Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королева

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Методические указания к практическим занятиям

САМАРА 1994

Составители: О.М.К а р п и л о в а,
И.П.Р о д и о н о в а, Ю.Л.Ф а й н и ц к и й

УДК 517.2(075)

Дидактические задания по теории вероятностей: Метод. указания к практическим занятиям /Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Сост. О.М.К а р п и л о в а, И.П.Р о д и о н о в а, Ю.Л.Ф а й н и ц к и й. Самара, 1994. 27 с.

Методические указания содержат дидактические задания по темам: "Непосредственный подсчет вероятностей событий"; "Сумма и произведение событий.

~~Задание~~ I. НЕПОСРЕДСТВЕННЫЙ ПОДСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ

Вариант I

Часть I

I. В ящике десять пронумерованных шаров с номерами I, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, I0. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает десяти?

2. В кошельке лежат три монеты достоинством по 20 коп. и семь монет по 3 коп. Наудачу берется одна монета, оказавшаяся достоинством в 20 коп., а затем извлекается вторая монета (первая монета не возвращается в кошелек). Найти вероятность того, что вторая монета имеет достоинство 20 коп.

3. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую также взятую наудачу кость домино можно приставить к первой.

4. При перевозке ящика, в котором содержатся 2I стандартная и I0 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, неизвестно какая. Наугад извлеченная из ящика деталь (после перевозки) оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна стандартная деталь.

Часть II

I. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера. Полученные кубики тщательно перемешаны. Определить вероятность того, что кубик, извлеченный наудачу, не будет иметь окрашенных граней.

2. Шесть человек рассаживаются случайно вдоль одной из сторон квадратного стола. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом.

3. Из партии, в которой 3I деталь без дефектов и шесть с дефектами, берут наудачу 3 детали. Найти вероятность того, что среди этих трех деталей две бракованные.

Часть III

I. Имеются две урны: в первой 5 белых и 3 черных шара; во второй – 4 белых и 6 черных. Из каждой урны вынимают по шару. Найти вероятность того, что вынутые шары будут разных цветов.

2. Из шести букв разрезной азбуки составлено слово АНАНАС. Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произволь-

ном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово АНАНАС.

3. В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют I8 команд, из которых случайным образом формируются две группы по девять команд в каждой. Среди участников соревнований имеются пять команд экстракласса. Найти вероятность того, что две команды экстракласса попадут в одну из групп, а три - в другую.

4. Из партии, в которой 3I деталь без дефектов и шесть с дефектами, берут наудачу 3 детали. Найти вероятность того, что по крайней мере одна из этих трех деталей будет без дефектов.

5. Телефонный номер состоит из пяти цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны, если номер телефона не может начинаться с нуля.

Вариант II

Часть I

I. В урне I5 шаров: 5 белых и I0 черных. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?

2. В кармане имеется I5 монет достоинством в 2 коп. и 5 монет - в I0 коп. Наугад вынимается одна монета. Какова вероятность того, что это будет гривенник?

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8, а разность 4.

4. Цифровой замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов, отмеченных цифрами. Замок может быть открыт только в том случае, если диски занимают определенное положение относительно корпуса замка и, следовательно, цифры образуют определенную комбинацию, составляющую "секрет" замка. Какова вероятность открыть замок, установив произвольную комбинацию цифр?

Часть П

I. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях будет четная, причем на грани хотя бы одной из костей появится шестерка.

2. Четырехтомное сочинение расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что тома стоят в должном порядке справа налево или слева направо.

3. В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют I8 команд, из

которых случайным образом формируются две группы по девять команд в каждой. Среди участников соревнований имеются 5 команд экстракласса. Найти вероятность того, что все команды экстракласса попадут в одну и ту же группу.

Вариант III

Часть I

I. В урне двадцать шаров с номерами I, 2, 3,....,20. Какова вероятность вынуть шар № 37?

2.Из двух взятых наудачу костей домино одна открывается. Определить вероятность того, что вторая кость является дублем, если первая кость не дубль.

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна 5, а произведение 4.

4. Из шести карточек с буквами Л, Т, Е, Р, А, И выбираются наугад в определенном порядке четыре. Найти вероятность того, что при этом получится слово ТИРЕ.

Часть П

I. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что абсолютная величина разности выпавших очков равна двум?

2. Восемь человек случайным образом рассаживаются за круглым столом. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом, а остальные могут занять любое место.

3. На бочонках лото написаны числа от I до 99. Из этих бочонков случайно выбираются два. Найти вероятность того, что на одном из бочонков написано число больше 20, а на другом меньше 20.

Задание 2. СУММА И ПРОИЗВЕДЕНИЕ СОБЫТИЙ. ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ, УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вариант I

Часть I

1. Предприятие в среднем дает 21% продукции высшего сорта и 70% продукции первого сорта. Найти вероятность того, что случайно взятое изделие окажется не ниже первого сорта.

2. В мастерской работают два мотора независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа первый мотор не потребует внимания мастера, равна 0,9, для второго мотора эта вероятность равна 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа ни один из моторов не потребует внимания мастера.

3. В урне 5 белых и 4 черных шара. Из нее вынимают подряд два шара (после первого вынимания шар не возвращается). Найти вероятность того, что оба шара белые.

Часть II

1. Какова вероятность того, что при бросании двух игральных костей сумма выпавших очков будет равна: а) 7; б) 11.

2. На пяти карточках написано по букве А, С, К, К, А. Карточки перемешиваются и раскладываются по одной. Найти вероятность того, что получится слово "КАСКА".

3. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него будут сброшены четыре бомбы с вероятностями попадания соответственно равными 0,3; 0,4; 0,6; 0,7 (решить тремя способами).

Часть III

1. Найти вероятность того, что автомобиль пройдет не более трех светофоров без остановки, если каждый светофор разрешает или запрещает дальнейшее движение с равной вероятностью.

2. Два шарика разбрасываются случайно и независимо друг от друга по четырем ячейкам, расположенным одна за другой по прямой линии. Каждый шарик с одинаковой вероятностью 1/4 попадает в каждую ячейку. Найдите вероятность того, что шарики попадут в соседние ячейки.

3. Вероятность попадания в цель равна 0,3. Сколько нужно сделать выстрелов, чтобы с вероятностью, большей 0,9, быть уверенным в поражении цели ($\lg 0,7 = -0,155$)?

4. Вероятность выхода станка из строя в течение одного рабочего дня равна p (p – малое положительное число, квадратом которого можно пренебречь. Какова вероятность того, что за 5 дней станок ни разу не выйдет из строя? Решить задачу при $p = 0{,}01$.

Вариант II

Часть I.

1. В ящике находятся шары четырех цветов: белых – 50%, красных – 20%, зеленых – 20%, синих – 10%. Какова вероятность того, что наугад взятый шар окажется синим или зеленым?

2. В денежно-вещевой лотерее на 1000 билетов приходится 24 денежных и 10 вещевых выигрышей. Некто приобрел два билета. Найти вероятность того, что по первому билету он выиграет деньги, а по второму – вещи.

3. Из колоды 36 карт наудачу вынимают две карты. Какова вероятность того, что обе карты – тузы?

Часть II

1. В кармане 5 билетов по 1 рублю, 2 билета по 3 рубля, 3 билета по 5 рублей. Какова вероятность того, что общая стоимость двух взятых наудачу билетов равна 6 рублям?

2. Один стрелок дает 80% попадания в цель, а другой (при тех же условиях стрельбы) – 70%. Найти вероятность поражения цели, если оба стреляют одновременно. Цель поражена, если в нее попал хотя бы один стрелок.

3. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров: во втором ящике 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что а) оба шара белые? б) один из вынутых шаров белый, а другой – черный?

Вариант III

Часть I

1. В магазин поступили изделия с трех фабрик: 60% изделий поставила первая фабрика, 25% – вторая, 15% – третья. Какова вероятность того, что купленное наугад изделие изготовлено на первой или третьей фабрике?

2. В урне 20 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают два шара. После возвращения первого шара в урну шары перемешиваются. Найти вероятность того, что оба шара черные.

3. Игральная кость подбрасывается три раза. Определить вероятность того, что, по крайней мере, один раз выпадет пять очков.

Часть II

Из шести ламп, среди которых две неисправные, выбирается одна исправная лампа путем включения в сеть. Определить вероятность того, что придется сделать не более двух включений.

2. Стрелок ведет огонь до первого попадания. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,3. Какова вероятность того, что будет сделано: а) три выстрела; б) не более трех выстрелов.

3. Ведется стрельба ракетами по самолету. Самолет имеет оборонительное вооружение, позволяющее ему произвести по каждой ракете два независимых выстрела. Каждый из этих выстрелов ракету поражает с вероятностью $P = 0,7$. Если ракета не поражена, то она независимо от другой поражает самолет с вероятностью $P = 0,9$. Найти вероятность того, что самолет будет поражен.

Задание 3. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ. ФОРМУЛА БАЙЕСА

Вариант I

Часть I

1. Имеются два одинаковых ящика с шарами. В первом ящике 2 белых и один черный шар, во втором – 1 белый и 4 черных шара. Наудачу выбирают один ящик и вынимают из него шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется белым?

2. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй – 46%, третьей – 34%. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй – 2%, а для третьей – 1%. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

3. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая

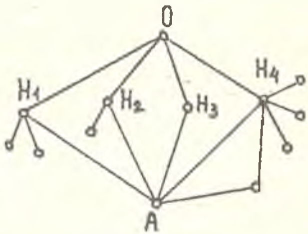
машина, равна 0,I; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

Часть II

I. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95, для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок производит один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В группе из 24 студентов 3 отличника и IO хорошистов. Из 30 вопросов на экзамене отличник выучил все вопросы, хорошист 25 вопросов и троечник 20 вопросов. Вызванный наугад студент ответил на вопрос. Какова вероятность того, что он отличник?

3. На рисунке изображена схема дорог. Туристы вышли из пункта O, выбирая наугад на разветвлении дорог один из возможных путей. Какова вероятность того, что они попадут в пункт A?



Часть ___

I. В первой урне 5 белых и IO черных шаров, во второй – 3 белых и 7 черных шаров. Из второй урны в первую переложили один шар, а затем из первой урны наугад вынули один шар. Определить вероятность того, что вынутый шар – белый.

2. Статистическое обследование населения города показало, что 40% населения – курящие. Среди заболевших раком легких в этом городе – 75% курящих. Во сколько раз вероятность заболеть раком легких выше для курящих, чем для некурящих?

3. Прибор состоит из двух узлов, работа каждого узла необходима для работы прибора в целом. Вероятность безотказной работы в течение времени t для первого узла равна 0,9, а для второго –0,8. Прибор работал в течение времени t, после чего отказал. Найти вероятность того, что отказал только первый узел, а второй исправен.

4. Два из трех независимо работающих элементов устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3.

Вариант II

Часть I

I. В цехе работают 20 станков. Из них 10 марки A, 6 марки B и 4 станка марки C. Вероятность того, что качество детали окажется отличным для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?

2. В стройотряде 70% первокурсников и 30% студентов второго курса. Среди первокурсников 10% девушек, а среди студентов второго курса – 5% девушек. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит первокурсница.

3. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных шаров, в третьем – 20 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Найти вероятность того, что шар вынули из первого ящика.

Часть II

I. Низкая облачность в районе аэродрома бывает в среднем 28 дней в году. Вероятность благополучной посадки самолета в этом случае равна 0,93. При хорошей погоде эта вероятность равна 0,99. Какова вероятность того, что в случайно выбранный день посадка будет благополучной (в году 365 дней)?

2. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95, для винтовок без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

3. Аборигены далекого острова могут с одинаковой вероятностью родиться в любой день недели. Однако с теми, что родился в понедельник, неприятности случаются в 10 раз чаще, чем с остальными. Однажды утром на туземца напал крокодил. Какова вероятность того, что бедняга родился в понедельник?

Вариант Ш

Часть I

I. На фабрике, изготовляющей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный?

2. По линии связи передается кодированный с помощью букв A, B, C текст. Вероятности передачи отдельных букв соответственно равны: $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$, $P(C) = 0,2$. Вероятности искажений при передаче отдельных букв соответственно равны 0,01, 0,03, 0,02. Установлено, что сигнал из одной буквы принят без искажений. Чему равна вероятность того, что передавался сигнал A ?

3. Две перфораторщицы набили на разных перфораторах по комплекту перфокарт, причем первая набила перфокарт в два раза больше, чем вторая. Вероятность того, что первая перфораторщица допустит ошибку, равна 0,05, для второй перфораторщицы эта вероятность равна 0,1. При сверке перфокарт была обнаружена ошибка. Найти вероятность того, что ошиблась первая перфораторщица.

Часть II

1. Три датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый из них посылает вдвое больше сигналов, чем второй и третий. Вероятность получить искаженный сигнал от первого датчика равна 0,06, от второго 0,08, а от третьего – 0,04. Какова вероятность получить неискаженный сигнал в общем канале связи?

2. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием A , 30% – с заболеванием B и 20% – с заболеванием C . Вероятность полного излечения заболевания A равна 0,7, для болезней B и C эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием A .

3. Группа студентов состоит из 2 отличников, 10 хорошо успевающих и 18 занимающихся слабо. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки. Хорошо успевающие студенты могут получить с равной вероятностью хорошие и отличные оценки. Слабо занимающиеся могут получить с равной вероятностью хорошие, удовлетворительные и неудовлетворительные оценки. Для сдачи экзамена вызывается наугад один студент. Найти вероятность того, что он получит хорошую или отличную оценку.

Задание 4. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Вариант I

Часть I

1. Ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	-2	-1	0
p_i	0,1	0,2	

Найти $P(X=0)$, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ Ax, & 0<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Найти коэффициент A, построить график $f(x)$.

3. Найти $M(X)$ и $D(X)$ в задаче 1.
4. Найти $M(X)$ и $D(X)$ в задаче 2.

Часть II

1. Ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	3	4	5	10
p_i	0,2	0,1		0,3

Найти $P(X=5)$, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\\ A(x-2), & 2\le x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Найти коэффициент A и $P(X>2,5)$.

3. Найти $M(X)$ и $D(X)$ в задаче 1.
4. Найти функцию распределения $F(x)$ в задаче 2 и построить график.
5. Найти $M(X)$ в задаче 2.

Часть III

1. Дискретная случайная величина X имеет только два возможных

значения x_1 и x_2 , $x_2 > x_1$. $P(X = x_1) = 0{,}6$. Найти закон распределения случайной величины X , если $M(X) = 1{,}4$; $D(X) = 0{,}24$.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} A(3x - x^2), & x \in [0,3], \\ 0, & x \notin [0,3]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A и $P(1 < X < 2)$.

3. Найти функцию распределения $F(x)$ в задаче 2 и построить ее график.

4. Стрелок стреляет в цель 5 раз с вероятностью попадания при одном выстреле 0,7. Построив ряд распределения случайной величины X - числа попаданий, найти математическое ожидание этой случайной величины X .

Вариант II

Часть I

I. Ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	-I	0	2
p_i	0,I		0,5

Найти $P(X = 0)$, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Ax^2, & 0 \le x \le 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , построить график $f(x)$.

3. Найти $M(X)$ и $D(X)$ в задаче I.

4. Найти $M(X)$ и $D(X)$ в задаче 2.

Часть II

I. Ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	-2	-I	0	2
p_i	0,I	0,2		0,4

Найти $P(X = 0)$, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ A(x-1), & 1 < x \le 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти коэффициент A и $P(X > 1{,}5)$.

3. Найти $M(X)$ и $\mathcal{D}(X)$ в задаче I.

4. Найти функцию распределения $F(x)$ в задаче 2 и построить график.

5. Найти $M(X)$ в задаче 2.

Вариант Ш

Часть I

I. Ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	0	I	3
p_i	0,I		0,6

Найти $P(X = 1)$, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ Ax^2, & -1 \le x \le 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Найти коэффициент A, построить график $f(x)$.

3. Найти $M(X)$ и $\mathcal{D}(X)$ в задаче I.

4. Найти $M(X)$ и $\mathcal{D}(X)$ в задаче 2.

Часть II

I. Ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	I0	20	30	40
p_i	0,I	0,3		0,4

Найти $P(X = 30)$, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A(2x - x^2), & 0 \le x \le 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти коэффициент A и $P(X < 1)$.

3. Найти $M(X)$ и $\mathcal{D}(X)$ в задаче I.

4. Найти функцию распределения $F(x)$ в задаче 2 и построить график.

5. Найти $M(X)$ в задаче 2.

Задание 5. БИНОМИНАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ЗАКОН ПУАССОНА

Вариант I

Часть I

I. Игральную кость бросают 5 раз. Найти вероятность того, что два раза появится число очков, кратное трем.

2. Математическое ожидание числа отказов автоматической системы управления за 10000 часов работы равно 10. Определить вероятность отказа автоматической системы управления за 100 часов работы.

Часть II

I. Изделия производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад изделий:

а) не окажется ни одного бракованного;

б) будет два бракованных изделия.

2. Радиоаппаратура состоит из 1000 электроэлементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Какова вероятность отказа двух и не менее двух электроэлементов за год?

Часть III

I. Производится 10 независимых выстрелов по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,2. Найти:

а) наиболее вероятное число попаданий;

б) вероятность того, что число попаданий будет не меньше 2 и не больше 4.

2. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости (брак) равна 0,02. Сверла укладываются в коробки по 100 штук. Найти вероятность того, что:

а) в коробке не окажется бракованных сверл;

б) число бракованных сверл окажется не более 3.

3. При раздаче колоды в 52 карты четырем игрокам один из них 3 раза подряд не получал тузов. Есть ли у него основания жаловаться на невезение?

Вариант II

Часть I

I. Вероятность попадания одной бомбы в цель равна 0,3. Сбрасывают 6 бомб. Найти вероятность того, что в цель попадают 4 бомбы.

2. Вероятность любому абоненту позвонить на коммутатор в течение часа равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 500 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 7 абонентов.

Часть II

1. Вероятность попадания одной бомбы в цель равна 0,35. Сбрасывают 10 бомб. Найти наивероятнейшее число попаданий.

2. При приемочном контроле из партии в 1000 штук изделий производится безвозвратная выборка 50 штук. Используя формулу Пуассона, найти вероятность того, что в выборке не окажется дефектных изделий, если во всей партии содержится 4 дефектных изделия.

Вариант III

Часть I

1. Технический контроль проверяет изделия, каждое из которых независимо от других изделий может с вероятностью 0,1 оказаться дефектным. Какова вероятность того, что из 5 проверенных изделий только одно оказалось дефектным?

2. Аппаратура содержит 5000 одинаково надежных элементов, вероятность отказа для каждого из которых равна 0,0002. Какова вероятность отказа только одного из элементов?

Часть II

1. Рабочий обслуживает 12 однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует к себе внимания рабочего в течение промежутка времени t, равна 1/3. Найти вероятность того, что:

а) за время t 4 станка потребуют к себе внимания рабочего;

б) число требований к рабочему со стороны станков за время t будет между 3 и 6 (включая границы).

2. Найти вероятность того, что среди 200 изделий окажется более трех бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1%.

Задание 6. РАВНОМЕРНОЕ И НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Вариант I

Часть I

1. Плотность вероятности случайной величины имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(x+2)^2}{2}}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию.

2. Все значения равномерно распределенной случайной величины лежат на отрезке $[2,\ 7]$. Найти плотность вероятности и функцию распределения, построить их графики. Найти вероятность того, что случайная величина попадает в интервал $(3,\ 5)$.

3. Размер диаметра втулок – случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $a = 3{,}5$; $\sigma = 0{,}1$. Написать выражение для плотности вероятности. Какова вероятность того, что диаметр принимает значения от 3,3 до 3,7? В каких границах можно практически гарантировать размер диаметра втулки с вероятностью 0,9973?

Часть II

1. Плотность вероятности случайной величины имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{8\pi}}\,exp\left(-\frac{x^2+2x+1}{8}\right).$$

Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что случайная величина попадет на интервал $(0,\ 1)$.

2. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка меньше 0,04.

3. Производят измерения диаметра вала без систематических ошибок. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону с $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что абсолютная величина ошибки измерения окажется меньше 15 мм.

4. Автомат распиливает бревна. При этом длина каждого отпиленного бревна колеблется от 100 до 110 см. Какой процент бревен окажется короче средней длины больше, чем на 3 см?

5. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически, их средняя масса равна 1,06 кг. Масса распределяется по нормальному закону. 5% коробок имеют массу меньше 1 кг. Найти среднее квадратичное отклонение (СКО).

Часть III

1. Браковка шариков для подшипников производится следующим образом: если шарик не проходит через отверстие диаметром d_1, но проходит через отверстие диаметром $d_2 > d_1$, то его размер считается приемлемым. Если какое-нибудь из этих условий не выполняется, то шарик бракуется. Известно, что диаметр шарика $\mathcal{D}$ – нормально распределенная случайная величина с характеристиками $m_{\mathcal{D}} = (d_1 + d_2)/2$; $\sigma_{\mathcal{D}} = (d_2 - d_1)/4$. Найти вероятность того, что шарик будет забракован.

2. В условиях предыдущей задачи найти СКО $\sigma_{\mathcal{D}}$ диаметра шарика, если известно, что брак составляет 10% всей продукции.

3. На перекрестке стоит автоматический светофор, в котором 1 минуту горит зеленый свет и 0,5 мин – красный, затем опять 1 мин – зеленый и т.д. Машина подъезжает к перекрестку в случайный момент времени:

а) найти вероятность того, что она проедет перекресток не останавливаясь;

б) найти закон распределения и числовые характеристики времени ожидания у перекрестка $T_{ож}$;

в) построить функцию распределения $F(t)$ времени ожидания $T_{ож}$.

Вариант II

Часть I

1. Плотность вероятности случайной величины имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{18}}.$$

Найти математическое ожидание и дисперсию.

2. Все значения равномерно распределенной случайной величины лежат на отрезке [1, 5]. Найти плотность вероятности и функцию распределения, построить их графики. Найти вероятность того, что случайная величина попадает в интервал (1; 3).

3. Размер диаметра втулок – случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $m = 2,5$; $\sigma = 0,3$. Написать выражение для плотности вероятности. Какова вероятность того, что диаметр принимает значения от 2,1 до 2,9? В каких границах можно практически гарантировать размер диаметра втулки с вероятностью 0,9973?

Часть II

1. Плотность вероятности случайной величины имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{32\pi}} \exp\left(-\frac{x^2+6x+9}{32}\right).$$

Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что случайная величина попадает в интервал (0; 1).

2. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,3. Показания прибора округляют до ближайшего целого значения. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка больше, чем 0,06.

3. Производится взвешивание вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону с σ =20г. Найти вероятность того, что абсолютная величина ошибки взвешивания не превысит 10 г.

4. Автомат наполняет молоком пакеты. В каждом пакете может оказаться от 0,48 до 0,52 л молока. Считая распределение равномерным, определить, какой процент пакетов будет содержать больше 0,51 литра.

5. Отклонение длины детали от стандарта – случайная величина, распределенная по нормальному закону с σ = 0,4 см. Стандартная длина – 40 см. Какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,8?

Вариант III

Часть I

1. Плотность вероятности случайной величины имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(x-2)^2}{18}}.$$

Найти математическое ожидание и дисперсию.

2. Все значения равномерно распределенной случайной величины лежат на отрезке [3, 8]. Найти плотность вероятности и функцию распределения, построить их графики. Найти вероятность того, что случайная величина попадает на интервал (4, 5).

3. Размер диаметра втулок – случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами a = 1,5; σ = 0,2. Написать выражение для плотности вероятности. Какова вероятность того, что диаметр принимает значения от 1,2 до 1,8? В каких границах можно практически гарантировать размер диаметра втулки с вероятностью 0,9973?

Часть II

1. Плотность вероятности случайной величины имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{18\pi}}\,exp\left(-\frac{x^2+4x+4}{18}\right).$$

Найти математическое ожидание, дисперсию, вероятность того, что случайная величина попадает в интервал (0,I).

2. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,I. Показания прибора округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка меньше, чем 0,03?

3. Случайные отклонения размера втулки от номинального значения распределены по нормальному закону с σ = I5 мм. Допуск на изделие равен I0 мм. Найти вероятность того, что наугад выбранная втулка не будет забракована.

4. Брикет мороженого при автоматической расфасовке может весить от I85 до 2I5 г. Считая распределение равномерным, выяснить, какой процент брикетов окажется легче стандартного веса в 200 г.

5. Автомат штампует детали. Длина детали - случайная величина, распределенная по нормальному закону. Проектная длина - 40 мм. Фактически длина деталей колеблется от 22 до 58 мм. Найти СКО нормального распределения длины деталей.

ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ

Задание I

Вариант I

Часть I I. I . 2. 0,22 . 3. 0,44 . 4. 0,67 .

Часть П I. 0,896 . 2. $\frac{I}{72}$. 3. 0,059 .

Часть Ш I. $\frac{2I}{40}$. 2. $\frac{I}{60}$. 3. $\frac{I2}{I7}$. 4. 0,997 .

5. 0,3024 .

Вариант П

Часть I I. 0 . 2. 0,25 . 3. 0,055 . 4. 0,00I6 .

Часть П I. 0,I4 . 2. $\frac{I}{I2}$. 3. $\frac{I}{34}$.

Вариант Ш

Часть I I. 0 . 2. 0,26 . 3. $\frac{I}{I8}$. 4. $\frac{I}{360}$.

Часть П I. $\frac{2}{9}$. 2. $\frac{2}{7}$. 3. 0,3I .

Задание 2

Вариант I

Часть I I. 0,9I . 2. 0,765 . 3. 0,278 .

Часть П I. а) $\frac{I}{6}$; б) $\frac{I}{I8}$. 2. $\frac{I}{30}$. 3. 0,95 .

Часть Ш I. $\frac{I5}{I6}$. 2. 0,375 . 3. $n \geq 7$. 4. 0,95 .

Вариант П

Часть I I. 0,3 . 2. 0,00024 . 3. $\frac{I}{I05}$.

Часть П I. $\frac{I6}{45}$. 2. 0,94 . 3. а) $\frac{I}{9}$; б) $\frac{II}{I8}$.

Вариант III

Часть I 1. 0,75. 2. 0,053. 3. 0,305.

Часть II 1. $\frac{14}{15}$. 2. $\frac{16}{595}$; $\frac{8}{243}$. 3. 0,16.

Задание 3

Вариант I

Часть I 1. $\frac{13}{30}$. 2. $\frac{10}{31}$. 3. $\frac{3}{7}$.

Часть II 1. 0,85. 2. $\frac{9}{56}$. 3. $\frac{67}{120}$.

Часть III 1. $\frac{53}{160}$. 2. 4,5. 3. $\frac{14}{47}$.

Вариант II

Часть I 1. 83%. 2. $\frac{14}{17}$. 3. $\frac{2}{3}$.

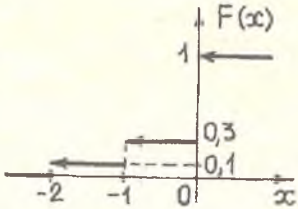
Часть II 1. 0,94. 2. $\frac{5}{11}$. 3. $\frac{3}{5}$.

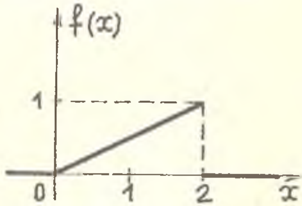
Задание 4

Вариант I

Часть I 1. 2.

$P(X=0)=0{,}7.$



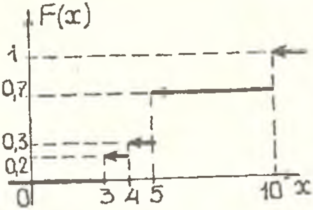


$A=\frac{1}{2}.$

3. −0,4; 0,44. 4. $\frac{4}{3}$; $\frac{2}{9}$.

Часть II. 1.

$P(X=5)=0{,}4.$

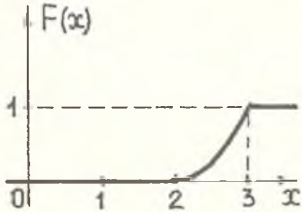


2. $A=2;$ $P(X>2{,}5)=\frac{3}{4}$.

3. 6; 7,4.

4.

$$F(x)=\begin{cases}0; & x\le 2,\\ (x-2)^2; & 2<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$



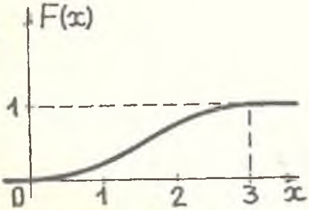
5. $\frac{8}{3}$.

Часть III 1.

x_i	1	2
p_i	0,6	0,4

2. $A=\frac{2}{9}$; $P(1<X<2)=\frac{13}{27}$.

3.



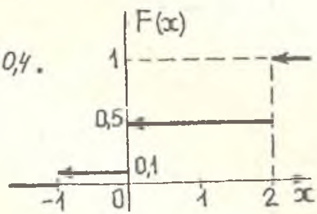
$$F(x)=\begin{cases}0 & ; x<0\\ \frac{x^2}{3}-\frac{2}{27}x^3 & ; x\in[0,3],\\ 1 & ; x>3\end{cases}$$

4. 3,5.

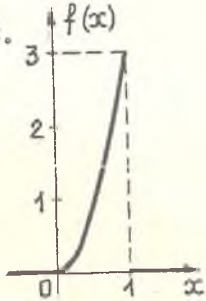
Вариант II

Часть I 1.

$P(X=0)=0{,}4.$



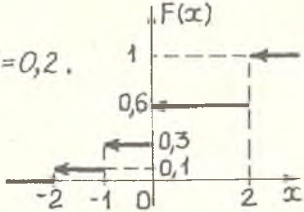
2.



$A=3.$

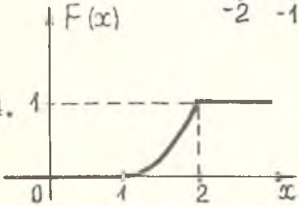
3. 0,9; I,29. 4. $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{80}$.

<u>Часть П</u> I. $P(X=0)=0{,}2$.



2. $A=2$; $P(X>1{,}5)=\frac{3}{4}$.

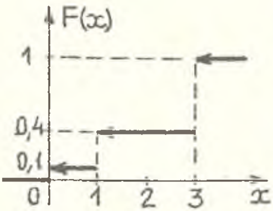
3. 0,4; 2,2.

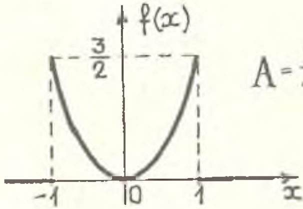
4. 

$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ (x-1)^2, & 1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$ 5. $\frac{5}{12}$.

Вариант Ш

<u>Часть I</u> I. $P(X=1)=0{,}3$



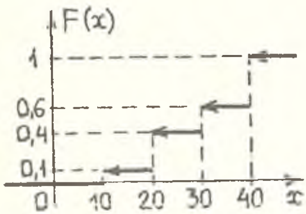
2. 

$A=\frac{3}{2}$.

3. 2,I; I,29. 4. 0; $\frac{3}{5}$.

<u>Часть П</u>

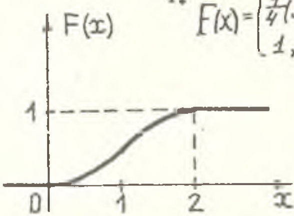
I. $P(X=30)=0{,}2$.



2. $A=\frac{3}{4}$; $P(X<1)=\frac{1}{2}$.

3. 29; I09.

4. $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{4}(3x^2-x^3), & 0\le x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$



Задание 5

Вариант I

Часть I   I. $\frac{80}{243}$; 0,329.   2. 0.090.

Часть II   I. а) 0,774; б) 0,021.   2. а) 0,I84; б) 0,264.

Часть III   I. $m = 2$; $P(2 \leq m \leq 4) = 0,591$.   2. а) 0,4; б) 0,86.
3. Да ($p = 0,028$).

Вариант II

Часть I   I. 0,006.   2. 0,I04.

Часть II   I. $m = 3$.   2. 0,8I9.

Вариант III

Часть I   I. 0,328.   2. 0,368.

Часть II   I. 0,238.   2. 0,I43.

Задание 6

Вариант I

Часть I.   I. (-2;I).   2. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & \text{если } x \in [2, 7], \\ 0, & \text{если } x \notin [2, 7]. \end{cases}$

$$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 2, \\ \frac{x-2}{5}, & \text{если } 2 < x \leq 7, \\ 1, & \text{если } x > 7, \end{cases}$$

$$P = 0,4.$$

3. 0,9545; (3,2; 3,8).

Часть II   I. $M(X) = -1$; $\mathcal{D}(X) = 4$; $P = 0,1498$.   2. 0,4.   3. 0,8664.
4. 20%.   5. 0,036.

Часть III   I. 0,0456.   2. $\frac{d_2 - d_1}{3,3}$.   3. а) $\frac{2}{3}$; б) $M(X) = 0,083$,
$\mathcal{D}(X) = 0,0208$.

Вариант II

Часть I   I. 3;4.   2. $f(x)=\begin{cases}\frac{I}{4}, \text{ если } x\in[I,5],\\ 0, \text{ если } x\notin[I,5].\end{cases}$

$$\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\leq I,\\ \frac{x-1}{4} \text{ если } I<x\leq 5,\\ I, \text{ если } x>5.\end{cases} \qquad P=0,5.$$

3. 0,288I; (I,6; 3,4).

Часть II   I. (-3; I6); $P=0,0679$.   2. 0,6.   3. 0,383.
4. 25%.   5. 0,52.

Вариант III

Часть I   I. 2; 3.   2. $f(x)=\begin{cases}\frac{I}{5}, \text{ если } x\in[3,8],\\ 0, \text{ если } x\notin[3,8].\end{cases}$

$$\mathcal{F}(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\leq 3,\\ \frac{x-3}{5} \text{ если } 3<x\leq 8,\\ I, \text{ если } x>8.\end{cases} \qquad P=0,2.$$

3. 0,8664; (0,9; 2,I).

Часть II   I. (-2; 9); $P=0,0927$.   2. 0,6.   3. 0,493.   4. 50%.
5. 3,6.

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Составители: К а р п и л о в а Ольга Михайловна,
Р о д и о н о в а Ия Павловна,
Ф а й н и ц к и й Юрий Львович

Редактор Т.И.К у з н е ц о в а
Техн.редактор Г.А.У с а ч е в а
Корректор Н.С.К у п р и я н о в а

Подписано в печать 26.10.94 г. Формат $60x84^{1}/_{16}$
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл.печ.л.1,63. Усл.кр.-отт.1,75. Уч.-изд.л.1,7.
Тираж 200 экз. Заказ 481. Арт.С-54мр/94.

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королева. 443086 Самара, Московское шоссе, 34

ИПО Самарского государственного аэрокосмического
университета имени академика С.П.Королева.
443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.