

Таким образом, имеется качественное и количественное экспериментальное подтверждение приведенных в данном докладе теоретических расчетов. Для получения количественного сравнения необходимо знать действительное время релаксации американских масел.

В данной работе предложена приближенная контактно-гидродинамическая теория смазки для жидкостей, находящихся в неньютоновском состоянии, предложены алгоритмы решения, приведены результаты численных расчетов и показано качественное соответствие экспериментальных и теоретических результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bell I. C. Lubrication of Rolling Surfaces by a Ree-Eyring Fluid. ASLE Transactions, v. 5, 1962.

2. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика деталей машин. Куйбышевский авиационный институт, 1970.

3. Белл И. Ц. Кенелл И. В. Интерпретация данных о толщине масляной пленки при качении. Ч. II. Влияние реологических факторов. Проблемы трения и смазки, № 4, 1971.

4. Hsu I. C. Non-Newtonian Flow in Infinite-Length Full journal Bearing. Journal of Lubrication Technology, N 3, 1967.

5. Kuhn W. Relaxationszeitspektrum bei systemen, mit beliebig Vielen, teils in Serie, teils parallel wirkenden, mit Reibung belasteten elastischen zusammenhaltsmechanismen. Helvetica Chimia Acta, 1947, v. 30, N 2.

6. Коднир Д. С. Современное состояние контактно-гидродинамической теории смазки и краткий обзор работ Куйбышевского авиационного института им. С. П. Королева по этой проблеме. Настоящий сборник докладов.

7. Сэнборн Д. М., Винер В. О. Влияние реологических свойств жидкости на упругогидродинамический точечный контакт при скольжении в условиях переменной нагрузки. Проблемы трения и смазки, № 2, 1971.

Д. С. КОДНИР

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ СТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Выполненные расчеты показывают, что для определения коэффициента трения необходимо учитывать неньютоновское поведение смазки, возникающее на всей или на части зоны контакта.

В настоящем докладе приведено решение приближенной неизотермической стационарной контактно-гидродинамической задачи для вязко-упругой неньютоновской смазки, когда градиент скорости является произвольной нелинейной функцией касательного напряжения. Одним из частных случаев полученного общего решения является максвелловское поведение жидкости, другим — ньютоновское поведение.

При решении неизотермической задачи следует учесть наличие двух тепловых потоков — конвективного в направлении движения и теплопроводности поперек смазочного слоя (в направлении, пер-

пендикулярном к трущимся поверхностям), другие тепловые потоки ничтожно малы.

Однако такая строгая постановка задачи резко осложняет решение и в ряде случаев приводит к крайне малому уточнению по сравнению с приближенным решением, когда учитывается лишь один тепловой поток.

Легко показать с помощью элементарного валового теплового расчета, что вполне допустимо пренебречь конвективным теплообменом и учитывать нужно лишь теплопередачу поперек смазочного слоя. Для этого оценим тепловые потоки в области трения в направлении вдоль смазочного слоя и поперек трущихся поверхностей. При конвективном теплоотводе тепловой поток вдоль направления движения

$$F_1' = \frac{1}{2} \gamma \cdot C_0 \cdot \Delta T (U_a + U_b) h_0.$$

При теплоотводе путем теплопроводности поперек смазочного слоя по Фурье $F_2' = \lambda \Delta T \frac{2a}{h_0}$. Выражая ширину площадки контакта $2a$

через максимальные герцевские напряжения $2a = \frac{7,28 k_{0 \max}}{E (\lambda_a \pm \lambda_b)}$ находим

$F_2' = \frac{7,28 \lambda k_{0 \max} \Delta T}{E (\lambda_a \pm \lambda_b) h_0}$ и отношение теплового потока поперечного к продольному

$$\frac{F_2'}{F_1'} = \frac{14,56 \lambda k_{0 \max}}{\gamma C_0 E (\lambda_a \pm \lambda_b) (U_a + U_b) h_0^2}, \quad (1)$$

Здесь γ — удельный вес смазочного масла $\gamma \approx 900 \text{ кг/м}^3$; C_0 — удельная весовая теплоемкость $C_0 = 0,5 \text{ к·кал/кг·}^\circ\text{С}$; ΔT $^\circ\text{С}$ — приращение температуры; $U_a + U_b$ — м/сек — суммарная скорость движения поверхностей; h_0 — м — толщина смазочного слоя в месте экстремума давления; λ — коэффициент теплопередачи путем теплопроводности поперек смазочного слоя для масел $\lambda = 3 \cdot 10^{-5} \text{ к·кал/м} \times \times \text{сек} \cdot ^\circ\text{С}$; $2a$ — м — ширина площадки контакта; $k_{0 \max}$ — кг/м^2 — максимальное герцевское напряжение; E — модуль упругости стальных поверхностей $E = 2,12 \cdot 10^{10} \text{ кг/м}^2$; $\lambda_a \pm \lambda_b = 1/\text{м}$ — приведенная кривизна.

С учетом приведенных численных значений коэффициентов получим

$$\frac{F_2'}{F_1'} = 0,0458 \cdot 10^{-15} \frac{k_{0 \max}}{(U_a + U_b) (\lambda_a \pm \lambda_b) h_0^2}. \quad (2)$$

Приведем ряд примеров расчета для $\frac{F_2'}{F_1'}$.

Таким образом, если не учитывать конвективный теплообмен, то погрешность обычно менее 5—8%.

Проведем сравнительную оценку приращения температуры в

$K_0 \text{ max, } \kappa \Gamma / \text{с.м}^2$	20000	20000	10000	10000	20000	10000
$\lambda_a \pm \lambda_b \frac{1}{\text{м}}$	100	100	100	100	100	100
$U_a + U_b \text{ м/сек}$	100	100	100	100	50	50
$h_0 \text{ мк}$	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2
$\frac{F_2^1}{F_1^1}$	91,6	22,9	45,8	11,45	183,2	45,8
% ошибки, если пренебречь конвективным теплоотводом	<1,1%	<4,2%	<2,2%	<8,1%	<0,55%	<2,2%

зоне контакта при учете теплоотвода путем конвекции в направлении, движения (при адиабатическом процессе) или путем теплоотдачи в направлении, перпендикулярном трущимся поверхностям. Для этого найдем тепловыделение и приравняем его теплоотводу в обоих случаях.

При качении и скольжении тепловыделение идет главным образом за счет скольжения. Пренебрегая тепловыделением за счет качения, получим $F' = \frac{1}{427} f K_0 (U_a - U_b)$, где K_0 — $\kappa \Gamma / \text{м}$ — погонная нагрузка на контакт; $U_a - U_b$ — м/сек — скорость скольжения; f — коэффициент трения. Приводя это выражение к герцевским напряжениям и к коэффициенту проскальзывания $\frac{U_a - U_b}{U_a + U_b}$,

$$F' = \frac{f (k_0 \text{ max})^2 (U_a + U_b) (U_a - U_b)}{74,8 E (\lambda_a \pm \lambda_b) (U_a + U_b)} \quad (3)$$

Приравняв тепловыделение и теплоотвод для 1 случая (при конвективном теплоотводе) и во 2 случае (при теплоотдаче в поверхности трения) для стальных поверхностей и указанных численных значений коэффициентов для масла, получим

$$\Delta T_{\text{конвекц}} = 2,85 \cdot 10^{-15} \frac{f (k_0 \text{ max})^2 (U_a - U_b)}{(\lambda_a \pm \lambda_b) h_0 (U_a + U_b)} \quad (4)$$

$$\Delta T_{\text{тепл}} = 61,4 f k_0 \text{ max } h_0 (U_a + U_b) \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} \quad (5)$$

Как показывают многочисленные эксперименты многих исследователей, при коэффициенте проскальзывания менее 3% $\left(\frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} \leq 0,03 \right)$ проскальзывание мало сказывается на толщине смазочного слоя. В связи с этим возникновение в смазочном слое средних температур порядка тысяч или нескольких сотен градусов невозможно.

Приведем несколько примеров расчета

$\frac{U_a - U_b}{U_a + U_b}$	0,02					
$U_a + U_b$ м/сек	100					
$\lambda_a \pm \lambda_b$ 1/м	100					
h_0 мк	0,1	0,2	0,1			
k_0 max кг/см ²	20000	20000	10000			
f	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01	0,02
ΔT конвекц °С	2280	4560	1140	2280	570	1140
ΔT теплопр. °С	24,6	49,2	49,2	98,4	12,3	24,6
$\frac{\Delta T}{\Delta T}$ конвекц теплопр.	92,7	92,7	23,2	23,2	46,3	46,3

Поэтому, очевидно, нецелесообразность учета конвективного теплоотвода со смазкой в направлении движения, и вполне обосновано предположение, что основная часть теплоотвода из зоны контакта происходит путем теплопроводности непосредственно в стальные поверхности.

В работе [1] мы показали, что при наличии разности скоростей движения трущихся поверхностей касательные напряжения поперек смазочного слоя остаются практически почти постоянными.

Решим при этих упрощающих предположениях плоскую стационарную неизотермическую задачу для неньютоновской жидкости (совместная задача гидродинамическая и тепловая).

Расположим ось x вдоль направления движения, ось y — поперек смазочного слоя, причем начало координат примем посередине между трущимися поверхностями. При этом $-\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2}$, где h — толщина смазочного слоя.

При давлении, постоянном поперек сечения, ньютоновском состоянии жидкости и пренебрежении касательными напряжениями от качения по сравнению с касательными напряжениями от скольжения легко получаем, что в среднем сечении смазочного слоя температура равна максимуму $T(0) = T_{\max}$, $\frac{dT(0)}{dy} = 0$, а скорость течения масла равна среднему арифметическому скоростей движения трущихся поверхностей $u(0) = -\frac{U_a + U_b}{2}$. Примем, что эти же зависимости справедливы и для неньютоновских жидкостей.

Рассмотрим два случая:

Случай 1. Пусть зависимость градиента давления от касательного напряжения определяется уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau}{\mu} + A_1 \frac{\tau^3}{\mu^3} + A_2 \frac{\tau^5}{\mu^5} + \dots \quad (6)$$

Уравнение теплового баланса в смазочном слое даст

$$427\lambda \frac{d^2 T}{dy^2} + \tau \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

и уравнение равновесия

$$\frac{dk_0}{dx} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (8)$$

Здесь τ — $\kappa\Gamma/\text{м}^2$ — касательное напряжение в смазочном слое; μ — $\kappa\Gamma\text{сек}/\text{м}^2$ — вязкость масла в данной точке смазочного слоя при давлении k_0 — $\kappa\Gamma/\text{м}^2$. Примем, что вязкость при заданном давлении зависит от температуры по формуле

$$\mu = \alpha e^{-\beta T}. \quad (9)$$

Введем понятие эффективной вязкости $\mu_{\text{эф}}$, учитывающей как неизотермичность процесса, так и неньютоновское поведение жидкости

$$\tau = \frac{U_a - U_b}{h} \mu_{\text{эф}}. \quad (10)$$

Умножим (7) на $2 \frac{dT}{dy} dy$ и, проинтегрировав от 0 до y , получим

$$\left(\frac{dT}{dy}\right)^2 = \frac{2\tau^2}{427\lambda\beta\alpha e^{-\beta T_m}} \left\{ [1 - e^{-\beta(T_m - T)}] + \frac{A_1\tau^2}{3\alpha^2 e^{-2\beta T_m}} [1 - e^{-3\beta(T_m - T)}] + \frac{A_2\tau^4}{5\alpha^4 e^{-4\beta T_m}} [1 - e^{-5\beta(T_m - T)}] + \dots \right\}. \quad (11)$$

Введем обозначение

$$\begin{aligned} v &= e^{-\beta(T_m - T)} \leq 1 \\ v_s &= e^{-\beta(T_m - T_s)} \leq 1 \end{aligned} \quad (12)$$

При этом

$$\mu_s = \alpha e^{-\beta T_s}; \quad \alpha e^{-\beta T_m} = v_s \mu_s; \quad dT = \frac{dv}{\beta v}.$$

Интегрируя (7) по y от 0 до $\frac{h}{2}$ и приравнявая полученное выражение к (11) при $y = \frac{h}{2}$; $v = v_s$ после введения обозначений

$$X = \frac{(U_a - U_b)^2 \cdot \beta \cdot \mu_s}{8 \cdot 427 \lambda}; \quad Y = \frac{\mu_{\text{эф}}}{\mu}; \quad (13)$$

$$C_1 = \frac{A_1 (U_a - U_b)^2}{3h^2}; \quad C_2 = \frac{A_2 (U_a - U_b)^4}{5h^4} \quad (14)$$

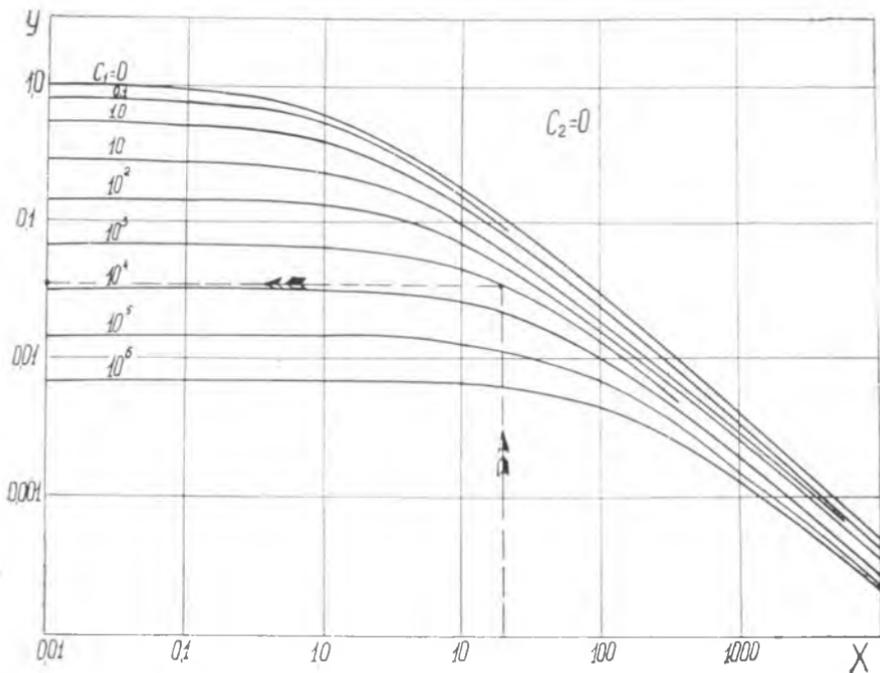


Рис. 1. Отношение эффективной вязкости к ньютоновской при $C_2=0$ (случай 1)

получим

$$X = \frac{1}{v_s} \left[(1 - v_s) + \frac{C_1 Y^2}{v_s^2} (1 - v_s^3) + \frac{C_2 Y^4}{v_s^4} (1 - v_s^5) + \dots \right] \quad (15)$$

Из (11) после перехода к обозначениям (12), (13), (14) найдем

$$2Y \sqrt{\frac{X}{v_s}} \int_0^1 \frac{dv}{v \sqrt{(1-v) + \frac{C_1 Y^2}{v_s^2} (1-v^3) + \frac{C_2 Y^4}{v_s^4} (1-v^5) + \dots}} \quad (16)$$

Совместное решение уравнений (13) и (14) для любых, заранее выбранных значений параметров неньютоновского поведения масла C_1 , C_2, \dots , а также для каждого значения v_s дает пару значений X и Y . Таким образом, строим на рис. 1 и 2 серию графиков зависимости $Y = \frac{\mu_{\text{эф}}}{\mu}$ от X для разных C_1, C_2 .

Для максвелловской жидкости

$$C_1 = \frac{t_{\text{рел}}^2 (U_a - U_b)^2}{3h^2}; \quad C_2 = \frac{2t_{\text{рел}}^4 (U_a - U_b)^4}{5h^4}$$

строим рис. 3.

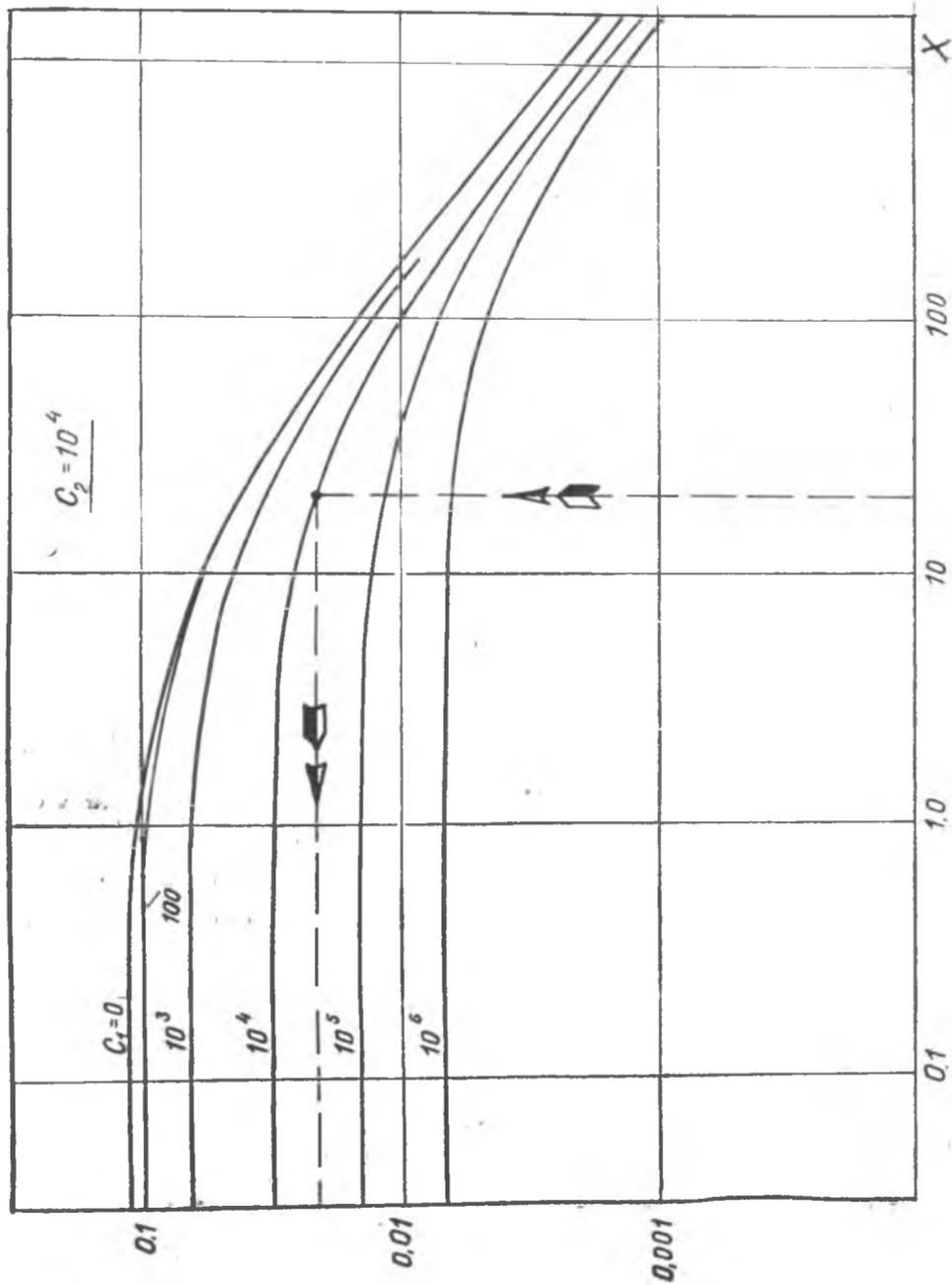


Рис. 2. Отношение эффективной вязкости к ньютоновской при $C_2 = 10^4$ (случай 1).

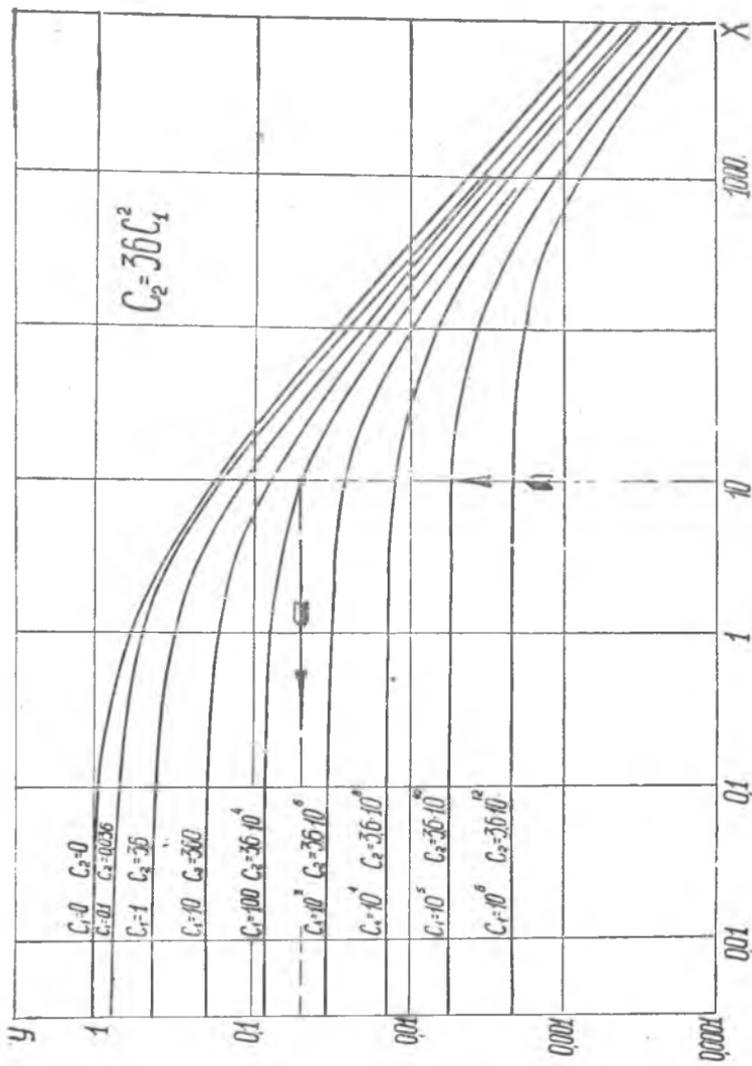


Рис. 3. Отношение эффективной вязкости к ньютоновской для максвелловской жидкости (случай 1).

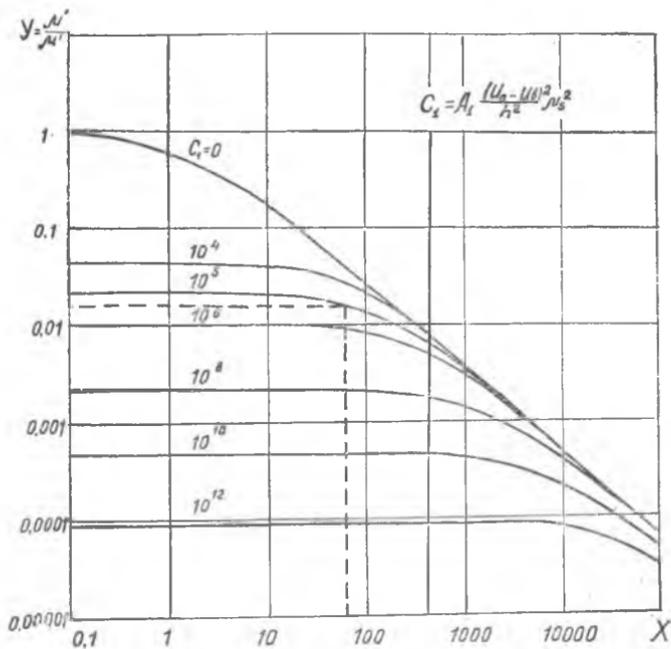


Рис. 4. Отношение эффективной вязкости к ньютоновской при $C_2 = 0$ (случай 2).

Здесь $\frac{\mu_{\text{эф}}}{\mu}$ — есть отношение эффективной вязкости с учетом неизоэтермического процесса и ньютоновского поведения смазки к ньютоновской вязкости при изотермическом процессе.

Таким образом, если мы хотим найти действительное касательное напряжение в данной точке с учетом неизотермичности и ньютоновского поведения смазки, то следует определить для данного сечения контакта $\mu_s = \alpha e^{-\beta T_s}$; X и, зная коэффициенты ньютоновского поведения смазки A_1 и A_2 , найти C_1 и C_2 . Далее по графикам типа рис. 1 и 3 найдем $Y = \frac{\mu_{\text{эф}}}{\mu}$ и затем по μ_s определим $\mu_{\text{эф}}$. От-

сюда находим действительное касательное напряжение $\tau = \frac{U_a - U_b}{r_0} \mu_{\text{эф}}$ и после интегрирования по всей площадке контакта — всю силу трения и действительный коэффициент трения. Из рис. 1—3 видим, что ньютоновское поведение смазки и учет неизотермичности снижает силу трения иногда даже на несколько порядков.

Случай 2. Пусть зависимость градиента давления от касательного напряжения определится уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau}{\mu} + A_1 \frac{\tau^3}{\mu} + A_2 \frac{\tau^5}{\mu} + \dots \quad (17)$$

Как и в предыдущем случае решаем (7) и (8). При этом также используем (9), (10). Однако вместо (11) получим

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 = \frac{2\tau^2(1 + A_1\tau^2 + A_2\tau^4)}{427\lambda\beta_0\alpha e^{-\beta_0 T m}} [1 - e^{-\beta(T_m - T)}]. \quad (18)$$

Переходим, как и в первом случае, к безразмерным v , v_s , X , Y . Обозначим в отличие от первого случая

$$C_1 = \frac{A_1(U_a - U_b)^2 v_s^2}{h^2}; \quad C_2 = \frac{A_2(U_a - U_b)^4 v_s^4}{h^4}.$$

Тогда окончательно вместо системы уравнений (15) — (16) получим

$$X = \frac{1 + C_1 Y^2 + C_2 Y^4}{v_s} (1 - v_s) \quad (19)$$

$$2Y \sqrt{\frac{X}{v_s}} = \frac{1}{\sqrt{1 + C_1 Y^2 + C_2 Y^4}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - v_s}}{1 - \sqrt{1 - v_s}} \quad (20)$$

Эта система решена совместно для ряда значений C_1 и C_2 . На рис. 4 изображены результаты при $C_2=0$ и различных C_1 .

С помощью таких графиков можно, как и в первом случае, определять действительные силы трения и коэффициенты трения для масел, обладающих ньютоновскими (при $C_1=C_2=0$) и неньютоновскими свойствами при неизотермическом процессе.

Приведенные в первом и во втором случае результаты теоретического расчета качественно соответствуют и весьма похожи на экспериментальные результаты Смита, Барлоу и Лемба, приведенные Дайсоном [2].

Случай 3. Рассмотрим решение неизотермической задачи для Рн-Эйринговской жидкости, где связь касательного напряжения и градиента скорости определяется выражением

$$\tau = X_0 e^{\gamma_1 k_0} \text{Arsh} \left[\beta_0 e^{\gamma_2 k_0} \frac{\partial u}{\partial y} \right]. \quad (21)$$

При постоянном давлении k_0 и переменной температуре T

$$X_0 e^{\gamma_1 k_0} = \frac{e^{-\beta_1 T}}{\alpha_1}; \quad \beta_0 e^{\gamma_2 k_0} = \frac{e^{-\beta_2 T}}{\alpha_2}.$$

Таким образом,

$$\tau = \frac{e^{-\beta_1 T}}{\alpha_1} \text{Arsh} \left[\frac{e^{-\beta_2 T}}{\alpha_2} \frac{\partial u}{\partial y} \right]. \quad (22)$$

Здесь α_1 , α_2 , β_1 , β_2 — коэффициенты, определяющие зависимость реологических свойств масел от температуры при данном давлении k_0 . При этом уравнение (7) превращается в

$$\frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{\tau \alpha_2 e^{\beta_2 T}}{427 \lambda} \text{sh} [\tau \alpha_1 e^{\beta_1 T}] = 0. \quad (23)$$

Решая, как и в предыдущих случаях, получим

$$\frac{h}{2} \sqrt{\frac{2\tau\alpha_2}{427\lambda}} \int_{T_s}^{T_m} \frac{dT}{\sqrt{\int_T^{T_m} e^{\beta_2 T} \operatorname{sh}[\tau\alpha_1 e^{\beta_1 T}] dT}} \quad (24)$$

$$\frac{\tau(U_a - U_b)^2}{8 \cdot 427 \lambda \alpha_2} = \int_{T_s}^{T_m} e^{\beta_2 T} \operatorname{sh}[\tau\alpha_2 e^{\beta_1 T}] dT. \quad (25)$$

При заданных значениях для пяти параметров β_1 , β_2 , T_s , $h \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1 \lambda}}$, $\frac{U_a - U_b}{\frac{h}{\alpha_2}}$ из совместного решения системы (24)–(25) можно получить $\frac{T_m}{T_s}$ и $\tau\alpha_1$. Отсюда для различных конкретных случаев можно построить $Y = \frac{\mu_{эф}}{\mu}$.

Таким образом, получено решение неизотермической задачи для контактно-гидродинамической задачи при жидкости, обладающей неньютоновскими свойствами.

Для двух видов зависимости касательного напряжения от градиента скорости получены номограммы для непосредственного расчета касательного напряжения и определения эффективной вязкости жидкости, учитывающей как неизотермические явления, так и неньютоновские свойства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коднир Д. С., Саввин Л. Л. Определение касательных нагрузок и коэффициентов трения для поверхностей, работающих в контактно-гидродинамическом режиме. Применение контактно-гидродинамической теории смазки к исследованию деталей машин. Труды Куйбышевского авиационного института, вып. 40, 1969.
2. Dyson A. Flow properties of mineral oils in elastohydrodynamic lubrication. Philosophical Transactions of the Royal Society Mathematical and Physical Sciences, Series A, v. 258, N 1092, 1965.

Ю. М. САНЬКО

КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПРИБОРНОГО ПОДШИПНИКА С УЧЕТОМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛОКАЛЬНОГО ТЕРМИЧЕСКОГО КОНТАКТА

Контактно-гидродинамический расчет высокоскоростных приборных подшипников с одноразовой пластичной смазкой затруднен из-за отсутствия надежных данных о температуре рабочей зоны подшипника. В этих подшипниках отвод энергии трения обеспечивается в основном за счет теплопроводности колец. Градиенты