

УДК 517.928

**СУЩЕСТВОВАНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ МНОГООБРАЗИЙ СО СМЕНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ БИОЛОГИИ**

© Тельнова К.С., Щепаккина Е.А.

*Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: kstelnova15@yandex.ru

Данная работа посвящена исследованию вопросов существования одномерных инвариантных многообразий со сменой устойчивости для одного класса сингулярно возмущенных систем. Подобные системы широко используются при математическом моделировании биологических систем. Основными методами исследования таких биологических моделей являются методы геометрической теории сингулярных возмущений.

В работе рассматриваются системы вида

$$\dot{x} = f(x, y, z, \varepsilon), \quad (1)$$

$$\dot{y} = g(x, y, z, \varepsilon), \quad (2)$$

$$\varepsilon \dot{z} = zp(x, y, z, \alpha, \varepsilon), \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – малый положительный параметр,  $\alpha$  – скалярный параметр,  $x, y, z$  – скалярные переменные,  $f, g, p$  – достаточно гладкие функции. Такие системы являются типичными для задач популяционной динамики. Их характерной особенностью является наличие точного медленного инвариантного многообразия со сменой устойчивости [1; 2].

Доказана теорема о существовании одномерного медленного инвариантного многообразия со сменой устойчивости (так называемых траекторий-уток) для систем вида (1)–(3). Показано, что вопрос существования такого многообразия исходной системы в трехмерном пространстве можно свести к проблеме существования траекторий-уток двух проекций системы. Такой подход является более простым с технической точки зрения по сравнению с традиционным.

В качестве примера рассмотрена модель популяционной динамики, которая описывает взаимодействие двух видов конкурирующих хищников за одну добычу [3].

**Библиографический список**

1. Щепаккина Е.А., Соболев В.А. Интегральные поверхности со сменой устойчивости и траектории-утки // Известия РАЕН. Математика. Математическое моделирование. Информатика и управление. 1997. Т. 1, № 3. С. 151–175.
2. Соболев В.А., Щепаккина Е.А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 320 с.
3. Liu W., Xiao D., Yi Y. Relaxation oscillations in a class of predator-prey systems // Journal of Differential Equations. 2003. Vol. 188. P. 306–331.