КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, вып. 44, 1970 г.
Исследования по акустике и радиоэлектронике

А. В. ЗЕЛЕНСКИЙ, Б. Я. ЛИХТЦИНДЕР

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ВЕКТОРНЫХ ВЕЛИЧИН

Погрешность устройств, предназначенных для измерений векторных величин, как правило, оценивается погрешностью измерения модуля вектора и погрешностью измерения его аргумента. Однако между ними имеется связь и при оценке погрешности (класса) прибора можно ограничиться заданием абсолютной величины модуля разности истинного и измеряемого напряжений.

Рассмотрим это на одномерном векторе. Простейшим вектором является комплексное число, которое изображается некоторой точкой на комплексной плоскости (рис. 1):

$$\dot{a} = a \cdot e^{j\varphi_a} = a\cos\varphi_a + ja\sin\varphi_a. \qquad (1)$$

Допустим, что при измерении вектора $\dot{a}$, с некоторой погрешностью был получен вектор $\dot{b}$, отличающийся от вектора $\dot{a}$ на величину $\dot{\Delta}_a$:

$$\dot{b} = be^{j\varphi_b} = b\cos\varphi_b + jb\sin\varphi_b. \qquad (2)$$

При этом
$$\dot{\Delta}_a = \dot{b} - \dot{a}. \qquad (3)$$

Величину $\dot{\Delta}_a$ называют абсолютной комплексной погрешностью измерения. Относительная комплексная погрешность измерения определяется как

$$\dot{\delta}_a = \frac{\dot{\Delta}_a}{\dot{a}} = \frac{\dot{\Delta}_a}{a} e^{j\varphi_a}. \qquad (4)$$

Модуль относительной комплексной погрешности $\frac{\Delta_a}{a}$ характеризует отношение длины вектора $\dot{\Delta}_a$ к модулю измеряемой величины a. Модуль a определяется через составляющие по действительной и мнимой осям следующим образом:

$$a = \sqrt{a_x^2 + b_x^2}\,. \tag{5}$$

При измерении векторной величины обычно задают допустимую погрешность по модулю и аргументу:

$$\left.\begin{aligned} \Delta &= b - a \\ \Delta\varphi &= \varphi_b - \varphi_a \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Из рис. 1 видно, что в общем случае $\Delta \leqslant \Delta_a$ и $\Delta\varphi \leqslant \Delta\varphi_a$.

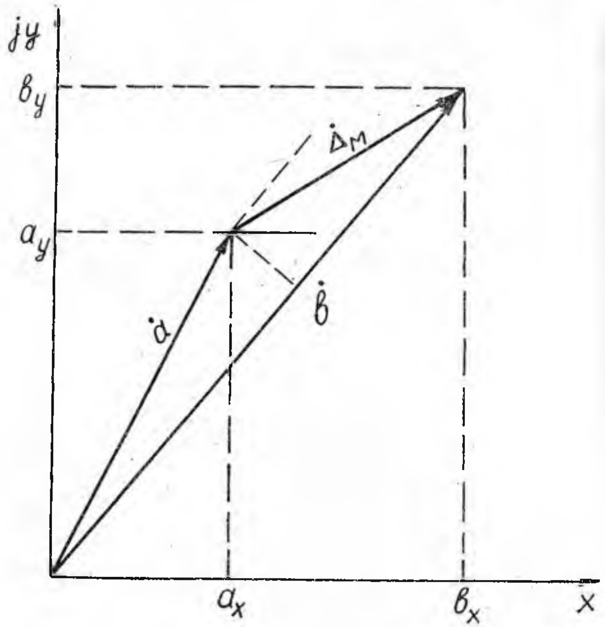

Рис. 1.

Допустимые значения погрешностей Δ и $\Delta\varphi$ определяют требования, предъявляемые к измерительному прибору и его элементам. Величину $\delta_a = \frac{\Delta}{a}$ следует называть относительной погрешностью измерения модуля. Естественно, что модуль относительной комплексной погрешности δ_a и относительная погрешность определения модуля δ_Δ связаны неравенством $\delta_\Delta \leqslant \delta_a$.

На рис. 2 показана область точек на комплексной плоскости, которые удовлетворяют условию (6). При измерении векторной величины с помощью амплитудного вольтметра и фазометра абсолютные погрешности измерений не должны превышать $\pm\Delta$ и $\pm\Delta\varphi$.

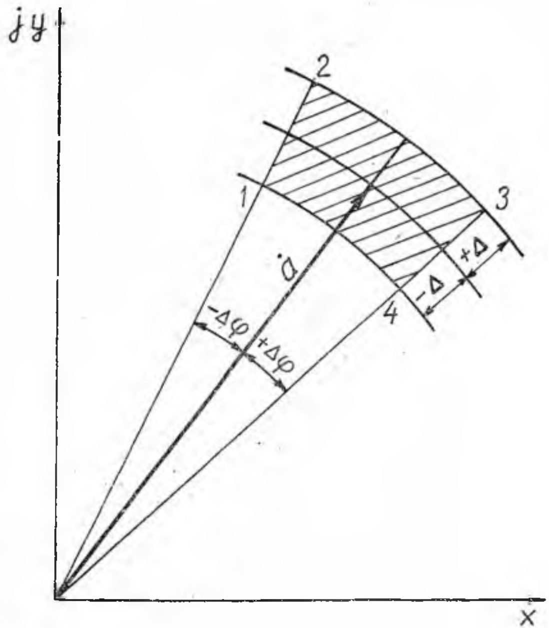

Рис. 2.

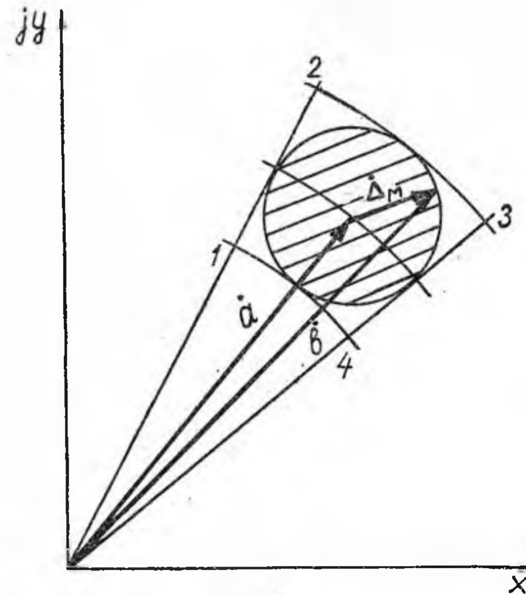

Рис. 3.

В случае компенсационного метода измерения вектор $\dot{\Delta}_a$ соответствует разности между измеряемым напряжением $\dot{a}$ и компенсирующим напряжением $\dot{b}$. Чувствительный индикатор компенсатора определяет указанную разность. При этом индикатор может реагировать либо на модуль Δ_a, либо на его ортогональные составляющие Δ_x и Δ_y. Поскольку при измерении интересуются погрешностями Δ и $\Delta\varphi$, целесообразно связать их с погрешностями Δ_a, а также с Δ_x и Δ_y.

Можно показать, что

$$\cos\Delta\varphi = 1 - \frac{\left(\frac{\Delta_a}{a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{a}\right)^2}{2\left(1+\frac{\Delta}{a}\right)}. \tag{7}$$

Учитывая, что

$$\delta_\Delta = \frac{\Delta}{a} \text{ и } \delta_a = \frac{\Delta_a}{a},$$

получим:

$$\cos\Delta\varphi = 1 - \frac{\delta_a^2 - \delta_\Delta^2}{2\left(1+\delta_\Delta\right)}. \tag{8}$$

Погрешность измерения угла $\Delta\varphi$ и относительная погрешность измерения модуля δ_a зависит от абсолютной величины комплексной погрешности δ_Δ. Следует отметить, что при заданном значении погрешности δ_a погрешности $\Delta\varphi$ и δ_Δ могут принимать некоторые максимальные значения, удовлетворяющие соотношению (8). Указанные значения соответствуют

$$\Delta\varphi_{max} = \pm\arcsin\frac{\Delta_a}{a} = \pm\arcsin\delta_a \tag{9}$$

и $\delta_{\Delta\,max} = \pm\delta_a$, где $\Delta\varphi_{max}$ и $\delta_{\Delta\,max}$, соответственно, предельные значения фазовой и амплитудной погрешности измерения вектора $\dot{a}$ при заданном модуле комплексной относительной погрешности δ_a.

Из рис. 3 ясно, что путем задания величины Δ_a мы ограничиваем некоторую область на комплексной плоскости. Все точки этой области лежат внутри круга с радиусом Δ_a. При этом максимальные значения погрешностей модуля и аргумента полностью определяются абсолютной величиной комплексной приведенной погрешности, выраженной в процентах.

Таким образом, представляется возможность непосредственного определения погрешностей, вызванных наличием зоны нечувствительности индикатора, реагирующего на модуль разности измеряемого и компенсирующего напряжений. Так, например, в случае, если нефазочувствительный индикатор имеет порог чувствительности 1 *мв*, а предел измерения 1 *в*, максимальная погрешность измерения модуля

$$\delta_{a_{max}} = \frac{1 \cdot 10^{-3} в}{1\ в}\ 100\,\% = 0{,}1\,\%,$$

а максимальная погрешность измерения аргумента

$$\delta_{a\,\max} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\ \textit{в}}{1\ \textit{в}} \cdot 100\,\% = 0{,}1\,\%.$$

Приведенные рассуждения можно обобщить на рассмотрение любых многомерных векторных величин, считая под модулем разности норму вектора, представляющую собой корень квадратный из суммы квадратов погрешностей по составляющим.