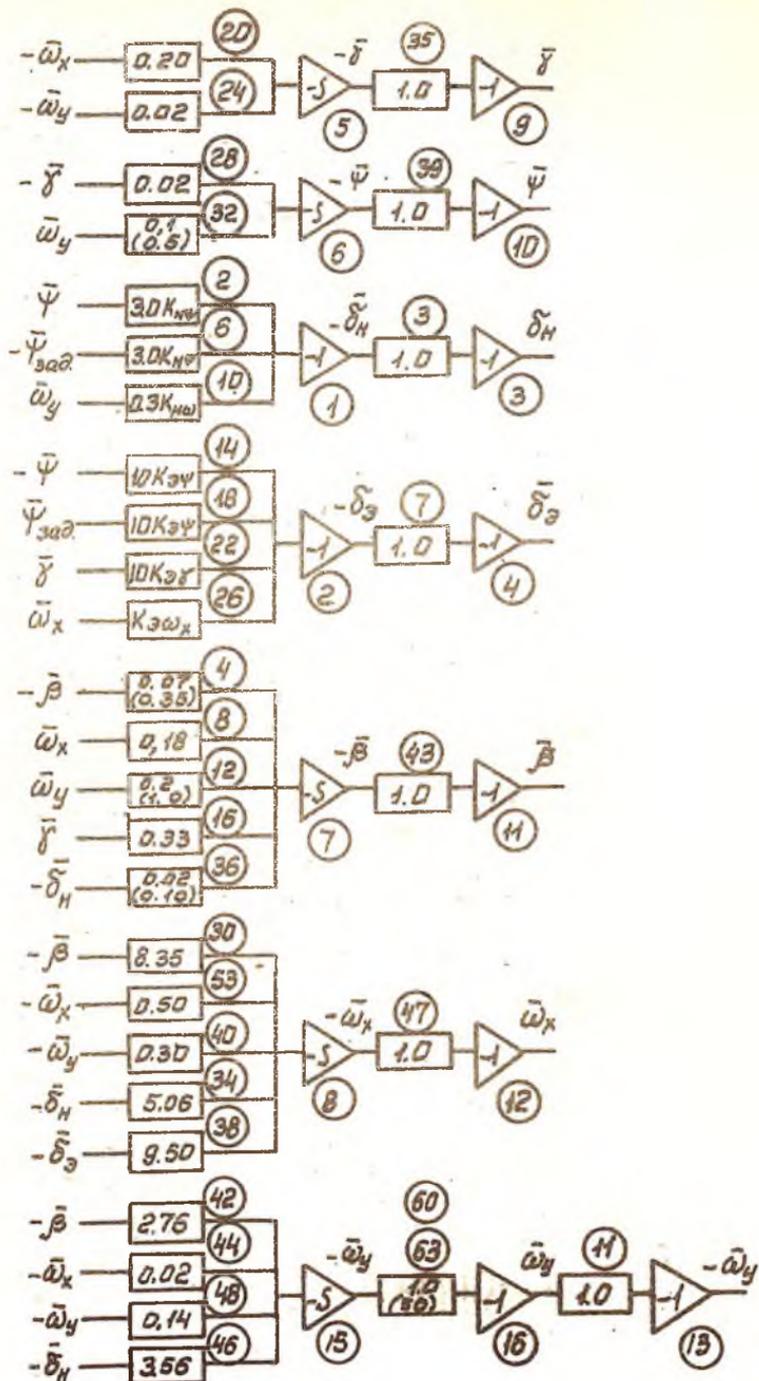


Рис. 4

3. Подать на вход сумматора δ_n напряжение, соответствующее заданному углу разворота:

$$\psi_{зад} = 0,8 \text{ рад}, \quad (\bar{\psi}_{зад} = 80^\circ).$$

4. Включить решение и подбором коэффициентов автопилота

$$K_{н\psi}, K_{н\omega_y}, K_{э\psi}, K_{э\gamma}, K_{э\omega_x}$$

добиться, чтобы время разворота было минимальным. Диапазон изменения коэффициентов автопилота:

$$K_{н\psi} = 0,5 - 0,8;$$

$$K_{н\omega_y} = 2,0 - 5,0;$$

$$K_{э\psi} = 0,05 - 0,2;$$

$$K_{э\gamma} = 0,05 - 0,2;$$

$$K_{э\omega_x} = 0,5 - 5,0.$$

5. Полученный переходный процесс $\bar{\delta}_z$, $\bar{\gamma}$, $\bar{\omega}_x$, $\bar{\psi}$ зафиксировать с помощью электронного цифрового печатающего вольтметра (ЭЦПВ) и перевести из машинных переменных в действительные.

В о п р о с ы к з а ч е т у

1. Система сил, действующих на ЛА при развороте. Типы разворотов.
2. Автоматическое управление плоским разворотом.
3. Автоматическое управление координированным разворотом.
4. Характер переходных процессов по крену и рысканию в плоском и координированном развороте.

С о д е р ж а н и е о т ч е т а

1. Формулировка задачи.
2. Система моделируемых уравнений.
3. Графики переходных процессов.
4. Величина коэффициентов автопилота, соответствующая полученному переходному процессу.
5. Выводы.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ САМОЛЕТА В МАЛОМ (КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКОМ) ПРОДОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Содержание работы

1. Изучение собственных свойств самолета в малом продольном движении. Зависимость их от положения центра тяжести и высоты полета.

2. Изучение переходного процесса в малом продольном движении при различных законах отклонения руля высоты. Анализ влияния на переходный процесс положения центра тяжести и высоты полета.

3. Определение возможности улучшения динамических свойств самолета с помощью демпфера тангажа и подбор его.

1. Продольное возмущенное движение самолета условно можно разделить на малое (короткопериодическое) и большое (длиннопериодическое). Основанием для такого деления является свойство самолета быстро менять углы атаки и тангажа при медленном изменении скорости полета.

В малом продольном движении происходит, в основном изменение углов атаки и тангажа. Оно протекает в течение сравнительно небольшого отрезка времени, вследствие чего скорость и высота полета не успевают существенно измениться.

2. Продольное угловое движение самолета зависит от угла атаки α (коэффициента C_y), вращения относительно оси O_x , отклонения руля высоты и сектора газа.

Рассмотрим, какие продольные моменты действуют на самолет в малом продольном движении.

При изменении угла атаки возникает прирост подъемной силы, приложенной в аэродинамическом фокусе. У устойчивого по перегрузке самолета центр тяжести расположен впереди аэродинамического фокуса, поэтому при увеличении угла атаки возникает момент $M_z^{Cy} \Delta C_y$, направленный в сторону, противоположную изменению угла атаки.

Наличие вращения приводит к появлению демпфирующего продольного момента. Физическая природа его возникновения следующая. При вращении с угловой скоростью ω_z фокус горизонтального оперения приобретает дополнительную линейную скорость V_u , равную $\omega_z \ell_{cm}$ (рис.1).

Вследствие этого угол атаки увеличивается на величину $\Delta \alpha_{r.o} \approx \text{tg} \Delta \alpha_{r.o} = \frac{\omega_z l_{r.o}}{V_{r.o}}$. Возникающая при этом дополнительная подъемная сила $\Delta Y_{r.o}$ на горизонтальном оперении и создает продольный демпфирующий момент $M_z^{\omega_z} \omega_z$.

Кроме горизонтального оперения, играющего определяющую роль, в создании демпфирующего момента участвуют фюзеляж, крыло и мотогондолы. Демпфирующий момент всегда направлен в сторону, противоположную вращению, и действует только тогда, когда есть угловая скорость. Поэтому причиной движения он быть не может. Величина демпфирующего момента зависит для данной аэродинамической компоновки самолета от угловой скорости вращения ω_z , скорости V и высоты полета H . Большое влияние на демпфирующий момент оказывает высота полета: с увеличением высоты полета и соответственным падением плотности воздуха величина демпфирующего момента резко падает.

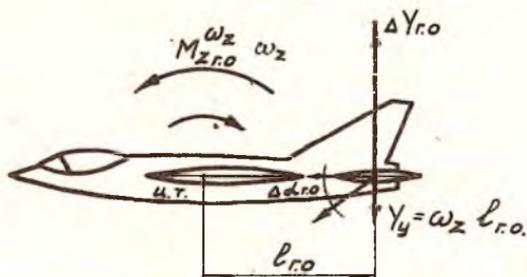


Рис. I

Кроме демпфирующего момента, если при вращении изменяется угол атаки, возникает дополнительный момент $M_z^{\alpha} \dot{\alpha}$, называемый моментом от запаздывания скоса потока. Природа его такова.

Скос потока за крылом создается циркуляцией скорости, соответствующей моменту времени t . Ввиду того, что горизонтальное оперение расположено на некотором расстоянии за крылом, требуется определенное конечное время, чтобы индуцированная крылом скорость достигла горизонтального оперения в момент t_1 . Таким образом, при неустановившемся движении самолета имеет место запаздывание скоса потока. Оно приводит к тому, что за время запаздывания $\tau = t_1 - t$ угол атаки крыла изменяется на величину $\Delta \alpha$, а это влечет за собой появление дополнительной подъемной силы горизонтального оперения $\Delta Y_{r.o}$ и, следовательно, дополнительного момента

$\Delta M_{z_{r.o}} = M_z^{\alpha} \alpha$. Так же, как и демпфирующий момент, момент от запаздывания скоса потока препятствует вращению. В дозвуковом диапазоне скоростей момент от запаздывания скоса потока для ряда аэродинамических компоновок самолета составляет примерно 50% от демпфирующего момента, а в сверхзвуковой области по мере роста числа M момент $M_z^{\alpha} \alpha$ стремится к нулю.

Отклонение руля высоты вызывает появление кабрирующего (положительного) или пикирующего (отрицательного) моментов $M_z^{\delta_{r.o}} \delta_{r.o}$.

Такова сумма моментов, действующих на самолет в малом продольном движении.

3. Рассмотрим теперь собственные свойства самолета в малом (короткопериодическом) движении. Собственные свойства самолета – это характеристики, которые определяют возмущенное движение при неотклоненном руле высоты, т.е. руль высоты находится в том же положении, какое у него было до действия возмущения.

При изучении малого продольного движения предположим, что скорость самолета постоянна и изменением высоты можно пренебречь.

Цель в результате действия возмущения было нарушено равновесие самолета, и угол атаки отклонился от исходного значения на величину $\Delta \alpha_0$ (рис.2).

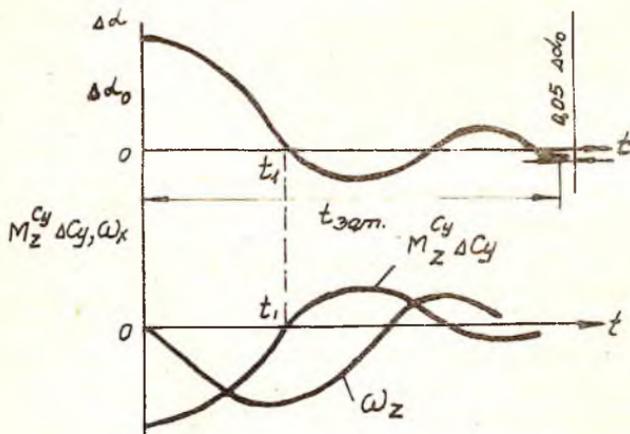


Рис.2

Возмущение угла атаки вызывает продольный момент $M_z^{C_y} \Delta C_y$, обусловленный наличием продольной статической устойчивости по перегрузке, и момент от запаздывания скоса потока $M_z^{\alpha} \alpha$. Эти моменты создадут угловое ускорение $d\omega_z/dt$, и самолет начнет

вращаться в сторону уменьшения угла атаки. Затем в некоторый момент t_1 угол атаки самолета станет равен исходному (до действия возмущения), однако угловая скорость ω_z при этом не равна нулю. Самолет "проскакивает" нейтральное положение, и угол атаки становится отрицательным. Направление действия моментов $M_z^{\alpha} \Delta \alpha$ и $M_z^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}$ изменяется на противоположное. Если в начале моменты были пикирующими, то при $\Delta \alpha < 0$ они стали кабрирующими.

Таким образом, характер изменения угла атаки является колебательным, асимптотически стремящимся к нулю.

Если бы демпфирующий момент и момент от запаздывания скоса потока отсутствовали, то колебания были бы гармоническими, т.е. с постоянной амплитудой.

Колебательный процесс изменения угла атаки характеризуется периодом колебаний T_n и временем до практически полного затухания $t_{зам}$ (рис.2). Период колебаний в короткопериодическом продольном движении невелик; он измеряется несколькими секундами. Величина периода колебаний обратно пропорциональна статической устойчивости самолета по перегрузке; чем больше статическая устойчивость по перегрузке, тем меньше период колебаний.

Время $t_{зам}$ до практически полного затухания определяется как отрезок времени, в течение которого амплитуда колебаний по сравнению с начальной уменьшается в 20 раз. Оно обратно пропорционально демпфированию: чем больше демпфирование (в определенных пределах), тем меньше время затухания колебаний.

Так как с увеличением высоты полета величина демпфирующего момента падает, то затухание колебаний по углу α снижается (рис.3).

4. Улучшить качество переходного процесса в короткопериодическом продольном движении можно автоматически, с помощью так называемого демпфера тангажа. Принцип работы этого автоматического устройства состоит в том, что руль высоты, независимо от пилота, отклоняется на величину, пропорциональную угловой скорости вращения, т.е.

$$\delta_{B.g} = K \omega_z.$$

При положительной угловой скорости ω_z дополнительное отклонение руля высоты, обусловленное работой демпфера тангажа, положительно. При вращении, например, с положительной угловой скоростью ω_z (рис.3) действует демпфирующий момент $M_z^{\dot{\alpha}} \omega_z$.

Демпфер тангажа дополнительно отклоняет руль высоты вниз на величину $\delta_{\delta g} = K \omega_z$. При этом на горизонтальном оперении появляется прирост подъёмной силы, который создает момент, направленный в сторону действия демпфирующего момента. Этим искусственно увеличивается демпфирование, и затухание колебания по углу атаки α усиливается.

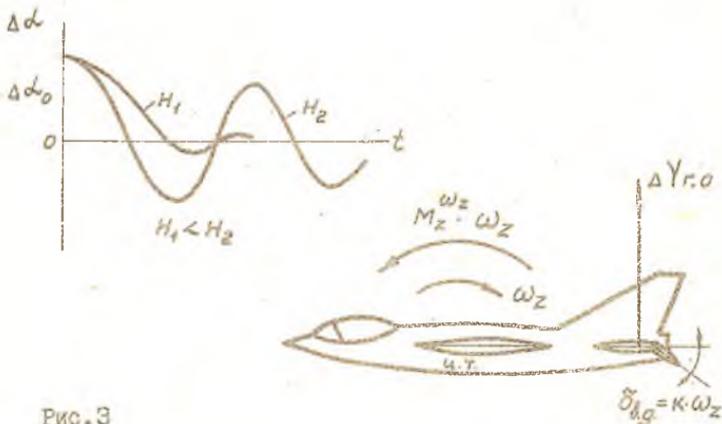


Рис. 3

5. Рассмотрим далее переходный процесс в малом продольном движении при отклонении руля высоты. Проанализируем вначале реакцию самолета на ступенчатое отклонение руля высоты.

При отклонении руля высоты на постоянную величину создается момент $M_z^{\delta \delta} \delta_B = const$. При этом возникает ускорение $d\omega_z/dt$ и угловая скорость ω_z . При вращении изменяется угол атаки. Отклонение угла атаки от исходного приводит к появлению момента $M_z^{C_y} \Delta C_y$, обусловленного продольной статической устойчивостью по перегрузке. По окончании переходного процесса имеет место равновесие моментов

$$M_z^{\delta \delta} \delta_B = M_z^{C_y} \Delta C_y,$$

наступающее при некотором определенном угле атаки $\alpha_{уст}$ (рис. 4). Характер переходного процесса по углу атаки α зависит от запаса статической устойчивости по перегрузке и демпфирования. Период колебаний и время затухания, т.е. время выхода самолета на новый угол атаки, такие же, какие были получены при изучении собственных свойств самолета.

Если руль высоты отклонять не мгновенно, а, например, по экс-

Понелиальному закону, то характер переходного процесса изменится: уменьшится его "колебательность". При медленном отклонении руля высоты характер изменения угла атаки приближается к характеру отклонения руля высоты.

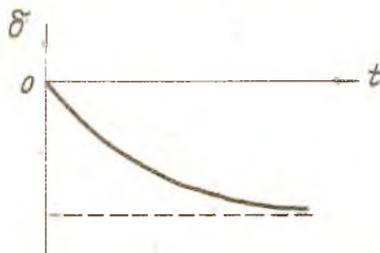


Рис. 4

Моделирование движения

Для исследования малого продольного движения примем

$$V = V_0 = \text{const};$$

$$\Delta V = 0;$$

$$\frac{d(\Delta V)}{dt} = 0;$$

$$\Delta H = 0; \quad \Delta \delta_p = 0.$$

Кроме того, за невозмущенное движение примем горизонтальный установившийся полет ($\theta_0 = 0$).

Учитывая принятые допущения, запишем линеаризованную систему дифференциальных уравнений продольного движения в виде [7] ^x

$$\frac{d(\alpha)}{dt} = n_{2\alpha} \alpha + \omega_z - n_{2\delta} \delta_B,$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = -n_{3\alpha} \alpha - n_{3\alpha} \frac{d\alpha}{dt} - n_{3\omega_z} \omega_z + n_{3\delta} \delta_B,$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \omega_z,$$

$$\delta_B = K \omega_z + \delta_{Bn},$$

^x Значки Δ в записи линеаризованных уравнений для краткости опущены.

где

$$n_{2\alpha} = \frac{Y^{\alpha} + P_0 \cos \psi_p - G \sin \theta_0}{m V_0};$$

$$n_{2\delta\delta} = \frac{Y^{\delta\delta}}{m V_0};$$

$$n_{3\alpha} = -M_z^{\alpha} / J_z;$$

$$n_{3\lambda} = -M_z^{\lambda} / J_z; \quad n_{3\omega_z} = -M_z^{\omega_z} / J_z; \quad n_{3\delta\delta} = M_z^{\delta\delta} / J_z;$$

k - коэффициент усиления демпфера тангажа подбирается в пределах 0,5 - 1,5 из условия наилучшего качества переходного процесса;

$\delta_{\delta\eta}$ - отклонение руля высоты пилотом.

Весовые, геометрические и аэродинамические характеристики исследуемого самолета прием следующими:

$$G = 14000 \text{ кг};$$

$$S = 34 \text{ м}^2;$$

$$J_z = 15200 \text{ кгмсек}^2;$$

$$V_0 = 21,24 \text{ км/час } (M=2);$$

$$H_0 = 20000 \text{ м};$$

$$Y^{\alpha} = 113000 \text{ кг/рад};$$

$$Y^{\delta\delta} = 22000 \text{ кг/рад};$$

$$M_z^{\alpha} = 116000 \text{ кгм/рад}; \quad (\bar{\lambda} = 0,32; \quad m_z^{\alpha} = -0,20);$$

$$M_z^{\lambda} = -46400 \text{ кгм/рад}; \quad (\bar{\lambda} = 0,44; \quad m_z^{\lambda} = -0,09);$$

$$M_z^{\omega_z} = 0;$$

$$M_z^{\delta\delta} = 4060 \text{ кгм/рад};$$

$$M_z^{\delta\eta} = 93000 \text{ кгм/рад}.$$

При изучении собственных свойств самолета в малом продольном движении в исходной системе уравнений следует положить $\delta_p = 0$, при исследовании переходного процесса $\delta_p \neq 0$.

При изучении влияния положения центра тяжести на собственные свойства и на характеристики управляемости самолета необходимо

соответственно изменению центровки менять значение коэффициента $\bar{n}_{3\alpha}$, в формулу которого входит запас устойчивости $m_z^c = \bar{\chi}_T - \bar{\chi}_F$.

Для расчета масштабных коэффициентов ориентировочно назначим максимальные значения моделируемых переменных:

$$\begin{aligned} \alpha_{max} &= 0,15 \text{ рад}; & \omega_{zmax} &= 0,5 \text{ рад/сек}; \\ v_{max} &= 0,5 \text{ рад}; & \delta_{8max} &= 0,3 \text{ рад}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= 700 \text{ В/рад}; & \mu_{\omega_z} &= 200 \text{ В} \cdot \text{сек/рад}; \\ \mu_v &= 200 \text{ В/рад}; & \mu_{\delta_8} &= 300 \text{ В/рад}. \end{aligned}$$

После перехода к машинным уравнениям и подстановки численных величин коэффициентов исходная система перепишется в виде

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = -0,19\bar{\alpha} + 3,5\bar{\omega}_z - 0,09\bar{\delta}_8;$$

$$\frac{d\bar{\omega}_z}{dt} = -\bar{n}_{3\alpha}\bar{\alpha} - 0,33\bar{\omega}_z - 4,98\bar{\delta}_8;$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{\omega}_z;$$

$$\bar{\delta}_8 = 1,5K\bar{\omega}_z + \bar{\delta}_{8п}.$$

Коэффициент $\bar{n}_{3\alpha}$ может здесь принимать два значения, соответствующих двум разным центровкам самолета:

$$\bar{n}_{3\alpha} = 2,17; \quad \text{для } \bar{\chi}_T = 0,32;$$

$$\bar{n}_{3\alpha} = -0,85; \quad \text{для } \bar{\chi}_T = 0,44.$$

Структурная блок-схема набора задачи на АВМ, соответствующая полученной системе уравнений, приведена на рис.6.

Выполнение лабораторной работы

Задача I. Изучение собственных свойств самолета в малом продольном движении;
анализ влияния положения центра тяжести.

1. Подготовить АВМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].
2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле рис.5. При этом разомкнуть выходную цепь сумматора

имитируя тем самым установку руля высоты в нейтральное положение.

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе d :

$$\alpha_0 = 2^\circ; \quad (\bar{\alpha}_0 = 24,58).$$
4. Включить решение и, наблюдая переходный процесс по углу атаки α с помощью вольтметра, зафиксировать его параметры: период колебаний T_n и время затухания $t_{зам}$.
5. Снять указанные характеристики для двух различных центровок:
 $X_{T1} = 0,32; \quad X_{T2} = 0,44.$
6. Полученные характеристики перевести из машинных переменных в действительные.

Задача II. Изучение переходного процесса при ступенчатом отклонении руля высоты пилотом.

1. Подготовить АВИ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].
2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВИ по рис.6, при этом на вход сумматора δ_B подать постоянное напряжение $\delta_{Bn} = 10,58$, имитирующее ступенчатое отклонение руля высоты пилотом (цепочка II).
3. Произвести установку начальных условий на интеграторе d :

$$\alpha_0 = 0; \quad (\bar{\alpha}_0 = 0).$$
4. Разомкнуть входную цепочку I на сумматоре δ_B , имитируя отключение демпфера тангажа.
5. Включить решение и, наблюдая переходный процесс по углу атаки α с помощью вольтметра, зафиксировать его параметры: время регулирования $t_{рег}$ и установившееся значение угла атаки $\alpha_{уст}$.
6. Снять указанные характеристики для двух различных центровок.
7. Полученные характеристики перевести из машинных переменных в действительные.

Задача III. Изучение переходного процесса при экспоненциальном отклонении руля высоты пилотом.

1. Подготовить АВИ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].
2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВИ по рис.6. На вход сумматора δ_B подключить цепочку III, имити-

тирующую экспоненциальное отклонение руля высоты пилотом.

3. Произвести установку начальных условий на интеграторе α :

$$\alpha_0 = 0 \text{ рад}; \quad (\bar{\alpha}_0 = 0,8).$$

4. Разомкнуть входную цепочку I на сумматоре δ_g , имитируя отключение демпфера тангажа.
5. Включить решение и, наблюдая переходный процесс по углу атаки α с помощью вольтметра, зафиксировать его параметры, время регулирования $t_{рег}$ и установившееся значение угла атаки $\alpha_{уст}$.
6. На основании результатов моделирования короткопериодического продольного движения определить градиент расхода руля на единицу перегрузки: $\delta_g^{ны} = \frac{\Delta \delta_g}{\Delta n_y}$,

где $\Delta n_y = \gamma^{\alpha} \Delta \alpha_{уст} = 113000 \Delta \alpha_{уст}$, кг.

7. Полученные характеристики перевести из машинных переменных в действительные.

Задача IV. Улучшение динамических свойств самолета с помощью демпфера тангажа.

1. Подготовить АВМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].
2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВМ по рис. 6. На вход сумматора δ_g подключить демпфер тангажа (цепочку I).
3. Произвести установку начальных условий на интеграторе α :
 $\alpha_0 = 2^\circ$; $(\bar{\alpha}_0 = 24,58)$.
4. Включить решение и, изменяя коэффициент усиления демпфера тангажа в пределах $K = 0,5 - 1,5$, добиться наилучшего качества переходного процесса по углу атаки α : процесс $\alpha(t)$ должен быть минимальным по времени и обладать забросом, не превышающим 5% от начального возмущения.
5. Провести подбор коэффициента усиления демпфера тангажа для двух значений центровок самолета:

$$\bar{x}_1 = 0,32; \quad (\bar{n}_{3\alpha} = 2,17) \quad \text{и} \quad \bar{x}_2 = 0,44;$$

$$(\bar{n}_{3\alpha} = -0,85).$$

6. Рассмотреть переходный процесс по углу атаки α с подобранным коэффициентом усиления демпфера тангажа при ступенчатом отклонении руля высоты. Для этого:
на вход усилителя δ_g подключить цепочку II;
на интеграторе α установить начальное значение $\bar{\alpha}_0 = 0$;

включить решение и, наблюдая переходный процесс по углу атаки α , с помощью вольтметра зафиксировать его параметры: время регулирования и установившееся значение угла атаки; замеры указанных параметров провести для двух центровок самолета.

7. Полученные характеристики перевести из машинных переменных в действительные.

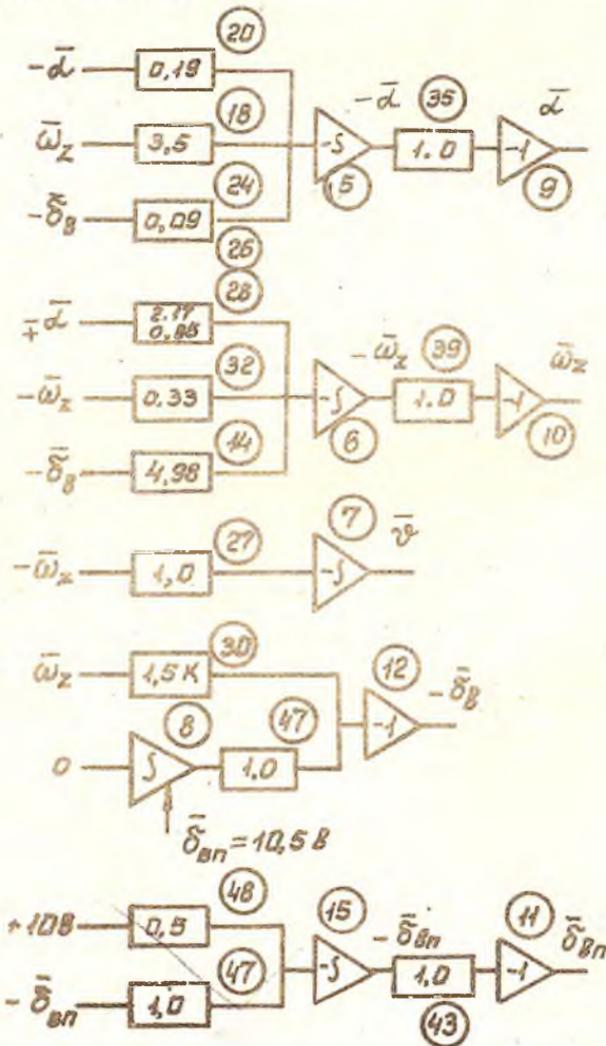


рис.5

В о п р о с ы к з а ч е т у

1. Моменты, действующие на самолет в малом продольном (короткопериодическом) движении.
2. Собственные свойства самолета в малом продольном движении.
3. Влияние демпфирования на малое продольное движение самолета.
4. Способы улучшения качества переходных процессов в малом продольном движении.
5. Характер переходного процесса по углу атаки при ступенчатом и экспоненциальном законах отклонения руля высоты.

С о д е р ж а н и е о т ч е т а

1. Формулировка задачи.
2. Система моделируемых уравнений.
3. Графики переходного процесса $\alpha(t)$ для двух центровок.
4. Выводы.

ПОВЕДЕНИЕ САМОЛЕТА В ОСОБЫХ СЛУЧАЯХ ПОЛЕТА

Содержание работы

1. Изучение поведения самолета при отказе одного двигателя.
2. Изучение поведения самолета при отклонении руля направления в крайнее положение.

Поведение самолета при отказе двигателя. При отказе двигателя в полете (на рис. I показан отказ четвертого двигателя) самолет разворачивается вокруг вертикальной оси OY в сторону отказавшего двигателя (вправо). Разворот происходит под действием моментов силы тяги первого и отрицательной тяги винта четвертого двигателей

$$M_{y разв} = P_1 z_1 + P_4 z_4.$$

Вследствие инерционности самолет стремится сохранить направление полета, в результате чего возникает скольжение на левое полукрыло с работающим двигателем. В процессе увеличения угла скольжения β возникают восстанавливающие и демпфирующие моменты, препятствующие развороту, но они значительно меньше $M_{y разв}$.

Гораздо больший эффект вызывает боковая аэродинамическая сила фюзеляжа и оперения Z_β , которая создает момент $Z_\beta x_\beta$, по закону противоположный моменту $M_{y разв}$.

Для определенной аэродинамической компоновки самолета момент от боковой силы Z_β может уравновесить разворачивающий момент $M_{y разв}$ и самолет перейдет в режим полета с некоторым постоянным углом скольжения $\beta_{уст}$.

Если величина боковой силы недостаточна, чтобы парировать разворачивающий момент, самолет интенсивно увеличивает угол скольжения β на полукрыло с работающим двигателем (в данном примере на левое).

Одновременно с разворотом самолет начинает крениться на крыло с отказавшим двигателем под действием момента разности подъемных сил левой и правой половин крыла:

$$M_{x кр} = (Y_L + \Delta Y_L) z_L = (Y_P - \Delta Y_P) z_P.$$

Разность подъемных сил возникает:

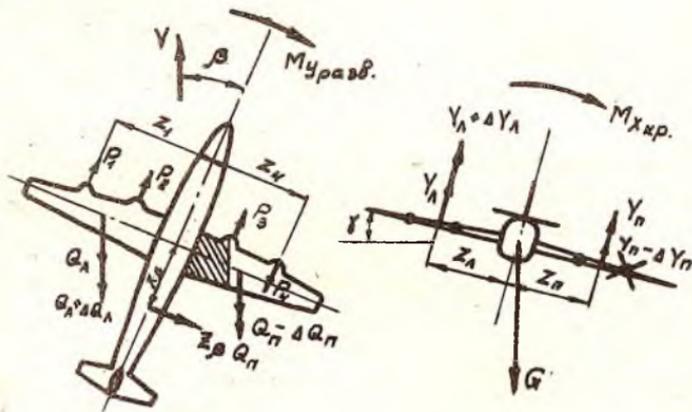
вследствие скольжения самолета на полукрыло с работающими двигателями, что вызывает затенение фюзеляжем части крыла с отказавшим двигателем;

вследствие различия углов атаки при скольжении на правом и левом полукрыле (угол атаки левого полукрыла больше угла атаки правого);

в процессе разворота полукрыло с работающим двигателем имеет большую истинную скорость и, следовательно, создает большую подъемную силу, чем полукрыло с отказавшим двигателем;

часть полукрыла (правого) затеняется винтом отказавшего двигателя, т.е. воздушный поток при наличии отрицательной тяги тормозится винтом, и истинная скорость обтекания этой части крыла будет меньше истинной скорости полета.

В процессе разворота и крена самолет опускает нос в сторону полукрыла с отказавшим двигателем.



ЛС.І

Самолет уменьшает скорость полета, так как располагаемая сила тяги силовой установки уменьшается из-за появления отрицательной тяги винта отказавшего двигателя и скольжения самолета.

Следует иметь в виду, что процесс нарушения равновесия самолета определяется величиной $M_{урав.}$ Так, при отказе двигателя на взлетном режиме (P_{max}) и отказе системы автоматического ввода винта во флюгерное положение разворачивающий момент будет наибольшим.

Меры по восстановлению равновесия (балансировки) самолета. Для восстановления равновесия самолета необходимо обеспечить продольную и боковую балансировки самолета. Для этого руль направления и штурвал управления элеронами отклоняют в сторону работающих двигате-

лей так, чтобы самолет продолжал прямолинейный полет почти без крена. Эту же задачу могут выполнить и системы автоматического и полуавтоматического управления: демпфер рыскания и автопилот по каналу крена.

В зависимости от величины разворачивающего момента (несимметричной тяги) и скорости полета отклонением руля направления и элеронов можно обеспечить следующие виды балансировки самолета

[9].

Полет без скольжения (рис.2). Для осуществления горизонтального полета без скольжения - полета с наименьшим сопротивлением самолета при несимметричной тяге - необходимо отклонить руль направления в сторону работающих двигателей так, чтобы возникшая при этом боковая сила вертикального оперения Z_N имела момент относительно центра тяжести, равный по абсолютной величине и противоположный по знаку разворачивающему моменту, т.е.

$$Z_N X_H = P \delta_1 + P_N \delta_N$$

При этом условия набор высоты и снижение самолета также происходят без скольжения, только углы отклонения руля направления δ_N и элеронов δ_3 будут другими (большими - при наборе высоты, меньшими - при снижении).

Кренящий момент в сторону полукрыла с отказавшим двигателем уравновешивается моментом разности подъёмных сил, возникающих за счет отклонения элеронов ΔY_3 .

Если при равновесии моментов крена выполнять полет без крена, то подъёмная сила уравновешивает вес самолета, сила тяги работающих двигателей - силу лобового сопротивления, а боковая сила Z_N остается неуравновешенной и вызывает искривление траектории полета (разворот самолета в сторону неработающего двигателя).

Для обеспечения равновесия боковой силы (обеспечения прямолинейности полета) необходимо создать небольшой крен ($2 - 5^\circ$) в сторону работающих двигателей. При этом боковая сила Z_N уравновешивается составляющей веса $G_x = G \sin \beta$, а в других видах полета (набор высоты, снижение) - $G_x = G \sin \beta \cos \theta$.

Таким образом, боковое равновесие самолета при полете без скольжения обеспечивается только при наличии незначительного крена на полукрыло с работающим двигателем.

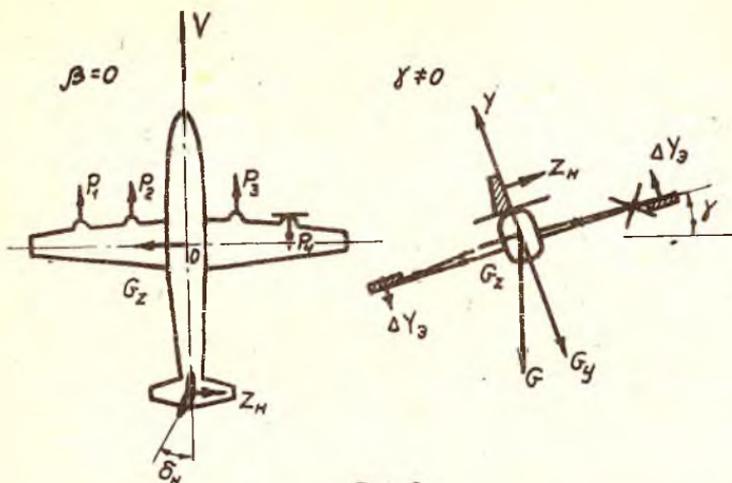


Рис.2

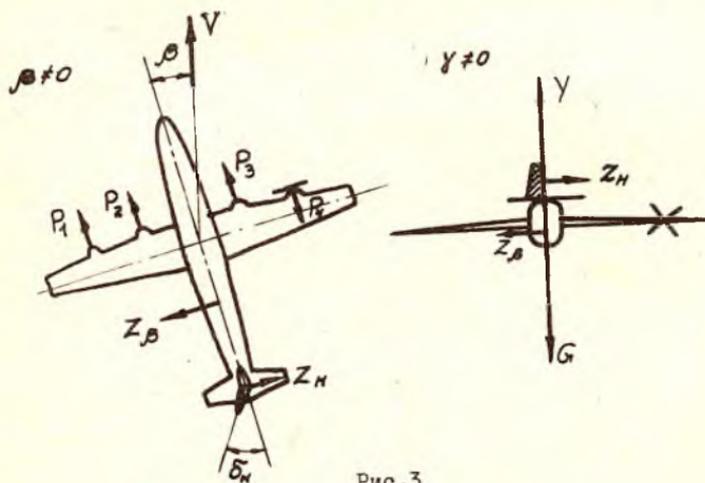


Рис.3

Полет без крена (рис.3). Если при полете без скольжения дополнительно отклонить руль направления в сторону работающих двигателей, то момент боковой силы вертикального оперения $Z_H X_H$ окажется больше разворачивающего момента $M_{уразв}$. Самолет разворачивается вокруг вертикальной оси в сторону работающих двигателей, создавая угол скольжения на полукрыле с отказавшим двигателем.

В результате скольжения возникает боковая сила фюзеляжа и оперения Z_B , которая создает момент $Z_B X_B$, противоположный знаку $Z_H X_H$. При определенном угле скольжения $\beta_{уст}$ возникает равновесие боковых сил и их моментов при полете без крена. В этом случае имеет место следующее равенство сил и моментов:

$$Z_H X_H = P_1 Z_1 + P_4 Z_4 + Z_B X_B;$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = Q + Q_B + P_4;$$

$$Y = G;$$

$$Z_H = Z_B.$$

Таким образом, боковое равновесие самолета без крена достигается при наличии незначительного скольжения на полукрыло с отказавшим двигателем.

Полет с креном и скольжением на полукрыло с работающими двигателями (рис.4).

Такой вид полета будет в том случае, когда момент руля направления $Z_H X_H$ меньше разворачивающего момента несимметричной тяги. Это может иметь место при наличии большого разворачивающего момента (отказ двигателя на взлете, уход на второй круг, отказ двух двигателей с одной стороны, отказ системы автоматического флатирования), а также при недостаточном отклонении руля направления пилотом (ошибка в технике пилотирования) или небольшой его эффективности (отказ двигателя на малой скорости).

Во всех случаях, когда

$$Z_H X_H < M_{управл},$$

самолет продолжает разворачиваться вокруг оси OY в сторону отказавшего двигателя, создавая угол скольжения β на полукрыло с работающим двигателем. В процессе увеличения угла скольжения возникает боковая сила фюзеляжа и оперения Z_B , которая создает момент $Z_B X_B$, противоположный направлению разворачивающего.

При определенном угле скольжения $\beta_{уст}$ возможно выполнение следующего равенства моментов:

$$Z_H X_H + Z_B X_B = P_1 Z_1 + P_4 Z_4.$$

Для равновесия боковых сил необходимо создать крен на полукрыло с работающими двигателями. При этом составляющая веса $G_x = G \sin \gamma$ (горизонтальный полет) и $G_x = G \sin \gamma \cos \theta$ (набор высоты, снижение) уравнивает сумму боковых сил $Z_H + Z_B$, сила тяги рабо-

тающих двигателей - силу лобового сопротивления $Q, = Q_{\beta} + P_{\beta}$,
а подъёмная сила Y - составляющую веса $G_y = G \cos \theta$.

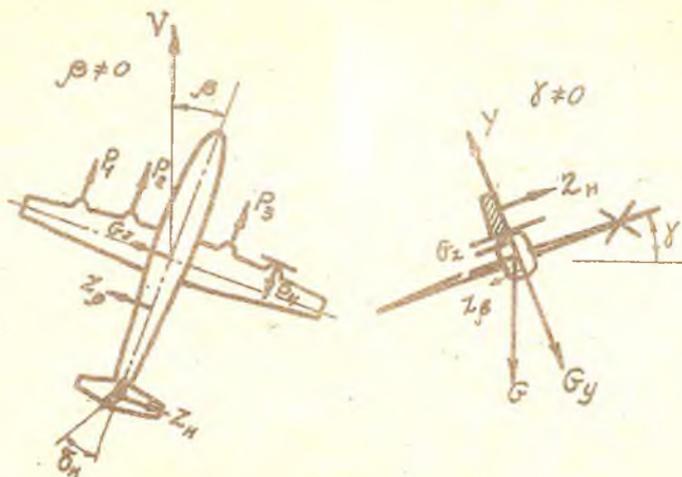


Рис. 4

Таким образом, боковое равновесие самолета в этом случае достигается при наличии крена и скольжения на полукрыло с работающими двигателями.

Для реализации того или иного типа балансировки включим в систему путевого управления демпфер рыскания, отклоняющий руль направления пропорционально угловой скорости вращения ω_y . В систему поперечного управления включим автопилот, отклоняющий элероны по закону

$$\delta_n = K_{\omega_y} \omega_y; \quad \delta_z = K_{\delta} \delta + K_{\omega_x} \omega_x.$$

Функционирование этих устройств в момент отказа одного из двигателей уменьшает интенсивность роста углов скольжения и крена и дает резерв времени пилоту для принятия мер, обеспечивающих дальнейший безопасный полет.

Поведение самолета в случае увода руля направления в крайнее положение. При уводе руля направления в крайнее положение (на рис.5 показан увод руля в крайнее правое положение) самолёт разворачивается вокруг оси OY со скольжением на левое полукрыло. При

этом возникает момент от боковой силы фюзеляжа и оперения $Z_{\beta} X_{\beta}$, противодействующий разворачивающему моменту.

В процессе увеличения угла скольжения β происходит накренивание самолета (в нашем примере на правое полукрыло), обусловленное теми же причинами, что и при отказе одного бокового двигателя.

Таким образом, характер поведения самолета при уводе руля направления в крайнее положение аналогичен поведению при отказе бокового двигателя, так как в обоих случаях причиной нарушения балансировки самолета является возникновение постоянных разворачивающих моментов: $M_{\text{уразв}} = P_1 Z_1 + P_4 Z_4$ - при отказе двигателя и $M_{\text{уразв}} = Z_{\beta} X_{\beta}$ - при уводе руля направления.

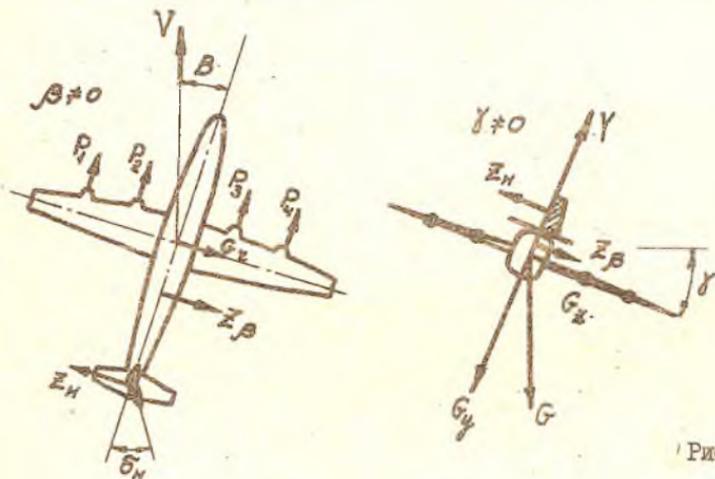


Рис. 5

В зависимости от величины разворачивающего момента и скорости полета отклонением элеронов и дросселированием соответствующего двигателя (в нашем примере крайнего на левом полукрыле) можно обеспечить те же виды балансировки самолета, что и при отказе бокового двигателя.

Моделирование движения

Для исследования поведения самолета в особых случаях полета используется система линеаризованных дифференциальных уравнений бокового возмущенного движения в виде [7]

$$\frac{d\beta}{dt} + r_{1\beta}\beta + r_{1\omega_x}\omega_x + r_{1\omega_y}\omega_y + r_{1\gamma}\gamma = r_{1\delta_H}\delta_H,$$

$$\frac{d\omega_x}{dt} + r_{2\beta}\beta + r_{2\omega_x}\omega_x + r_{2\omega_y}\omega_y = r_{2\delta_H}\delta_H + r_{2\delta_3}\delta_3 + f_2.$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} + r_{3\beta}\beta + r_{3\omega_x}\omega_x + r_{3\omega_y}\omega_y = r_{3\delta_H}\delta_H + f_3,$$

$$\frac{d\gamma}{dt} + r_{4\omega_x}\omega_x = 0,$$

onde

$$r_{1\beta} = -\frac{z^{\beta}}{mV}; \quad r_{1\omega_x} = -\omega_0; \quad r_{1\omega_y} = -1; \quad r_{1\gamma} = -\frac{g \cos \theta_0}{V};$$

$$r_{1\delta_H} = \frac{z^{\delta_H}}{mV};$$

$$r_{2\beta} = -\frac{M_x^{\beta}}{J_x}; \quad r_{2\omega_x} = -\frac{M_x^{\omega_x}}{J_x}; \quad r_{2\omega_y} = -\frac{M_x^{\omega_y}}{J_x};$$

$$r_{2\delta_H} = \frac{M_x^{\delta_H}}{J_x}; \quad r_{2\delta_3} = \frac{M_x^{\delta_3}}{J_x};$$

$$r_{3\beta} = -\frac{M_y^{\beta}}{J_y}; \quad r_{3\omega_x} = -\frac{M_y^{\omega_x}}{J_y}; \quad r_{3\omega_y} = -\frac{M_y^{\omega_y}}{J_y};$$

$$r_{3\delta_H} = \frac{M_y^{\delta_H}}{J_y};$$

$$r_{4\omega_x} = -1,$$

ω_0, V_0 - программные значения параметров продольного движения;

f_2 - величина, пропорциональная разворачивающему моменту $M_{x\text{разв}}$;

f_3 - величина, пропорциональная разворачивающему моменту $M_{y\text{разв}}$.

Весовые, геометрические и аэродинамические характеристики исследуемого самолета примем следующими:

$$G = 50000 \text{ кг};$$

$$S = 100 \text{ м}^2;$$

$$l = 48 \text{ м};$$

$$J_x = 150000 \text{ кгм}\cdot\text{сек}^2;$$

$$J_y = 300000 \text{ кгм}\cdot\text{сек}^2;$$

$$V_0 = 360 \text{ км/час};$$

$$H_0 = 10000 \text{ м};$$

$$Z^{\delta} = -68500 \text{ кг/рад};$$

$$Z^{\delta_N} = -13700 \text{ кг/рад};$$

$$M_x^{\delta} = -272000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_y^{\delta} = -325000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_x^{\omega_x} = -272000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_y^{\omega_y} = 16300 \text{ кгм/рад};$$

$$M_x^{\omega_y} = -87000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_y^{\omega_x} = -98000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_x^{\delta_{\alpha}} = -435000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_y^{\delta_N} = -163000 \text{ кгм/рад};$$

$$M_x^{\delta_N} = -163000 \text{ кгм/рад}.$$

Для расчета масштабных коэффициентов ориентировочно назначим максимальные значения моделируемых переменных

$$\gamma_{\text{max}} = 1,57 \text{ рад};$$

$$\omega_{x\text{max}} = 0,3 \text{ рад/сек};$$

$$\beta_{\text{max}} = 0,5 \text{ рад};$$

$$\omega_{y\text{max}} = 0,2 \text{ рад/сек};$$

$$\delta_{1\max} = 0,3 \text{ рад};$$

$$f_{2\max} = 0,2 \text{ рад/сек}^2;$$

$$\delta_{3\max} = 0,01 \text{ рад};$$

$$f_{3\max} = 0,4 \text{ рад/сек}^2,$$

тогда:

$$M_x \approx 600 \text{ в/рад};$$

$$M_{\omega_x} \approx 300 \text{ в.сек/рад};$$

$$M_{\beta} \approx 200 \text{ в/рад};$$

$$M_{\omega_y} \approx 500 \text{ в.сек/рад};$$

$$M_{\delta_H} \approx 300 \text{ в/рад};$$

$$M_{f_2} \approx 500 \text{ в.сек}^2/\text{рад};$$

$$M_{\delta_2} \approx 10000 \text{ в/рад};$$

$$M_{f_3} \approx 250 \text{ в.сек}^2/\text{рад}.$$

После перехода к машинным переменным и подстановки численных величин коэффициентов исходная система будет иметь вид

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = -0,13\bar{\beta} + 0,09\bar{\omega}_x + 0,40\bar{\omega}_y + 0,03\bar{\gamma} - 0,66\bar{\delta}_H,$$

$$\frac{d\bar{\omega}_x}{dt} = -2,72\bar{\beta} - 1,81\bar{\omega}_x - 0,35\bar{\omega}_y - 0,91\bar{\delta}_H - 0,87\bar{\delta}_2 + 0,60\bar{f}_2,$$

$$\frac{d\bar{\omega}_y}{dt} = -5,42\bar{\beta} + 0,18\bar{\omega}_x - 0,65\bar{\omega}_y - 1,80\bar{\delta}_H + 2,00\bar{f}_3,$$

$$\frac{d\bar{\gamma}}{dt} = 2\bar{\omega}_x.$$

К полученной системе следует добавить машинные уравнения демпфера рыскания и автопилота по крену

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_2 = 1,67K_{\gamma} \bar{\gamma} + 3,33K_{\omega_x} \bar{\omega}_x, \\ \delta_H = 0,60K_{\omega_y} \bar{\omega}_y. \end{array} \right.$$

Структурная блок-схема набора задачи на АМ, соответствующая полученным системам уравнений, представлена на рис.6.

Выполнение лабораторной работы

Задача I. Исследование поведения самолета при отказе двигателя.

1. Подготовить АМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].
2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АМ по рис. 6, при этом на сумматоре δ_H набирается только цепочка I, соответствующая данному варианту задачи.

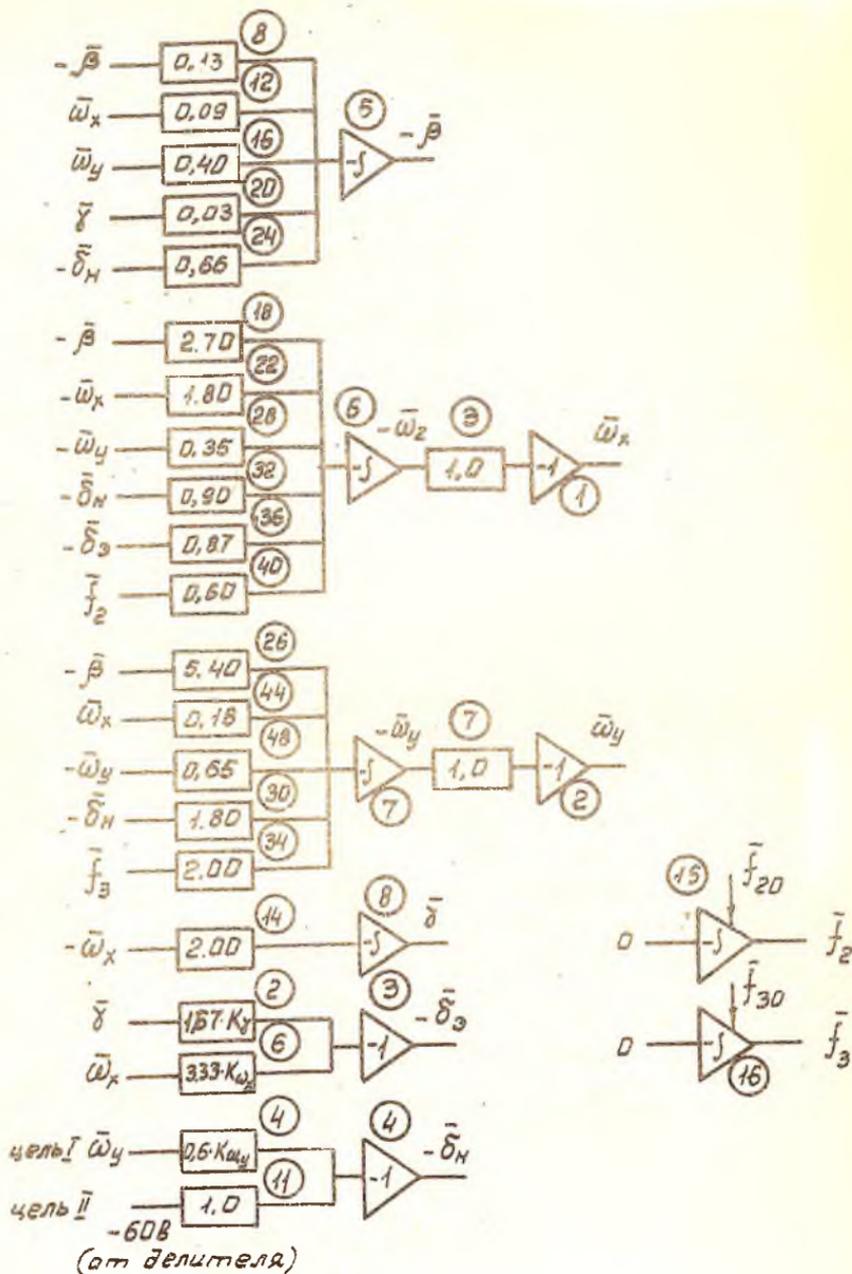


Рис.6

3. Произвести установку начальных условий на интеграторах \bar{f}_2

и \bar{f}_3 : $f_2 = -0,1$; ($\bar{f}_2 = -508$);
 $f_3 = 0,2$; ($\bar{f}_3 = 508$).

4. Разомкнуть выходные цепи сумматоров δ_H и δ_3 , имитируя тем самым полет самолета с закрепленными в нейтральном положении элеронами и рулем направления.

5. Включить решение и зафиксировать по времени переменные $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$, $\bar{\omega}_x$, $\bar{\omega}_y$ (типные переходные процессы, см. рис. 7).

6. Восстановить выходные цепи сумматоров δ_H и δ_3 , включить решение и подбором коэффициентов автопилота K_y и K_{ax} добиться наилучшего качества переходного процесса по крену.

Полученный переходный процесс $\bar{\gamma}(t)$, а также переменные $\beta(t)$, $\delta_H(t)$, $\delta_3(t)$, $\bar{\omega}_x(t)$, $\bar{\omega}_y(t)$ вывести на цифропечать (электронный цифровой печатающий вольтметр - ЭЦВ).

Диапазон изменения коэффициентов автопилота:

$$K_y = 1-2;$$

$$K_{ax} = 0,5-1.$$

Коэффициент демфера тангажа

$$K_{ay} = 1.$$

З а д а ч а П. Исследование поведения самолета при уводе руля направления

1. Подготовить АВМ к работе, согласно инструкции по эксплуатации [8].

2. Набрать структурную схему задачи на наборном поле АВМ по рис. 6. На сумматоре δ_H набирать только цепочку II; имитирующую увод руля направления в крайнее правое положение на угол

$$\delta_H = 0,2 \text{ рад.}$$

3. Провести установку начальных условий на интеграторах \bar{f}_2 и

\bar{f}_3 : $\bar{f}_2 = 0$; $\bar{f}_3 = 0$.

4. Разомкнуть выходную цепь сумматора δ_3 , имитируя полет с закрепленными в нейтральном положении элеронами.

5. Включить решение и зафиксировать по времени переменные

$$\bar{\beta}(t), \bar{\gamma}(t), \bar{\omega}_x(t), \bar{\omega}_y(t).$$

6. Восстановить выходную цепь сумматора δ_3 , включить решение и подбором коэффициентов автопилота k_γ и $k_{\omega x}$ добиться наилучшего качества переходного процесса по крену. Результат вывести на ЭЦВ (см. пункт 6 задачи I).

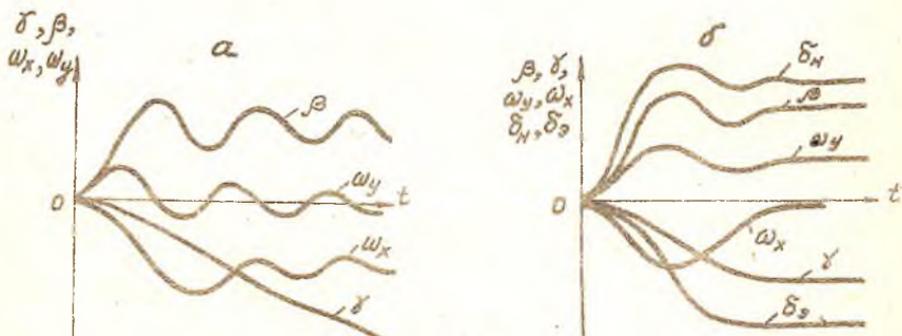


Рис. 7:

а - отказ двигателя, автопилот не включен; б - отказ двигателя, автопилот включен

В о п р о с ы к з а ч е т у

1. Структура моментов, действующих на самолет при отказе бокового двигателя по каналу рыскания, по каналу крена.
2. Типы балансировки самолета при отказе бокового двигателя.
3. Силы, действующие на самолет с одним отказавшим двигателем в горизонтальном полете: без скольжения; без крена; с креном и скольжением на полукрыло с работающим двигателем.
4. Роль демпфера рыскания и автопилота по крену при отказе двигателя на самолете.
5. Анализ поведения самолета при уводе руля направления в крайнее положение.

С о д е р ж а н и е о т ч е т а

1. Формулировка задачи.
2. Система моделируемых уравнений.
3. Графики переходного процесса $\beta(t)$, $\gamma(t)$, $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$.
4. Величина коэффициентов k_γ и $k_{\omega x}$, соответствующая полученному переходному процессу.
5. Выводы.

Л и т е р а т у р а

1. Программирование на автокоде МОСТ - I для ЭЦВМ "ОДРА-1013", КуАИ, 1975.
2. Шепкович Е. Программирование на автокоде МОСТ - I. Вроцлавский электронный завод, Польша, 1964.
3. Применение ЭВМ в задачах проектирования летательных аппаратов. Методы вычислений. Под ред. Д.И. Козлова и А.В. Солдогоуба. КуАИ, 1971.
4. Горбатенко С.А. и др. Расчет и анализ движения летательных аппаратов. Инженерный справочник. М., "Машиностроение", 1971.
5. Капченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М., "Наука", 1972.
6. Остославский Н.В., Стражева И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. М., "Машиностроение", 1969.
7. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. М., "Машиностроение", 1965.
8. Инструкция по работе на АВМ МН-7. КуАИ, 1970.
9. Бехтир П.Т. и др. Практическая аэродинамика самолета ИЛ-18. М., "Транспорт", 1969.

С о д е р ж а н и е

Предисловие	3
Работа I. Решение типовых задач динамики полета на ЭЦВМ "Одра-1013"	4
Работа II. Интегрирование уравнений движения летательного аппарата на ЭЦВМ " Одра - 1013 "	27
Работа III. Устойчивость и управляемость летательного аппарата в изолированном движении по крену	44
Работа IV. Управление разворотом летательного аппарата	57
Работа V. Исследование динамических свойств самолета в малом (короткопериодическом) продольном движении	66
Работа VI. Поведение самолета в особых случаях полета	78

ДИНАМИКА ПОЛЕТА

Руководство к лабораторным работам

Редактор И.Н.Кузнецова. Техн. редактор И.М.Калевик.
Корректор Т.И.Щелокова

Подписано в печать 25/IX-1975 г. Формат 60X84/16. Объем 5,75 п.л. Тираж 500 экз. Цена 30 коп.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени авиационный институт имени С.П.Королева, г. Куйбышев, ул. Молдогвардейская, 151.

Ротапринтный цех типографии имени Маяки, г. Куйбышев, ул. Венцева, 60. Заказ № 6291 Ч