

УДК 537.86

АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧЕЙ СРЕДЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ В ДВУХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Т.Б. Миронова

Научный руководитель – к.т.н., доцент А.Б. Прокофьев
Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва

Рабочая среда ограничена прямоугольными границами с координатами $x=\pm a$ и $y=\pm b$, краевые условия на которых записываются в общем виде:

$$\left. \begin{aligned} k_1^\pm \frac{\partial \varphi}{\partial x} + k_2^\pm \varphi &= 0 \text{ при } x = \pm a, \\ l_1^\pm \frac{\partial \varphi}{\partial y} + l_2^\pm \varphi &= 0 \text{ при } y = \pm b. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где k_1^\pm, l_1^\pm - заданные величины, $\varphi(x, y)$ - потенциал скорости.

Решение задачи отыскивалось в виде:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, t) &= \varphi_0(x, y) e^{j\omega t}, \\ \varphi_0(x, y) &= X(x) \cdot Y(y), \end{aligned}$$

$$X(x) = a_1 \cos \alpha x + a_2 \sin \alpha x, \quad Y(y) = b_1 \cos \beta y + b_2 \sin \beta y, \quad (2)$$

где $a_1, a_2, b_1, b_2, \alpha, \beta$ - неизвестные искомые величины; ω - собственная частота системы; $\varphi_0(x, y)$ – собственная форма колебаний системы. С помощью математических преобразований были получены соотношения, связывающие собственную частоту колебаний с параметрами α и β , определяемыми собственными формами:

$$\operatorname{tg}(2\alpha a) = \frac{k_1^- k_2^+ - k_1^+ k_2^-}{k_1^+ k_1^- \alpha a + k_2^- k_2^+ a^2} \alpha a^2; \quad \operatorname{tg}(2\beta b) = \frac{l_1^- l_2^+ - l_1^+ l_2^-}{l_1^+ l_1^- \beta b + l_2^- l_2^+ b^2} \beta b^2. \quad (3)$$

Уравнения (2) имеют бесчисленное множество решений, каждое из которых соответствует своей собственной форме колебаний. Аналитическое решение этих уравнений в общем случае не представляется возможным, поэтому для нахождения параметров α и β , соответствующих собственным формам колебаний, целесообразно использовать численные методы. После подстановки найденных значений α и β в (3) определяется соответствующая собственная частота колебаний $\omega = c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$.

Были рассмотрены частные случаи задачи (1): рабочая среда находится в канале, который имеет абсолютно жесткие, полностью отражающие акустические волны стенки; рабочая среда находится в канале, который имеет упругие стенки, представляющие собой пластины, выполненные из одного и того же материала и имеющие одинаковую толщину; рабочая среда занимает неограниченную стенками прямоугольную область. В качестве модельного примера рассмотрен канал прямоугольного сечения размерами 0,2x1,5 м и рассчитаны моды колебаний поперечного сечения (рабочая среда - воздух) для рассмотренных частных случаев.

Проект представляется на рассмотрение экспертному совету по отбору инновационных научных разработок в рамках программы У.М.Н.И.К. (участник молодёжного научно-инновационного конкурса) в связи с возможностью дальнейшей коммерциализации.