

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕГО РЕГУЛЯТОРА ОБОРОТОВ ТУРБИНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В высокооборотной шлифовальной машине в качестве двигателя применена микротурбина, особенностью которой является способность набирать быстро рабочие обороты.

Например, время разгона ротора машины ПШТ-3 до рабочих оборотов ($20 \cdot 10^3$ об/мин) составляет примерно одну секунду, а для выхода на обороты холостого хода ($25 \cdot 10^3$ об/мин) требуются еще лишь десятые доли секунды.

Нечеткая работа регулятора может приводить к резкому возрастанию оборотов и разрушению режущего инструмента и самой машины.

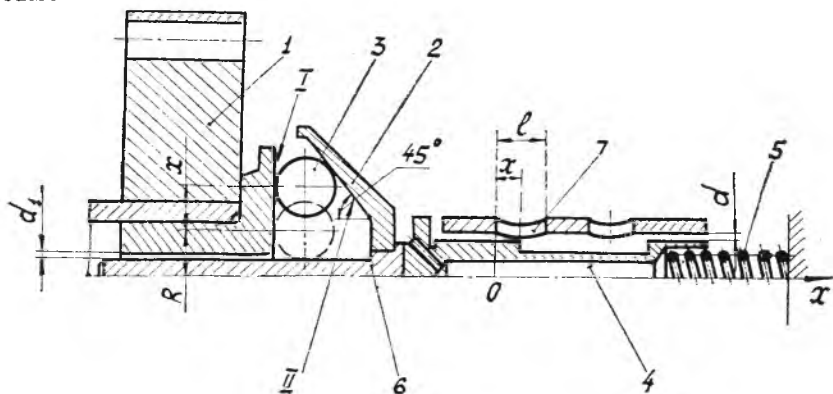


Рис. 1.

Незначительная величина указанных промежутков времени — отличительная особенность условий работы регулятора оборотов турбинных шлифовальных машин.

В настоящей работе делается попытка разработки теории и методики расчета быстродействующего регулятора, обеспечивающего заданные рабочие обороты и обороты холостого хода.

На рис. 1 показана схема указанного регулятора.

Введем следующие обозначения:

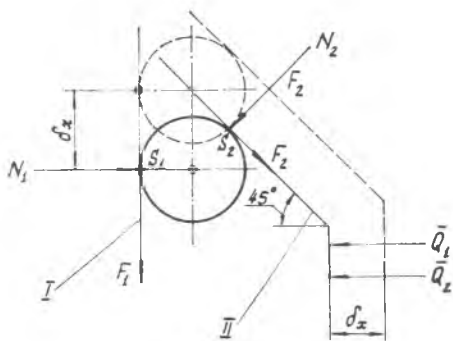


Рис. 2.

φ, ω — угол поворота и угловая скорость рабочего колеса 1; x — перемещение золотника 4 вместе с датчиком 2; R — полусумма диаметров шарика 3 и валика 6; l — ширина полностью открытой щели 7; J — момент инерции рабочего колеса 1 вместе с датчиком 2 относительно оси вращения ox ; M — сумма масс золотника 4, датчика 2 и одной трети массы пружины 5;

m — масса двух центробежных шариков 3; C — жесткость пружины 5; $x_{пр}$ — предварительное сжатие пружины 5; f — коэффициент трения скольжения для пары шарик 3, поверхность J (рис. 1 и 2).

Дифференциальные уравнения движения системы, состоящей из рабочего колеса 1, датчика 2, двух центробежных шариков 3 и золотника 4 (фиг. 1), можно получить, используя уравнения Лагранжа 2 рода:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi, \quad (2)$$

где Q_x и Q_φ — обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x и φ .

Пренебрегая малыми величинами по сравнению с J , найдем выражение для кинетической энергии системы

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} (M+m) \dot{x}^2 + \frac{m \dot{\varphi}^2}{2} (R+x)^2. \quad (3)$$

При вычислении Q_x следует учесть, что при удалении шариков от оси $o-x$, происходящем в результате увеличения угловой скорости вращения рабочего колеса, движение шариков относительно плоскости II (рис. 1 и 2) представляет собой качение без скольжения.

Действительно, приложенные к шарiku в точках S_1 и S_2 (рис. 2) нормальные реакции N_1, N_2 и силы трения F_1, F_2 связаны равенствами

$$F_1 = \alpha_1 N_1$$

$$F_2 = \alpha_2 N_2$$

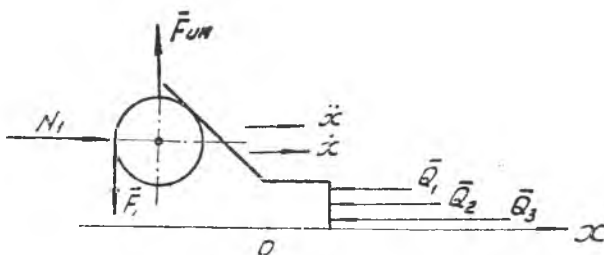


Рис. 3.

Легко видеть, что $N_1 = N_2 \cdot \cos 45^\circ$

$$N_1 \alpha_1 = N_2 \alpha_2,$$

откуда следует неравенство $\alpha_2 < \alpha_1$, которое исключает возможность одновременного скольжения в точках S_1 и S_2 и тем самым доказывает высказанное выше утверждение о движении шариков.

На возможном перемещении δ_x (рис. 2) совершают работу сила упругости пружины Q_1 , сила вязкого трения Q_2 и сила трения $F_1 = fN_1$. При этом (рис. 3)

$$N_1 = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

где Q_3 есть сила инерции, равная $M\ddot{x}$.

Учитывая эти замечания, находим

$$Q_x = f_0 Q_1 + f_0 Q_2 \dots + (f_0 - 1) Q_3$$

после чего из уравнения (1) получаем

$$M_0 \ddot{x} + b_0 \dot{x} + C_0(x + x_{np}) = m\omega^2(R + x). \quad (4)$$

В уравнении (4) используются обозначения

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= 1 + f(1 + \sqrt{2}); & M_0 &= Mf_0 + m \\ C_0 &= Cf_0; & b &= bf_0; & b_0 &= \eta \left(\frac{S}{d} + \frac{S_1}{d_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где S — площадь поверхности золотника 4, на котором осуществляется вязкое трение, S_1 — то же для валика 6; η — коэффициент вязкости масла; d и d_1 — радиальные зазоры (рис. 1).

На рис. 4 показана осциллограмма движения системы: кривая 1 описывает закон движения золотника $x = x(t)$; кривая 2 — закон $\omega = \omega(t)$.

Выделим следующие моменты времени:

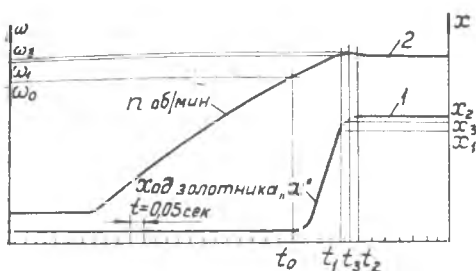


Рис. 4.

t_0 — момент, соответствующий началу движения золотника, примем $t_0=0$; t_1 — момент, в который площадь непокрытого участка щели равна площади критического сечения; t_2 — момент полного перекрытия щели

Величины x и ω , соответствующие моменту времени t_i , обозначим x_i и ω_i .

Рассмотрение сил, действующих на рабочее колесо, и анализ уравнения (2) позволяют сделать вывод о том, что на интервале $[t_0, t_1]$ угловая скорость рабочего колеса ω не зависит от движения золотника, датчика и центробежных шариков.

Объясняется это тем, что секундный расход воздуха G_c практически не зависит от положения золотника x на этом участке, а величинами

$$\frac{m(R+x)^2}{J} \text{ и } \frac{8m(R+x)x}{G_c \cdot D_{\text{ср}}^2}$$

можно пренебречь ввиду их малости (например, для ПШТ-3 каждая из этих величин не превышает 10^{-3}).

Поскольку избыточная мощность $N_{\text{изб}}$ на интервале $[t_0, t_1]$ изменяется незначительно, то можно положить

$$\frac{dT}{dt} = N_{\text{изб}} = \text{const} \quad (6)$$

Отсюда находим:

$$t_1 = \frac{J(\omega_1^2 - \omega_0^2)}{2N_{\text{изб}}}, \quad (7)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{t_1} t. \quad (8)$$

В момент $t_0=0$ датчик находится еще в покое, поэтому из (4) следует равенство

$$C_0 x_{\text{пр}} = m\omega_0^2 R. \quad (9)$$

Введем безразмерные параметры

$$k^2 = \frac{m}{M_0} \left(\frac{C_0}{m} - \omega_0^2 \right) \quad (10)$$

$$\tau = kt$$

$$y = \frac{x}{R}$$

$$H = \frac{b_0}{2M_0 K}$$

$$\lambda = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\left(\frac{C_0}{m} - \omega_0^2\right) kt_1} =$$

$$= \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{t_1} \left(\frac{C}{m} - \omega_0^2\right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{m}{M_0}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

и уравнение (4) с помощью (9) запишем в виде:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + 2H \frac{dy}{d\tau} + (1 - \lambda\tau)y = \lambda\tau \quad (11)$$

Машинное решение этого уравнения при нулевых начальных условиях ($y = 0$, $\frac{dy}{d\tau} = 0$, когда $\tau = 0$) для некоторых λ и H графически показано на рис. 5.

Введем безразмерные параметры

$$\mu = \frac{M_0}{m}, \quad \gamma = \frac{C_0}{m\omega_0^2}, \quad \beta = \frac{b_0}{2\omega_0 m} \quad (12)$$

которые при выбранном шарике (известна масса m) определяют параметры регулятора: M , C и d ; параметрами регулятора являются также величины x_1 и $x_{\text{нр}}$ (9).

Кривые, изображенные на рис. 5, показывают, что при фиксированной мощности λ каждому значению $\lambda\tau_1 = \lambda kt_1$ соответствует единственное значение $y_1 = x_1 R$.

Величины (12) можно представить в виде

$$\mu = \frac{\lambda^2 (\omega_1^2 - \omega_0^2) t_1^2}{(\lambda\tau_1)^3}; \quad (13)$$

$$\gamma = 1 + \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\lambda\tau_1 \cdot \omega_0^2} \quad (14)$$

$$\beta = H \sqrt{\mu(j-1)} \quad (15)$$

Так устанавливается зависимость между y_1 и величинами μ , γ , β . На рис. 6, 7 и 8 эта зависимость показана графически для некоторых λ при $H = 1$.

Исследуем влияние сопротивления H на величину ω_1 . Величина H зависит не только от зазора d , но и от температуры смазки.

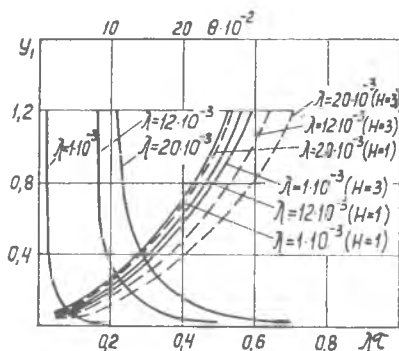


Рис. 5.

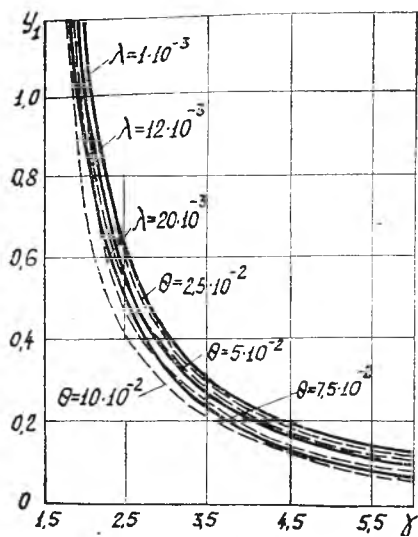


Рис. 6.

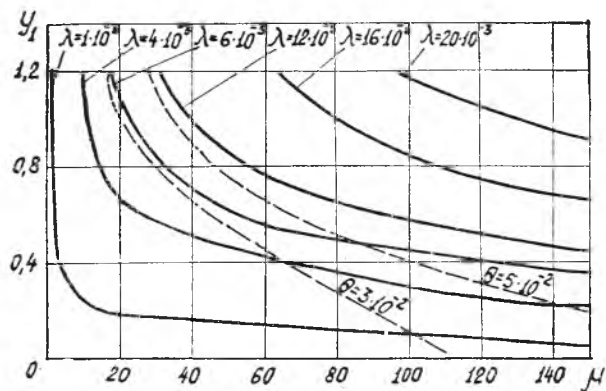


Рис. 7.

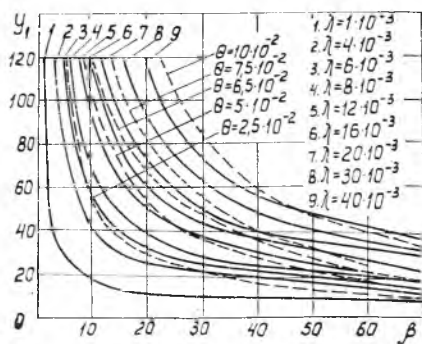


Рис. 8.

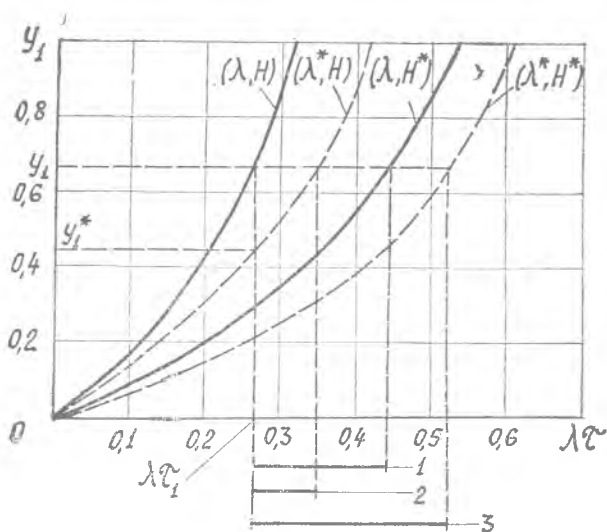


Рис. 9.

Так, изменение температуры машинного масла на 15°C (в диапазоне $0^{\circ} \div 30^{\circ}\text{C}$) приводит к изменению вязкости масла и сопротивлению H примерно в три раза.

Поставим задачу: каким условиям должен подчиняться выбор параметров регулятора, чтобы регулируемая величина ω_1 лежала в заданном интервале $[\omega_1; \omega_1^*]$, если величина H может принимать любое значение из интервала $[H; H^*]$.

В качестве меры колебаний угловой скорости ω_1 возьмем величину

$$\Theta = \frac{\omega^{*2} - \omega_1^2}{2\omega_1^2}. \quad (16)$$

Увеличение H до значения H^* приводит к увеличению $\lambda\tau$ на величину $\Delta\lambda\tau = \lambda k \Delta t$ (отрезок 1 на рис. 9). Значит, в положение y_1 золотник придет не в момент t_1 , а в момент $t_1 + \Delta t$. Это запаздывание приведет к увеличению скорости вращения колеса до значения $\omega_1^* > \omega_1$.

Из уравнения (8) находим

$$\omega_1^{*2} = \omega_1^2 + \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{t_1} \Delta t,$$

что можно представить в виде

$$\Theta = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2\omega_1^2} \frac{\Delta\lambda\tau}{\lambda\tau_1}. \quad (17)$$

Нетрудно показать, что увеличение H в одно и то же число раз вызывает тем большую неравномерность Θ , чем больше H . Поэтому нижнее значение H следует брать как можно меньшим. Но при $H < 1$ возможны собственные колебания золотника с датчиком, что может привести к увеличению Θ . Поэтому расчет параметров регулятора должен быть подчинен условию

$$H = 1. \quad (18)$$

Именно для значений $H=1$ и $H^*=3$ построены кривые на рис. 5. Они позволяют вычислить $\Delta\lambda\tau$, а значит и Θ , для каждого λt_1 при фиксированном λ , построить кривые, определяющие зависимость Θ от y_1 (ниспадающие кривые слева на рис. 5), и нанести кривые равных Θ на рис. 6, 7 и 8, с помощью которых производится подбор параметров регулятора в том числе и величины x_1 .

Указанная методика позволяет также учесть влияние колебания давления в пневмосистеме на величину Θ . Увеличение давления приводит к увеличению λ до значения λ^* и уменьшению t_1 до значения t_1^* .

Из выражений (7) и (10) получаем

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{t_1}{t_1^*} = \frac{N_{\text{изб}}^*}{N_{\text{изб}}} \quad (19)$$

Значит все λ изменяются в одном и том же отношении, величина которого может быть подсчитана конструктором, но величина $\lambda_{\text{д}}$ остается неизменной:

$$\lambda \tau_1 = \lambda^* k t_1^* = \lambda k t_1.$$

Поэтому к моменту t_1^* , когда угловая скорость станет равной ω_1 , золотник пройдет расстояние y_1^* , меньшее чем y_1 (см. рис. 9), и за время движения золотника от положения y_1^* до положения y_1 угловая скорость увеличится до значения ω_1^* , а величина $\lambda \tau_1$ получит приращение $\Delta\lambda\tau$ (отрезок 2 на рис. 9).

Совместное увеличение сопротивления H и мощности λ приведет к соответствующему приращению $\Delta\lambda\tau$ (отрезок 3, рис. 9) и методика в остальном остается прежней.

При движении золотника по участку $[x_1, x_2]$ площадь открытого участка щели становится меньше площади критического сечения и уменьшается почти до нуля.

В момент времени t_3 ($t_1 < t_3 < t_2$), когда золотник занимает положение x_3 ($x_1 < x_3 < x_2$), угловая скорость рабочего колеса достигает наибольшего значения ω_3 ($\omega_3 > \omega_1, \omega_2$). Это хорошо видно на осциллограмме (рис. 4). Точный расчет движения регулятора на этом участке слишком сложен, так как секундный расход и другие параметры рабочего тела меняются.

Для определения ω_3 и x_3 были проведены следующие расчеты и эксперименты.

При заданном давлении в пневмосистеме и фиксированном положении золотника (а значит и величины x) измерялась угловая скорость, на которую выходило рабочее колесо. Данные эксперимента приведены на рис. 10. Они показывают, что приблизительно эту зависимость можно описать кривой 1 (рис. 10), для построения которой достаточно знать ω_{\max} и величину $(x_2 - x_1)$, которая определяется площадью критического сечения.

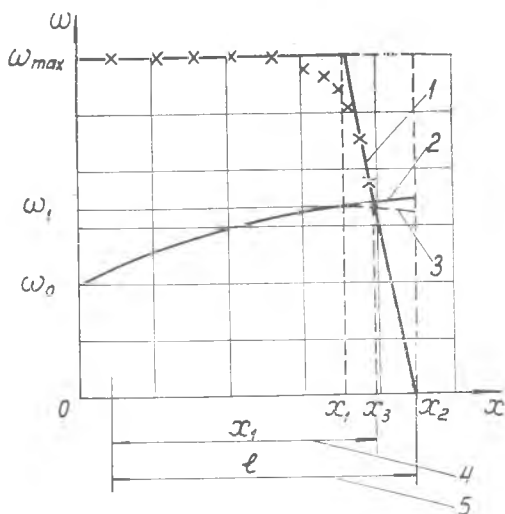


Рис. 10.

Осциллограмма (рис. 4) показывает, что на участке $x_0 \leq x \leq x_1$ зависимость ω от x приблизительно описывается формулой

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{x_1} x. \quad (20)$$

Объясняется это тем, что для уменьшения Θ следует брать небольшие значения M (см. рис. 7), поэтому скорость золотника x быстро достигает почти постоянного значения, приблизительно равного средней скорости $\frac{x_1}{T_1}$, что вместе с (8) приводит к функции (20) (кривая 2 на рис. 10).

Пересечение кривых 1 и 2 (рис. 10) определяет приблизительно величину ω_3 и положение x_3 , так как смена знака ускорения $\dot{\omega}$ происходит в окрестности этой точки. Ясно, что действительное движение системы будет происходить не по кривой 2, построенной для $G_c = \text{const}$, а по кривой 3 с меньшими угловыми скоростями. Поэтому действительное значение ω_3 будет несколько меньше найденного графически.

Отсюда следует, что в приведенную выше методику расчета параметров регулятора следует внести изменение. Именно: вместо величины x_1 , подобранной с помощью кривых на рис. 6, 7 и 8 нужно брать уменьшенное на $(x_3 - x_1)$ значение этой величины. Другими словами, найденную по кривым рис. 6, 7 и 8 величину x_1 , отложить от точки x_3 влево (отрезок 4 на рис. 10)

и определить длину щели l (отрезок $\bar{5}$ на фиг. 10). При этом действительная наибольшая скорость ω_3 будет несколько меньше заданной ω_1 , что не опасно. Внесенная в x_1 поправка незначительна ввиду малости самой величины $(x_2 - x_1)$.

Экспериментальная проверка изложенной методики показала ее реальность и дает возможность при конструировании шлифовальных машин провести инженерный расчет регулятора, обеспечивающего заданные рабочие обороты и обороты холостого хода.