М. Ф. КРИЧЕВЕР, Л. К. КУДИНОВА

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА РАДИУС-ВЕКТОРА ЦЕНТРОВОГО И КОНСТРУКТИВНОГО ПРОФИЛЯ И РАСЧЕТ КООРДИНАТ ЭВОЛЮТЫ ДИСКОВЫХ КУЛАЧКОВ

В работе излагается единый аналитический метод расчета профиля кулачка и расчет координат эволюты кулачковых механизмов с плоскими и острыми толкателями и толкателями, снабженными роликами.

Задача профилирования кулачков и вычисление эволют сводится к решению уравнений проекций на подвижные оси координат контура, образованного радиусом-вектором, нормалью и аналогом скоростей с последующим преобразованием координат [3].

Предлагаемый метод позволяет произвести расчет конструктивного профиля кулачка, не вычисляя координат центрового профиля. При решении поставленной задачи мы предполагаем, что минимальный радиус $r_0$ кулачка определен и выбран закон движения толкателя в виде:

$$s = f(\varphi) \text{ или } \psi = f_1(\varphi). \qquad (1)$$

## Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем

Решение проведем в предположении, что толкатель опирается на кулачок острием.

Свяжем с кулачком систему прямоугольных осей координат $xoy$. Сообщим мысленно всему механизму вращение по часовой стрелке, предполагая, что кулачок вращается против часовой стрелки. При повороте на угол $\varphi$ подвижная система координат $x_1oy_1$, связанная с толкателем, в относительном движении займет положение, показанное на рис. 1.

На основании основной теоремы зацепления имеем

$$k = OP = \frac{ds}{d\varphi}, \qquad (2)$$

где $n = BP$ — нормаль проведенная в точке касания кулачка и штанги в относительном движении; $\alpha$ — угол давления; $e$ — вели-

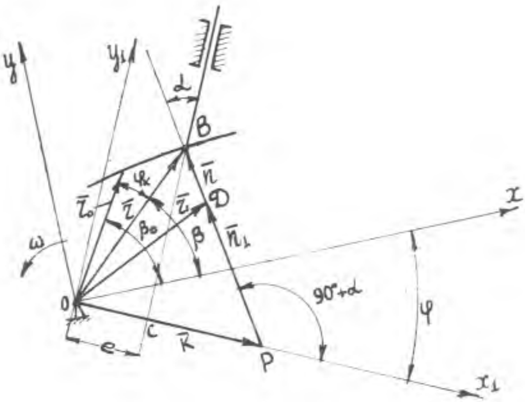

*Рис. 1.*

чина смещения толкателя; $r$ — радиус-вектор центрового или конструктивного профиля кулачка при повороте его на угол $\varphi$ или радиус-вектор эволюты; $s$ — величина перемещения толкателя при повороте кулачка на угол $\varphi$.

Рассматривая контур ОРВ, можно составить векторное уравнение

$$\bar{r} = \bar{k} + \bar{n}. \tag{3}$$

Длину нормали в данном положении и угол давления можно получить, если рассмотреть прямоугольный треугольник СВР,

$$n = \frac{CB}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s}{\cos\alpha} \tag{4}$$

или

$$n = \frac{CP}{\sin\alpha} = \frac{\frac{ds}{d\varphi} \pm e}{\sin\alpha}. \tag{5}$$

Приравнивая формулы (4) и (5) получим:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{ds}{d\varphi} \pm e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s} \tag{6}$$

Знак «—» для прямого хода толкателя, и знак «+» для обратного хода.

Проектируя векторное уравнение (3) на подвижную систему координат $x_1oy_1$ получаем величины проекций радиус-вектора в данной системе координат для прямого хода.

$$x_1 = \frac{ds}{d\varphi} - n\sin\alpha,$$

$$y_1 = n\cos\alpha, \tag{7}$$

и для обратного хода

$$x_1 = -\frac{ds}{d\varphi} + n\sin\alpha, \tag{8}$$
$$y_1 = n\cos\alpha.$$

Проекции радиус-вектора кулачка в неподвижной системе координат $xoy$ согласно формулам преобразования координат будут

$$x = x_1\cos\varphi + y_1\sin\varphi,$$
$$y = -x_1\sin\varphi + y_1\cos\varphi. \tag{9}$$

Величина радиус-вектора определится по формуле

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \tag{10}$$

Угол $\beta$, образованный радиус-вектором с осью $x$, определится из соотношения

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{y}{x}. \tag{11}$$

Угол поворота кулачка $\varphi$ отличается от соответствующего ему центрального угла $\varphi_к$ на кулачке и определяется следующим образом. Вначале определяем проекции $x_0$ и $y_0$ и угол $\beta_0$, образованный радиус-вектором с осью $x$ в неподвижной системе координат при $\varphi=0$, по уравнениям (9) и (11) и

$$\operatorname{tg}\beta_0 = \frac{y_0}{x_0}. \tag{12}$$

Угол профиля кулачка $\varphi_к$ получим, если из угла $\beta_0$ вычтем угол $\beta$, соответствующий углу поворота кулачка

$$\varphi_k = \beta_0 - \beta. \tag{13}$$

Угол поворота кулачка равен углу профиля $\varphi=\varphi_к$, если $e=0$. Если толкатель оканчивается роликом, то в уравнение (3) следует подставить вместо величины вектора $\bar{n}$ величину $n_1=n\mp r_р$, где $r_р$ — радиус ролика. Дальнейший расчет ведется аналогично.

Для вычисления координат эволюты профиля воспользуемся векторным уравнением (3), при этом имея в виду, что величина вектора $\bar{n}$ равна $n\pm\rho$, где $\rho$ — радиус кривизны профиля, определенный графическим или аналитическим путем, в функции угла поворота кулачка $\varphi$ [4]. Знак «+» для вогнутого профиля, знак «—» для выпуклого профиля.

### Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем, имеющим в качестве огибаемой прямую

Составим векторное уравнение, аналогичное уравнению (3), но при этом будем иметь в виду, что величина вектора $\overline{n}$ равна $n = r_0 + s$*.

Проектируя уравнение (3) на подвижную систему координат $x_1oy_1$ получим величины проекции радиус-вектора:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \mp k, \\
y_1 &= n.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Знак «+» соответствует прямому ходу толкателя, знак «—», — обратному ходу.

Для вычисления радиус-вектора эволюты профиля воспользуемся векторным уравнением (3), при этом имея в виду, что величина вектора $\overline{n}$ равна $n - \rho$.

### Кулачковый механизм с вращающимся толкателем, имеющим в качестве огибаемой точку

Рассмотрим контур $O_1PB$ (рис. 3). Составим векторное уравнение, аналогичное уравнению (3). Проекции радиус-вектора на подвижную систему координат будут:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \mp k + n\sin(\alpha + \psi), \\
y_1 &= n\cos(\alpha + \psi).
\end{aligned}
\tag{16}
$$

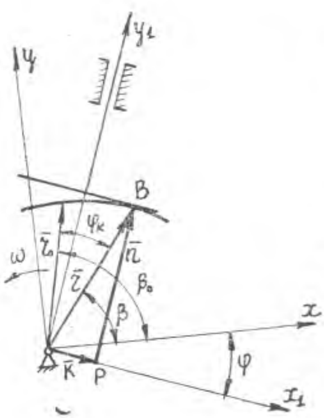

*Рис. 2.*

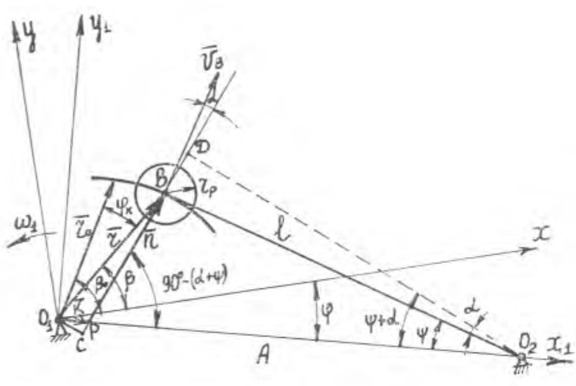

*Рис. 3.*

* В случае, если плоскость тарелки составляет с направлением движения толкателя угол $\gamma$, то уравнение (14) примет следующий вид $n = \frac{o + s}{\sin\gamma}$

Знак «+» для прямого хода и когда $\omega_1$ и $\omega_2$ одного знака, и знак «—» для обратного хода и когда $\omega_1$ и $\omega_2$ разного знака. Величину нормали $n$ определим, рассматривая прямоугольные треугольники $РДО_2$ и $ВДО_2$, из которых величина нормали с одной стороны равна

$$n = l \cos \alpha \operatorname{tg}(\alpha + \psi) - l \sin \alpha, \tag{17}$$

а с другой стороны равна

$$n = A \sin(\alpha + \psi) - l \sin \alpha - l \cos \alpha \frac{d\psi}{d\varphi} \operatorname{tg}(\alpha + \psi). \tag{18}$$

Если приравнять формулы (17) и (18), получим уравнение для угла давления

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A \cos \psi - l\left(1 \mp \frac{d\psi}{d\varphi}\right)}{A \sin \varphi}. \tag{19}$$

На основании основной теоремы зацепления и из прямоугольного треугольника $O_1CP$ имеем

$$k = O_1P = \frac{l \cos \alpha \frac{d\psi}{d\varphi}}{\cos(\alpha + \psi)}. \tag{20}$$

Для определения радиус-вектора конструктивного профиля кулачка в уравнение (3) следует подставить вместо величины вектора $\overline{n}$ величину $n_1 = n \pm r_р$. Вычисление координат эволюты профиля производится аналогично по методу, разобранному выше.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Артоболевский И. И.* «Теория механизмов и машин». М. 1964 г.
2. *Артоболевский С. И.* «Теория механизмов и машин», М. 1965 г.
3. *Зиновьев В. А.* «Курс теории механизмов и машин», М., 1961 г.
4. *Попов Н. Н.* «Расчет и проектирование кулачковых механизмов». М. 1965 г.