

НЕСТАЦИОНАРНАЯ КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СМАЗКИ

Общеизвестно значительное влияние толщины слоя смазки на долговечность и работоспособность подшипников качения и зубчатых передач. С уменьшением толщины смазочного слоя увеличивается вероятность касания вершин неровностей трущихся поверхностей, возрастают силы трения (являющиеся касательной нагрузкой для поверхности), приведенные напряжения и снижается долговечность. При жидкостном трении касательные нагрузки на поверхность также являются функцией толщины смазочного слоя, поэтому и здесь долговечность связана с толщиной смазки.

Теоретическая основа расчета толщины смазочного слоя — контактно-гидродинамическая теория смазки, создана трудами советских и зарубежных исследователей [1—7]. В этих теоретических работах рассматривается стационарная задача, когда нагрузка и скорость не зависят от времени. Вместе с тем в реальных условиях, например в подшипнике качения, зона контакта почти всегда находится в условиях переменных нагрузок и скоростей движения. Действительно, вибрации определяют переменную по времени нагрузку на контакт. Однако даже при статической радиальной нагрузке на подшипник, нагрузка на контакт изменяется по пульсирующему циклу.

При этом трущиеся поверхности, кроме скоростей движения, направленных по касательным к поверхностям, приобретают также скорость по нормали к площадке контакта (они сближаются или удаляются друг от друга).

В настоящее время известно крайне мало теоретических работ, где решается нестационарная контактно-гидродинамическая задача. Наиболее совершенными из них являются недавно опубликованные исследования Г. Кристенсена и К. Херребруха. В работе Кристенсена [8] решается нестационарная контактно-гидродинамическая задача при вязкости смазки, зависящей от давления. Однако он не учитывает вращательное движение тел качения и применяет метод итерации, где за исходное приближение принята эпюра давления недеформированных поверхностей. В результате отсутствует сходимость решения при малых толщинах смазочного слоя. Херребрух [9] решал задачу при вязкости масла, не зависящей от давления, и кроме того, он также пренебрегал вращением цилиндров. Таким образом, известные работы не охватывают наиболее интересные для практики случаи, и до сих пор актуально получение общего теоретического решения нестационарной контактно-гид-

родинамической задачи, являющееся целью данной статьи.

Ранее было получено решение плоской стационарной изотермической эластогидродинамической задачи для ньютоновской жидкости при нагрузке и скоростях движения, не зависящих от времени [4].

В результате предложена методика расчета толщины смазочного слоя по номограмме [5] или следующей формуле [10]:

$$h_0 = \frac{3,17 [\mu_0 (U_a + U_b)]^{0,75} \cdot n^{0,6}}{K_0^{0,15} \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4}}, \quad (1)$$

где h_0 — толщина смазочного слоя в точке экстремума давления, *м*;
 U_a, U_b — линейные скорости движения поверхностей трения вдоль касательной к поверхности относительно неподвижной точки контакта, *м/сек*;

$\lambda_a \pm \lambda_b$ — приведенная кривизна поверхностей в точке контакта до деформации, $\frac{1}{\text{м}}$;

K_0 — гидродинамическое усилие, действующее на единицу длины цилиндра, *дан/м*;

k_0 — давление в данной точке смазочного слоя, *дан·сек/м²*;

μ_0 — вязкость масла при атмосферном давлении и заданной средней температуре зоны контакта, *дан·сек/м²*;

n — пьезокоэффициент вязкости масла ($\mu = \mu_0 \cdot e^{nk_0}$), *м²/дан*;

μ — вязкость масла при давлении, *дан·сек/м²*.

Рассмотрим плоскую нестационарную изотермическую эластогидродинамическую задачу для ньютоновской жидкости при больших давлениях в смазочном слое. Между поверхностями возникает смазочный слой, толщина которого обычно измеряется десятными долями микрона, поэтому силы инерции масла будут весьма малы по сравнению с гидродинамическими давлениями в слое и ими можно пренебречь.

Таким образом, поставленная задача сводится к квазистатической, и контактно-гидродинамическую задачу необходимо решить в параметрическом виде, где параметром является скорость удаления друг от друга трущихся поверхностей — V_0 — *м/сек*.

В работе [4] решалась контактно-гидродинамическая задача приближенно (с помощью гипотезы Винклера) и уточненно (методами теории упругости). Различие результатов по толщине слоя незначительное, и существует жесткая связь результатов приближенного и уточненного решений [10].

Поэтому для решения нестационарной контактно-гидродинамической задачи воспользуемся приближенным решением. Как указано в [4], поставленная задача сводится к системе уравнений:

$$\frac{dk_0}{dx} = 6\mu_0 (U_a + U_b) \frac{h_0 - h}{h^3} e^{nk_0} - 12\mu_0 V_0 \frac{x - x_0}{h^3} e^{nk_0} \quad (2)$$

$$h = h_{m1} - \Delta + \frac{x^2 (\lambda_a \pm \lambda_b)}{2} + \frac{A' k_0}{E}, \quad (3)$$

где x — абсцисса произвольной точки в зоне контакта, m ;

x_0 — координата точки, где экстремум давления k_0 , m ;

h_{m1} — наименьшая толщина смазочного слоя при отсутствии деформации, m ;

Δ — условное смещение всей поверхности при переходе от отсутствия деформации к наличию ее, m ;

A' — коэффициент пропорциональности между деформацией и давлением в данной точке, m ;

E — приведенный или эффективный модуль упругости трущихся поверхностей, $дан/m^2$;

h — толщина смазочного слоя в точке x , m .

Переходим к безразмерным параметрам $x = B_1 \cdot z$; $h = h_0 H$;

$$k_0 = B_k, \text{ где } B_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}; \quad B = \frac{6\mu_0 (U_a + U_b)}{h_0^2} \sqrt{\frac{2h_0}{\lambda_a \pm \lambda_b}}.$$

При этом уравнения (2) и (3) превратятся в

$$\frac{dk(z)}{dz} = \frac{e^{B_k k(z)}}{H^3(z)} [1 - H(z) + V(a - z)]; \quad (4)$$

$$H(z) = 1 - a^2 + z^2 + Ck(z). \quad (5)$$

Здесь

$$C = \frac{A' \cdot B}{E h_0}; \quad V = \frac{2 \sqrt{2} V_0}{(U_a + U_b) \sqrt{h_0 (\lambda_a \pm \lambda_b)}}. \quad (6)$$

Таким образом, система (4) — (5) является функцией трех безразмерных параметров C , Bn и V .

На рис. 1 приведены некоторые результаты решения системы уравнений (4) — (5) на ЭЦВМ для ряда значений безразмерных скоростей сближения трущихся поверхностей V при $C=5$ и $Bn=3$.

Найденные теоретические формы зазоров при сближении трущихся поверхностей обладают явно выраженными двумя зонами с наименьшей толщиной смазочного слоя (на входе и на выходе из зоны контакта). Этот факт нашел свое экспериментальное подтверждение в наших опытах по измерению толщины и формы смазочного слоя между

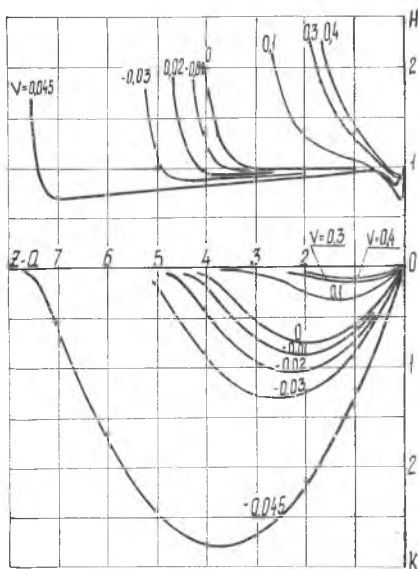


Рис. 1. Форма смазочного слоя и эпюры давлений при различных скоростях сближения поверхностей

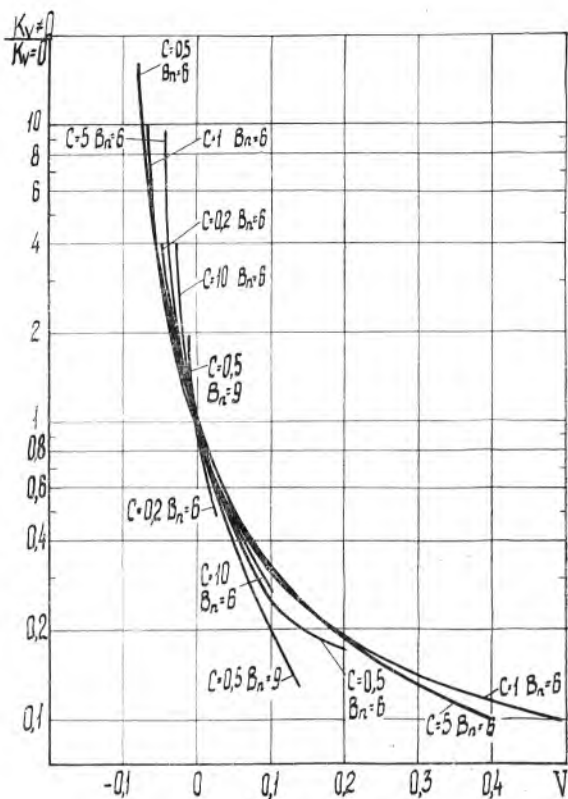


Рис. 2. Относительная несущая способность при различных скоростях сближения поверхностей

плоскостью и шариком, вращающимся с переменной скоростью [11].

Определим гидродинамическую несущую способность — K_0 — дан/м.

$$K_0 = \int_{x_0}^{x_1} k_0 dx = \frac{12\mu_0(U_a + U_b)}{h_0(\lambda_a \pm \lambda_b)} K, \quad (7)$$

где $K = \int_a^b k dz$.

Найдем зависимость K от V при фиксированных значениях C и B_n и построим на рис. 2 отношение $K_{V \neq 0} / K_{V=0}$ для шести комбинаций C и B_n (при больших значениях B_n , характерных для подшипников качения).

Этот рисунок показывает, как влияет сближение трущихся поверхностей на рост гидродинамической грузоподъемности в

случае нестационарной задачи по сравнению со статическим случаем. Можно отметить, что скорость сближения поверхностей оказывает значительно большее влияние на несущую способность, чем изменение C или Bn .

При больших давлениях (при $Bn \geq 6$) можно в качестве первого приближения все семейство кривых заменить одной кривой

$$\lg \frac{K_{V \neq 0}}{K_{V=0}} = \frac{0,32}{V + 0,2} - 1,6. \quad (8)$$

В этом случае, задаваясь величиной несущей способности, получим весьма небольшую погрешность в V .

Рассмотрим два случая при совпадающих значениях μ_0 , n , $U_a + U_b$, h_0 , $\lambda_a \pm \lambda_b$, но в первом случае скорость сближения не равна нулю, а во втором — равна нулю. Тогда по (7) получим

$$\frac{K_{V \neq 0}}{K_{V=0}} = \frac{K_{0V \neq 0}}{K_{0V=0}}. \quad (9)$$

Подставляя в формулу (8) выражения (1), (6), (9) и заменив V_0 на $\frac{dh_0}{dt}$, получим

$$V_0 = \frac{dh_0}{dt} = - \frac{(U_a + U_b) \sqrt{h_0 (\lambda_a \pm \lambda_b)}}{10 \sqrt{2}} \times \left[\frac{\lg \{ (3,17)^{-1} \cdot K_{0V \neq 0}^{0,15} \cdot h_0 \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4} \cdot [\mu_0 (U_a + U_b)]^{-0,75} \cdot n^{-0,6} \}}{\lg \{ (10)^{0,24} \cdot (3,17)^{-1} \cdot K_{0V=0}^{0,15} \cdot h_0 \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4} \cdot [\mu_0 (U_a + U_b)]^{-0,75} \cdot n^{-0,6} \}} \right]. \quad (10)$$

Это уравнение можно рассматривать как общее решение приближенной контактно-гидродинамической изотермической задачи для ньютоновских жидкостей при больших давлениях и произвольной зависимости нагрузки, температуры контакта и суммарной скорости движения от времени.

Примем, что нагрузка и суммарная скорость изменяются по синусоидальному закону

$$\begin{aligned} K_{0V \neq 0} &= K_{0M} \times \\ &\times [1 + C_1 \sin(\omega_1 t + \beta_1)]; \\ U_a + U_b &= (U_a + U_b)_M \times \\ &\times [1 + C_2 \sin(\omega_2 t + \beta_2)]. \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в (10) и переходя к безразмерным параметрам

$$\begin{aligned} h_6 &= h_0 (\lambda_a \pm \lambda_b) \\ t_1 &= t (U_a + U_b)_M (\lambda_a \pm \lambda_b) \end{aligned}$$

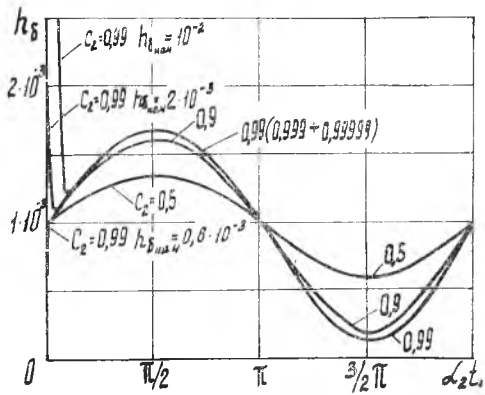


Рис. 3. Изменение толщины слоя смазки по времени при изменении скоростей движения

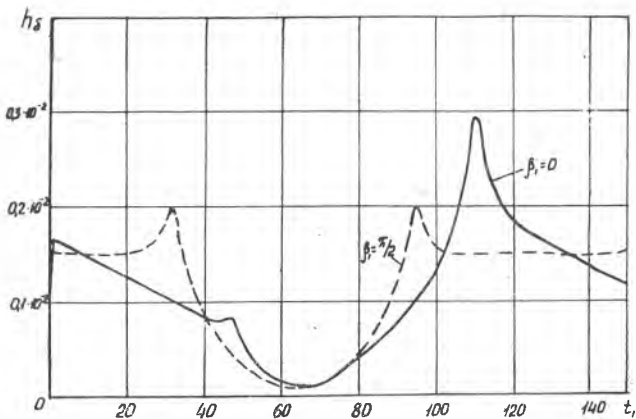


Рис. 4. Изменение толщины смазочного слоя поверхности при одновременном изменении скоростей движения и нагрузок

$$\alpha_1 = \frac{\omega_1}{(U_a + U_b)_M \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)}; \quad \alpha_2 = \frac{\omega_2}{(U_a + U_b)_M \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)},$$

получим

$$\frac{dh_\delta}{dt_1} = - \frac{[1 + C_2 \sin(\alpha_2 t_1 + \beta_2)] \sqrt{h_\delta}}{10 \sqrt{2}} \times$$

$$\times \left[\frac{\lg \{ A_p h_\delta [1 + C_1 \sin(\alpha_1 t_1 + \beta_1)]^{0,15} \cdot [1 + C_2 \sin(\alpha_2 t_1 + \beta_2)]^{-0,75} \}}{\lg \{ 10^{0,24} \cdot A_p \cdot h_\delta [1 + C_1 \sin(\alpha_1 t_1 + \beta_1)]^{0,15} \cdot [1 + C_2 \sin(\alpha_2 t_1 + \beta_2)]^{-0,75} \}} \right], \quad (11)$$

$$A_p = \frac{K_{OM}^{0,15} \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4}}{3,17 [\nu_0 (U_a + U_b)]^{0,75} \cdot n^{0,6} (\lambda_a \pm \lambda_b)}$$

Таким образом, при аргументе t_1 , искомой функции h_δ имеем в общем случае параметры A_p , C_1 , C_2 , α_1 , α_2 , β_1 , β_2 , $h_{\delta \text{нач}}$ для нагрузки и суммарной скорости движения, изменяющихся по времени.

Приведем на рис. 3 результаты расчетов для значений параметров при $K_0 = \text{const}$ и $U_a + U_b = V_{ar}$, ($C_1 = 0$).

Наибольший интерес представляет рассмотрение переходных неустановившихся процессов при переходе с одного режима на другой или начальных участков при $h_{\delta \text{нач}} = \frac{b_1}{A_p}$, где $b_1 = 10$; 2; 1; 0,6. Отметим, что, как и в любой вибрационной системе, при начальном выводе из равновесного состояния неустановившийся переходный процесс (свободные колебания) очень быстро затухает, и далее система совершает вынужденные колебания.

На рис. 4 приведены результаты расчета изменения по времени толщины смазочного слоя при одновременном измене-

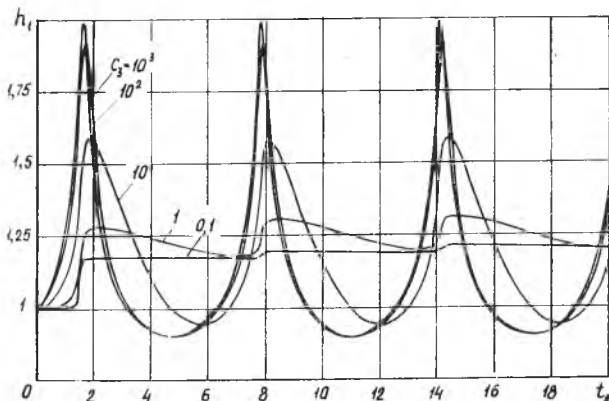


Рис. 5. Изменение относительной толщины смазочного слоя по времени при различных частотах нагружения

нии нагрузки и скорости движения, но с различными частотами со сдвигом по фазе и без этого сдвига при $C_1 = C_2 = 0,99$, $A_p = 10^3$, $\alpha_1 = 0,1$, $\alpha_2 = 0,05$, $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$, $h_{\delta \text{ нач}} = 10^{-3}$.

Если к контакту приложена вибрационная синусоидальная нагрузка, а скорость движения $U_a + U_b = \text{const}$, то можно существенно упростить конечные формулы и уменьшить количество безразмерных параметров.

Перейдем от h_0 и t_1 к h_1 и t_2 , тогда общий закон изменения толщины смазочного слоя по времени, ранее определяемый уравнением (11), превратится в

$$\frac{dh_1}{dt_2} = - \frac{C_2 \sqrt{h_1}}{10 \sqrt{2}} \frac{\lg \{h_1 [1 + C_1 \sin(t_2 + \beta_1)]^{0,15}\}}{\lg \{10^{0,24} \cdot h_1 [1 + C_1 \sin(t_2 + \beta_1)]^{0,15}\}}$$

Здесь

$$h_1 = \frac{h_0}{h_{\text{омст}}}; \quad t_2 = \omega_1 t; \quad h_{\text{омст}} = \frac{3,17 [\mu_0 (U_a + U_b)]_M^{0,75} \cdot n^{0,6}}{K_{\text{ом}}^{0,15} \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,4}};$$

$$C_3 = \frac{K_{\text{ом}}^{-0,075} \cdot (U_a + U_b)_M^{0,625} \cdot (\lambda_a \pm \lambda_b)^{0,7}}{\sqrt{3,17 \cdot \omega_1 \cdot \mu_0^{0,375} \cdot n^{0,3}}}$$

Таким образом, параметр C_3 фактически является безразмерной частотой вибрационной нагрузки, а параметр C_1 — ее амплитудой.

На рис. 5 приведены примеры изменения h_1 по времени при различных частотах вибрационной нагрузки и $\beta_1 = \pi$. На рис. 6 изображена зависимость максимальных и минимальных относи-

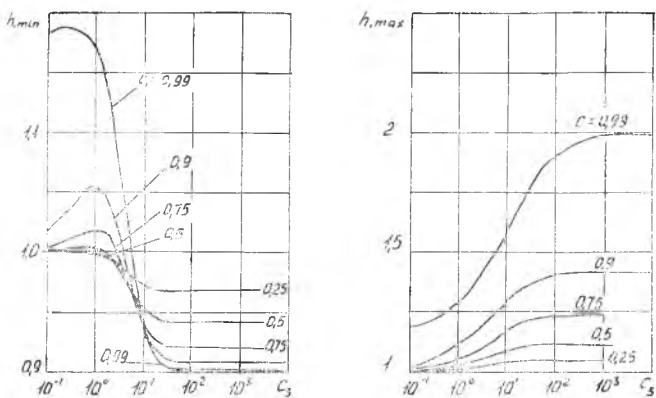


Рис. 6. Минимальные и максимальные относительные толщины смазочного слоя в зависимости от частоты и амплитуды вибрационной нагрузки

тельных толщин смазочного слоя от частоты и амплитуды вибрационной нагрузки при $\beta_1 = \pi$.

Рассматривая рис. 5, где относительная толщина слоя смазки меняется со временем, отметим, что в точках экстремума $\frac{dh}{dt_2}^{-1} = 0$ ($V_0 = 0$). Следовательно, здесь толщина смазочного слоя

определяется уравнением (1) стационарной задачи, но для нагрузки, которая осуществляется в этот же момент времени.

При малых частотах (больших C_3) такими нагрузками будут минимальное и максимальное значения вибрационной нагрузки, в связи с чем может увеличиться размах колебаний толщины смазочного слоя. Иное положение при больших частотах вибрации (уменьшении C_3): возникает значительный демпфирующий эффект смазочного слоя, толщина которого изменяется со временем меньше и при очень больших частотах меняется крайне мало. Таким образом, смазочный слой как бы перестает реагировать на изменение величины нагрузки, но сильно зависит от частоты ее приложения и нагрузка, определяющая наименьшую по времени толщину слоя, будет уже не максимальной и даже не средней $K_{ом}$, а приближается к минимальной — стационарной части вибрационной нагрузки.

Например, если вибрационная нагрузка изменяется по сравнению со статической в 199 раз ($C_1 = 0,99$), то при некоторых частотах вибрации ($C_3 = 1$) толщина слоя определяется нагрузкой в 6 раз меньшей, чем максимальная, и все изменение толщины слоя не превосходит 8%.

В связи с этим заметим, что до сих пор мы и все другие авторы определяли толщину смазочного слоя в радиально-нагру-

женном подшипнике качения при максимальной нагрузке (при расположении тела качения в нагруженной зоне подшипника по линии действия нагрузки). Полученные здесь результаты указывают, что иногда для быстроходных подшипников такое рассмотрение ошибочно, т. к. даже если на подшипник действует постоянная нагрузка, тело качения проходит нагруженную и ненагруженную зоны, и на контакт действует вибрационная нагрузка значительной частоты. Таким образом, толщину смазочного слоя можно определять по уравнению (1), но для нагрузки значительно меньшей, чем максимальная.

Следовательно, эквивалентная нагрузка, действующая на контакт тела качения с внутренним или наружным кольцом подшипника, зависит от скорости вращения и может быть значительно меньше максимальной нагрузки.

Этот факт имеет экспериментальное подтверждение, т. к. на практике уже давно заметили, что с ростом скорости вращения долговечность (являющаяся функцией толщины смазочного слоя) резко растет.

Практический смысл применения решения нестационарной контактно-гидродинамической задачи заключается прежде всего в определении эквивалентной нагрузки, действующей на контакт. Кроме того, она дает возможность определить поведение системы при переходных процессах, когда происходит изменение режима работы и при начале движения (всплывание трущихся поверхностей).

Таким образом, разработан общий алгоритм приближенного решения нестационарной плоской изотермической контактно-гидродинамической задачи для ньютоновских жидкостей. Получена общая методика расчета толщин смазочного слоя при больших давлениях в контакте, комбинированном нагружении контакта постоянной и вибрационной нагрузкой с одновременным изменением скорости по гармоническому закону. Амплитуда и частота нагрузки, а также суммарная скорость движения могут изменяться в широких пределах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрусеви́ч А. И. Качество поверхности и прочность материалов при контактных напряжениях. Академиздат, 1946.
2. Петрусеви́ч А. И. Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки. Известия АН СССР, ОТН № 2, 1951.
3. Грубин А. Н. Основы гидродинамической теории смазки тяжело нагруженных криволинейных поверхностей. ЦНИИТМАШ, кн. 30. Машгиз, 1949.
4. Коднир Д. С. Контактно-гидродинамическая теория смазки. Куйбышевское книжное издательство, 1963.

5. Коднир Д. С. Контактно-гидродинамическая теория смазки и расчет подшипников качения и зубчатых передач. Сб. «Теория трения и износа». Материалы IV Всесоюзной конференции по трению и смазке, «Наука», 1965.

6. Коровчинский М. В. О некоторых вопросах эластореологии, имеющих приложение в теории трения. «Трение и износ в машинах», сб. XVIII, «Наука» 1966.

7. D. Dowson, G. K. Higginson. Elastohydrodynamic Lubrication, Pergamon Press, London 1966.

8. Кристенсен Г. Уругогидродинамическая теория нормального сближения сферических тел. Труды Американского общества инженеров-механиков «Проблемы трения и смазки», № 1, 1970.

9. Херребрух К. Уругогидродинамическая теория сдвливания смазки при нормальном сближении двух цилиндров. Труды Американского общества инженеров-механиков «Проблемы трения и смазки», № 2, 1970.

10. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика деталей машин. Куйбышевский авиационный институт им. С. П. Королева, 1970.

11. A. J. Petronsevitch, D. S. Kodnir, R. G. Salukvadze, D. L. Bakashvili, V. Sh. Schwarzman. The Investigation of Oil Film Thickness in Lubricated Ball-Race Rolling Contact, Wear v 19, N 4, 1972.

В. Г. ШАХОВ, Б. П. ДЬЯЧЕНКО

ВЛИЯНИЕ ОГРАНИЧЕННОСТИ ОБЪЕМА И КРИВИЗНЫ СТЕНКИ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ ВИБРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

При рассмотрении теории вибрационных вискозиметров, как правило, пользуются результатами Мэзона [1]. Однако предположение Мэзона о малости глубины проникновения поперечных волн применимо только для маловязких ньютоновских жидкостей.

При исследовании вибрационными методами максвелловских и высоковязких ньютоновских жидкостей глубина проникновения поперечных волн может равняться нескольким сантиметрам. Это может привести, с одной стороны, к невыполнению условий неограниченности объема при плоском и круговом течениях, выражающемуся в искажающем влиянии на результаты измерений отраженных от стенок поперечных волн и, с другой стороны, — к необходимости учета влияния кривизны при исследованиях жидкостей круговыми цилиндрическими резонаторами. Влияние этих двух факторов на результаты измерений вязкости вибрационными методами не оценивается ни в одной из известных авторам работ по вибрационной вискозиметрии. Последнее обстоятельство послужило основанием для рассмотрения вопросов, изложенных в данной статье.