А. П. САВИНОВ

К ПОДБОРУ ЧИСЕЛ ЗУБЬЕВ КОЛЕС ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ ТИПА 2К-Н

Подбор чисел зубьев простых планетарных передач типа $2K—H$ (рис. 1) остается весьма сложной комплексной задачей, т. к. их конструктивные и технологические особенности накладывают на числа зубьев колес ряд ограничений, таких, как условие соосности

$$\lambda (z_1 \pm z_2) = z_3 \pm z_{2'} \tag{1}$$

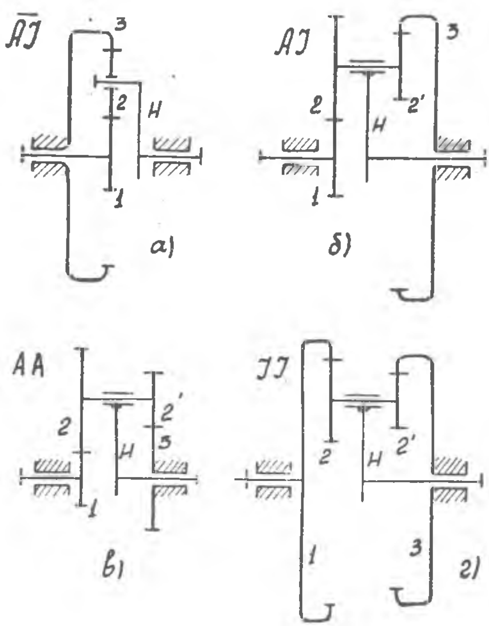

Рис. 1. Схемы планетарных передач типа $2K—H$ (A внешнее зацепление, I — внутреннее зацепление).

условие соседства сателлитов

$$\lambda (z_1 \pm z_2) \sin \frac{\pi}{a_p} \geqslant z_{2'} + 2 \text{ (при } \lambda k < 1) \qquad (2)$$

$$(z_1 \pm z_2) \sin \frac{\pi}{a_p} \geqslant z_2 + 2 \text{ (при } \lambda k > 1) \qquad (2')$$

условие сборки [3]

$$\frac{z_1 i_{1н}}{a_p} - \frac{z_2}{z_{2'}} (E_3 \pm n) = \text{целому числу при } i_{13}^{н} < 0 \qquad (3)$$

$$\frac{z_1 i_{1н}}{a_p} + \frac{z_2}{z_{2'}} (E_3 \pm n) = \text{ц. ч. при } i_{13}^{н} > 0 \qquad (3')$$

условие отсутствия заклинивания и подрезания зубьев [2]

$$z_{2'} \geqslant \frac{4f_3'}{(2 - i_{32'}) \sin^2 \alpha_s}; \qquad (4)$$

при $f_3' = 1$ и $\alpha_s = 20°$

$$z_{2'} \geqslant \frac{34,2}{2 - i_{32'}}. \qquad (4')$$

Кроме этого в передаче необходимо выдержать заданное передаточное отношение

$$i_{1н} = 1 - i_{13}^{н} = 1 \pm k \frac{z_3}{z_1} \qquad (5)$$

где $\lambda = \frac{m_{12}}{m_{2'3}}$ — отношение модулей; $k = \frac{z_2}{z_{2'}}$ — отношение чисел зубьев зубчатых венцов двойного сателлита; a_p — число сателлитов; E_3 — ближайшее к $\frac{z_3}{a_p}$ большее целое число; n — значение из ряда целых чисел, включая ноль (0, 1, 2 ...); f_3' — коэффициент высоты зуба.

Кинематически габариты планетарной передачи определяет условие отсутствия заклинивания и подрезания (4).

Рассмотрев совместно условия (4), (1) и (5), получим зависимости чисел зубьев колес нормального зубчатого зацепления от $i_{1н}$, λ и $к$, позволяющие произвести кинематический синтез передачи, близкой к оптимальной:

для передачи $2KH{-}AJ$ (рис. 1, *б*).

$$z_{2'} \geqslant \frac{34,2 (i_{1н} - 1)(\lambda k + 1)}{(2\lambda k + 1) i_{1н} - (\lambda k + 1)}, \qquad (6)$$

$$z_i = \frac{k (\lambda k + 1)}{i_{1н} - (\lambda k + 1)} z_{2'}, \qquad (7)$$

$$z_2 = kz_{2'}\,, \tag{8}$$

$$z_3 = \frac{(i_{1H}-1)(\lambda k+1)}{i_{1H}-(\lambda k+1)}\, z_{2'} \tag{9}$$

для передачи $2KH-\overline{A}\mathrm{I}$ (рис. 1, *а*), в которой $\kappa=1$ и $\lambda=1$, формулы (6), (7) и (9) упрощаются

$$z_2 \geqslant \frac{68{,}4\,(i_{1H}-1)}{3i_{1H}-2}\,, \tag{6'}$$

$$z_1 = \frac{2}{i_{1H}-2}\, z_2, \tag{7'}$$

$$z_3 = \frac{2\,(i_{1H}-1)}{i_{1H}-2}\, z_{2'}\,; \tag{9'}$$

для передачи $2KH-AA$ (рис. 1, в)

$$z_{2'} \geqslant \frac{34{,}2\,(i_{1H}-1)(\lambda k-1)}{(2\lambda k-1)\, i_{1H}-(\lambda k-1)}\,, \tag{10}$$

$$z_1 = \frac{k\,(\lambda k-1)}{(1-\lambda k)-i_{1H}}\, z_{2'}\,, \tag{11}$$

$$z_2 = kz_{2'}\,, \tag{12}$$

$$z_3 = \frac{(i_{1H}-1)(\lambda k-1)}{i_{1H}+(\lambda k-1)}\, z_{2'}\,; \tag{13}$$

для передачи $2KH-JJ$ (рис. 1, *г*).

$$z_{2'} \geqslant \frac{34{,}2\,(i_{1H}-1)(\lambda k-1)}{(2\lambda k-1)i_{1H}-(\lambda k-1)}\,, \tag{14}$$

$$z_1 = \frac{k\,(\lambda k-1)}{i_{1H}+(\lambda k-1)}\, z_{2'} \tag{15}$$

$$z_2 = kz_{2'} \tag{16}$$

$$z_3 = \frac{(i_{1H}-1)(1-\lambda k)}{i_{1H}-(1-\lambda k)}\, z_{2'} \tag{17}$$

Чтобы подобрать числа зубьев по формулам (6)—(17), необходимо определить λ и κ.

Расчет на прочность зубьев колес планетарных передач показывает, что модули зацепления в большинстве случаев получаются различными, т. е. $m_{12} \neq m_{2'3}$.

Так как момент сил, действующий на центральное колесо 3 второй ступени обычно больше момента, действующего на ведущее звено 1, то модуль зацепления во второй ступени должен быть больше, чем в первой, т. е. $\lambda < 1$.

Для передач типа $2K-H$ отношение модулей можно выбрать в пределах $\lambda = 0{,}5 \div 1$. Ряд отношений стандартных модулей по ГОСТу 9563—60 приводится в таблице 1.

Таблица 1

0,40000	0,54167	0,70000	0,88889	1,17647
0,40625	0,54545	0,70578	0,90000	1,18182
0,40909	0,55000	0,70833	0,90909	1,20000
0,41176	0,55556	0,71427	0,91667	1,21429
0,41667	0,56250	0,72223	0,92857	1,22222
0,42308	0,57143	0,72720	0,93333	1,23077
0,42500	0,57692	0,73331	0,93750	1,25000
0,42857	0,58333	0,75000	0,94118	1,27273
0,43750	0,58824	0,76473	0,94444	1,28571
0,44444	0,59091	0,76928	1,00000	1,29412
0,45000	0,60000	0,77271	1,05882	1,30000
0,45455	0,60714	0,77778	1,06250	1,30769
0,45833	0,61111	0,78570	1,06667	1,33333
0,46154	0,61538	0,80000	1,07143	1,36364
0,46429	0,62500	0,81259	1,07692	1,37500
0,46667	0,63636	0,81813	1,08333	1,38462
0,46875	0,64286	0,82353	1,09091	1,40000
0,47059	0,64706	0,83330	1,10000	1,41176
0,47222	0,65000	0,84615	1,11111	1,41667
0,50000	0,65385	0,85000	1,12500	1,42857
0,52941	0,66667	0,85714	1,13333	1,44444
0,53125	0,68182	0,86667	1,14286	1,45455
0,53333	0,68750	0,87500	1,15384	1,46667
0,53571				
0,53846	0,69231	0,88235	1,16667	1,50000

Для определения конструктивного параметра κ установим зависимость между отношением модулей λ, передаточным отношением $i_{1н}$ и κ.

Условие отсутствия заклинивания и подрезания для передачи $2KH—AJ$ выражается формулой (6).

$$z_{2'} \geqslant z_{2'\,\min} = \frac{34{,}2\,(i_{1н} - 1)(\lambda k + 1)}{(2\lambda k + 1)\,i_{1н} - (\lambda k + 1)}\,.$$

Из (7) следует

$$z_{1\,\min} = \frac{k\,(\lambda k + 1)}{i_{1н} - (\lambda k + 1)}\, z_{2'\,\min} \tag{7a}$$

Подставив выражение (6) в формулу (7а), наложив на передачу дополнительное ограничение в виде $z_1 \geqslant 17$, получим уравнение

$$\lambda^2 k^2 \left(2k + \frac{2i_{1н} - 1}{i_{1н} - 1}\right) + 2\lambda k\,(2k - i_{1н} + 1) + 2k - i_{1н} + 1 = 0. \tag{18}$$

Решив уравнения (18) относительно λ, получим

$$\lambda = \frac{i_{1н} - 2k - 1 \pm i_{1н}\sqrt{\dfrac{i_{1н} - 2k - 1}{i_{1н} - 1}}}{2k^2 + k\left(\dfrac{2i_{1н} - 1}{i_{1н} - 1}\right)}\,. \tag{19}$$

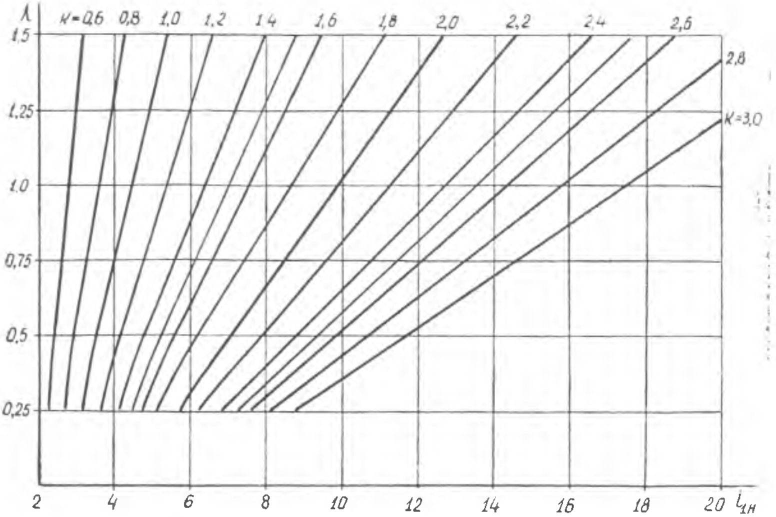

Рис. 2. График для определения величины κ по заданным $i_{1н}$ и λ передаче *2КН—AI*.

Анализ формулы (19) показывает, что один из корней уравнения отрицательный, что не имеет смысла, так как λ всегда положительно.

На рис. 2 дан график для определения величины κ в зависимости от $i_{1н}$ и λ, рассчитанный по формуле (19).

Аналогично, решая совместно равенства (10) и (11) для передачи *2КН-АА* (рис. 1,в), получим уравнение

$$\lambda^2 k^2 \left(2k + \frac{2i_{1н} - 1}{i_{1н} - 1}\right) + 2\lambda k (i_{1н} - 2k - 1) - i_{1н} + 2k + 1 = 0 \qquad (20)$$

решив которое, будем иметь:

$$\lambda = \frac{i_{1н} - 2k - 1 \mp i_{1н}\sqrt{\dfrac{i_{1н} - 2k - 1}{i_{1н} - 1}}}{k\left(\dfrac{1 - 2i_{1н}}{i_{1н} - 1}\right) - 2k^2}. \qquad (21)$$

По формуле (21) рассчитан график, показанный на рис. 3.

Для передачи *2КН—JJ* (рис. 1, *г*) равенство (14) подставим в равенство (16). Положим, что $z_2 \geqslant 34$. После преобразований получим

$$\lambda = \frac{k - 1}{k^2 - k\left(\dfrac{2i_{1н} - 1}{i_{1н} - 1}\right)}. \qquad (22)$$

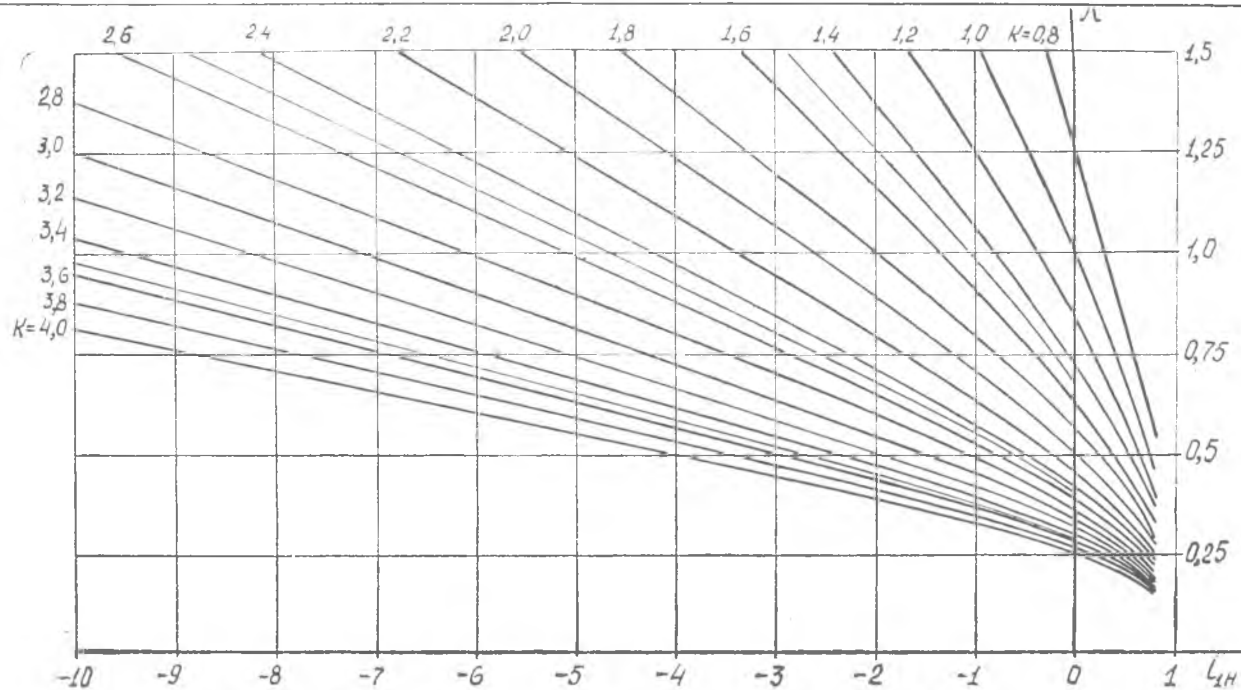

Рис. 3. График для определения величины κ по заданным $i_{1н}$ и λ в передаче $2KH$—AA.

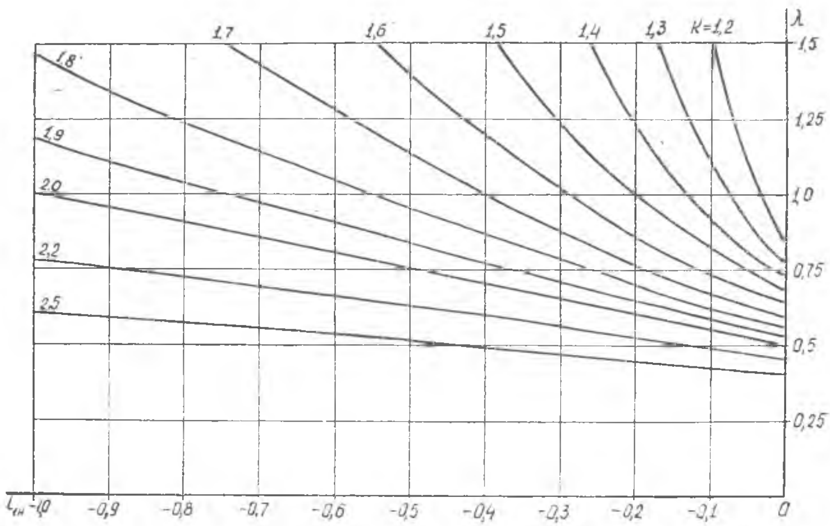

Рис. 4. График для определения величины $к$ по заданным $i_{1н}$ и λ в передаче *2КН—II* при $i_{1н} < 0$.

На рис. 4 и рис. 5 даны графики для определения конструктивного параметра $к$ в зависимости от $i_{1н}$ и λ, рассчитанные по формуле (22).

Методика подбора чисел зубьев одной из схем передач 2К-Н сводится к следующему:

1. По заданному передаточному отношению $i_{1н}$ и выбранному по соответствующим графикам (рис. 2, 3, 4 и 5) определяется величина $к$.

2. По формулам (6), (10) или (14) находится минимальное число зубьев $z_{2'}$ сателлита, при котором не произойдет заклинивания передачи.

3. Определяются числа зубьев z_1, z_2 и z_3 по приведенным выше формулам. Подсчет при этом следует производить точно, без округлений, выражая все величины в простых дробях.

4. Из условия соседства (2) определяется возможное число сателлитов.

5. Передача проверяется по условию сборки (3).

Предлагаемая методика подбора чисел зубьев планетарной передачи типа *2К-Н* по сравнению с методами, опубликованными ранее другими авторами [4, 5], позволяет уменьшить число попыток подбора.

Ниже приводится пример подбора чисел зубьев.

Пример. При передаче *2КН—AI* подобрать числа зубьев при $i_{1н} = 12$ и $\lambda = 0{,}8$.

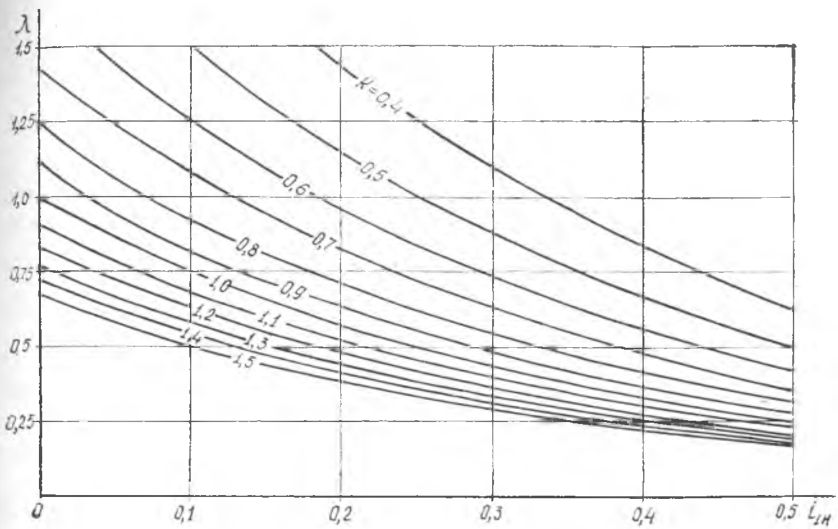

Рис. 5. График для определения величины κ по заданным $i_{1н}$ и λ в передаче $2HK—II$ при $i_{1н}>0$.

1. Из графика (рис. 2) определяем конструктивный параметр

$\kappa=2{,}5$. Тогда $\lambda\kappa=0{,}8\cdot 2{,}5=2$.

2. По формуле (6) находим минимальное число зубьев z_2' сателлита, при котором не произойдет заклинивания передачи

$$z_{2'} \geqslant \frac{34{,}2\,(i_{1н}-1)(\lambda k+1)}{(2\lambda k+1)\,i_{1н}-(\lambda k+1)} = \frac{34{,}2\cdot 11\cdot 3}{5\cdot 12-3} = 19{,}8,$$

т. е. $z_{2'} \geqslant 20$

3. Определяем числа зубьев по формулам (7), (8) и (9).

$$z_1 = \frac{k(\lambda k+1)}{i_{1н}-(\lambda k+1)}\,z_{2'} = \frac{5\cdot 3}{2\,(12-3)}\,z_{2'} = \frac{5}{2\cdot 3}\,z_{2'}$$

$$z_2 = kz_{2'} = \frac{5}{2}\,z_{2'}$$

$$z_3 = \frac{(i_{1н}-1)(\lambda k+1)}{i_{1н}-(\lambda k+1)}\,z_{2'} = \frac{11\cdot 3}{12-3}\,z_{2'} = \frac{11}{3}\,z_{2'}$$

Таким образом, числа зубьев z_1, z_2 и z_3 должны быть кратны 2 и 3. Следовательно, $z_{2'}=24$. Тогда $z_1=20$; $z_2=60$; $z_3=88$.

4. Определяем возможное число сателлитов. Из условия соседства (2) следует

$$a_p \leqslant \frac{\pi}{\arcsin\dfrac{z_2+2}{z_1+z_2}} = \frac{180^\circ}{\arcsin 0{,}78} = \frac{180^\circ}{51^\circ} = 3{,}53.$$

Следовательно, $a_p = 3$.

5. Проверяем передачу по условию сборки (3).

$$\frac{z_1 i_{1H}}{a_p} - \frac{z_2}{z_{2'}}(E_3 \pm n) = \text{ц. ч.}$$

$$\frac{z_1 i_{1H}}{a_p} = \frac{20 \cdot 12}{3} = 80$$

Так как первый член равенства (3) равен целому числу, то число n выбираем так, чтобы выражение в скобках было равно нулю, т. е. $E_3 = n$. Ближайшее к $\frac{z_3}{a_p}$ целое число равно $\frac{88}{3} \approx 3$, тогда $n = 3$.

Таким образом,

$$\frac{20 \cdot 12}{3} - \frac{5}{2}(3 - 3) = 8,$$

т. е. сборка данной передачи возможна.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И. И.* Теория механизмов. Изд. «Наука», 1965.
2. *Кожевников С. Н.* Теория механизмов и машин. Изд. «Машиностроение», 1969.
3. *Кудрявцев В. Н.* Планетарные передачи. Изд. «Машиностроение», 1966.
4. *Ткаченко В. А.* Проектирование многосателлитных планетарных передач. Изд. Харьковского университета, 1961.
5. *Филадельфов Т. П.* К вопросу о подборе чисел зубьев в многопарных соосных зубчатых передачах. «Известия высших учебных заведений», Машиностроение, 1960, № 10.