

А. А. ПОДОЛЬСКИЙ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ
ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОРШНЕВОЙ АНТЕННЫ
ПРИ ШИРОКОПОЛОСНОМ ПРИЕМЕ**

В работе [1] получено общее выражение для определения характеристики направленности линейной базы n поршневых приемников при приеме случайных сигналов, которое при $n=1$ может быть записано в виде:

$$M(\psi) = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{1}{B_y(0)} \int_{x_1}^{x_2} \int_{x_1}^{x_2} B_y[\tau(x') - \tau(x'')] s(x') s(x'') dx' dx''}. \quad (1)$$

Здесь $M(\psi)$ — характеристика направленности поршня в горизонтальной плоскости;

A — площадь поршня;

x_1, x_2 — абсциссы крайних точек поршня;

$B_y(\tau)$ — функция корреляции случайного процесса на выходе антенны;

$S(x)dx$ — элемент площади поршня, для которого запаздывание сигнала $\tau(x)$, отсчитываемое по отношению к произвольно выбранной точке, можно считать постоянным.

Для расчета характеристики направленности необходимо указать геометрическую конфигурацию антенны, амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) гидроакустического преобразователя или всего приемного тракта и функцию корреляции или энергетический спектр случайного сигнала на входе.

Целью настоящей статьи является определение характеристики направленности прямоугольного поршня и оценка влияния ширины полосы пропускания на форму характеристики направленности.

Пусть прямоугольный поршень размерами $a \times b$ расположен в плоскости XOY (рис. 1). На поршень падают лучи, параллельные плоскости XOZ под углом ψ с нормалью к поршню. Из рисунка следует, что $x_1=0$; $x_2=b$; $s(x')=s(x'')=a$; $\tau = \frac{x \sin \psi}{c}$. Заменяя в выражении (1) переменные x' и x'' через τ' и τ'' по правилу $x' = \frac{c \tau'}{\sin \psi}$; $x'' = \frac{c \tau''}{\sin \psi}$, получим

$$M(\psi) = \frac{1}{\tau_0} \sqrt{\frac{1}{B_y(0)} \int_0^{\tau_0} \int_0^{\tau_0} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau''} \quad (2)$$

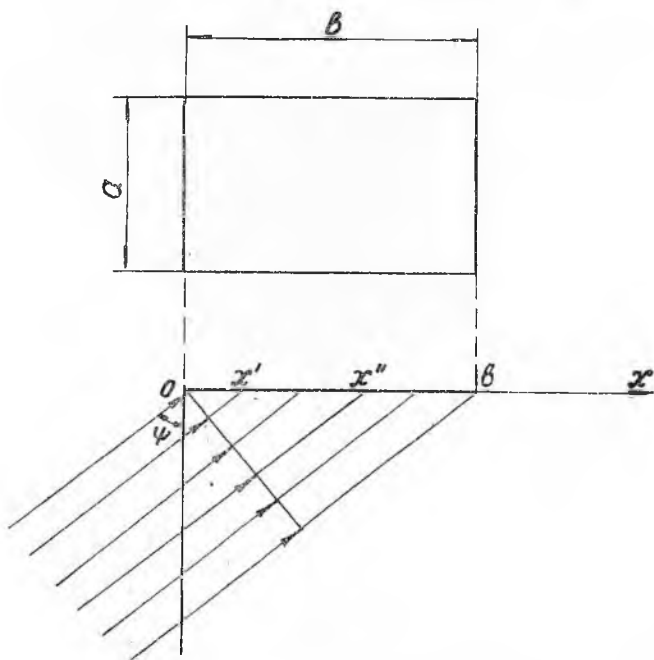


Рис. 1. Прямоугольная поршневая антенна

Здесь $\tau_0 = \frac{b \sin \psi}{c}$, c — скорость звука в воде.

Область интегрирования в (2) представляет собой квадрат со стороной $0-\tau_0$ (рис. 2а). Разбивая область интегрирования на две вдоль диагонали квадрата и вводя переменные $\tau = \tau'' - \tau'$ и τ'' для области над диагональю и $\tau = \tau' - \tau''$, τ' для области под диагональю (рис. 2б), получаем

$$\int_0^{\tau_0} \int_0^{\tau_0} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau'' = 2 \int_0^{\tau_0} B_y(\tau) d\tau \int_{\tau}^{\tau_0} d\tau' = 2 \int_0^{\tau_0} (\tau_0 - \tau) B_y(\tau) d\tau \quad (3)$$

При выводе (3) учтено, что функция корреляции является четной функцией своего аргумента. Подставив (3) в (2) и произведя замену переменной по правилу $x = \frac{\tau}{\tau_0}$, приведем выражение (2) к виду:

$$M(\psi) = \sqrt{\frac{2}{B_y(0)} \int_0^1 (1-x) B_y(\tau_0 x) dx} . \quad (4)$$

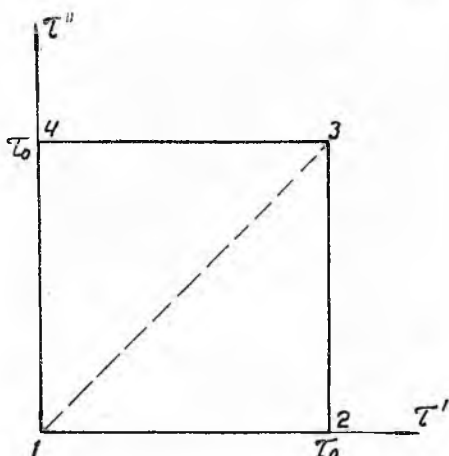


Рис. 2а. Область интегрирования

$$C(\omega) = \exp \left[-\frac{k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta_1^2} \right], \quad (5)$$

где $\Delta_1 = 2\pi F$, F — ширина полосы пропускания приемного фильтра на уровне $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $k = 2 \ln 2 = 1,3862$.

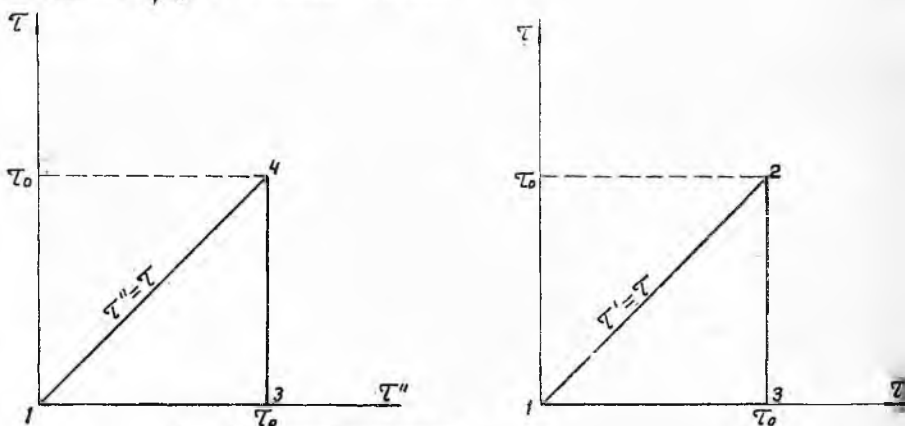


Рис. 2б. Преобразованная область интегрирования

Пусть случайный сигнал на входе представляет собой профильтрованный белый шум с энергетическим спектром вида:

$$F_x(\omega) = 2N_0 \exp \left[-\frac{2k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta^2} \right]. \quad (6)$$

Спектр сигнала на выходе фильтра с АЧХ, определяемой выражением (5), имеет вид

$$F_y(\omega) = 2N_0 \exp \left[-\frac{2k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta^2} \right], \quad (7)$$

где

$$\frac{1}{\Delta^2} = \frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{1}{\Delta_2^2}.$$

Математическая запись спектра выходного сигнала не изменится, если считать, что фильтр имеет полосу Δ , а входной сигнал представляет собой белый шум. В дальнейшем так и будем рассматривать. Найдем выражение корреляционной функции белого шума на выходе фильтра с гауссовой АЧХ.

$$\begin{aligned} B_y(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} 2N_0 \exp \left[-\frac{2k(\omega - \omega_0)^2}{\Delta^2} \right] \cos(\omega\tau) d\omega = \\ &= \frac{\Delta N_0}{\pi \sqrt{2k}} \left[\sqrt{\pi} e^{-\frac{\lambda^2}{4}} \cos \lambda p_0 - \int_{-\infty}^{-p_0} e^{-p^2} \cos(\lambda p + \lambda p_0) dp. \right] \quad (8) \end{aligned}$$

Здесь $p_0 = \frac{\omega_0}{\Delta} \sqrt{2k}$; $\lambda = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{2k}}$.

Оценим допустимость пренебрежения вторым членом в квадратных скобках. Указанный интеграл можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{-p_0} e^{-p^2} \cos(\lambda p + \lambda p_0) dp &= \cos \lambda p_0 \int_{p_n}^{\infty} e^{-p^2} \cos \lambda p dp + \\ &+ \sin \lambda p_0 \int_{p_0}^{\infty} e^{-p^2} \sin \lambda p dp \leq \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \text{erf } p_0) (\cos \lambda p_0 + \sin \lambda p_0). \quad (9) \end{aligned}$$

Здесь $\text{erf } p_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{p_0} \exp(-p^2) dp$ — табулированный интеграл вероятности [2].

Подставив (9) в выражение (8), найдем

$$\begin{aligned} B_y(\tau) &= \frac{N_0 \Delta}{\pi \sqrt{2k}} \sqrt{\pi e^{-\frac{\lambda^2}{4}} - \pi e^{-\frac{\lambda^2}{4}} (1 - \text{erf } p_0) + \frac{\pi}{2} (1 - \text{erf } p_0)^2} \times \\ &\quad \times \cos(\lambda p_0 + \varphi), \quad (10) \end{aligned}$$

где $\varphi = \text{arctg} \frac{1 - \text{erf } p_0}{2 \exp\left(-\frac{\lambda^2}{4}\right) - 1}$.

Отсюда следует, что относительная погрешность при пренебрежении вторым членом в выражении (8) не превосходит заданной величины α при соблюдении неравенства

$$\lambda \leq 2p_0 \sqrt{\ln \frac{1 - (1 - \alpha)^2}{1 - \operatorname{erf} p_0}}. \quad (11)$$

При $p_0 = 3 \left(\frac{\Delta}{\omega_0} = 0,555 \right)$ относительная погрешность не превышает 0,01 вплоть до значения $\lambda \leq 5,26$. При больших значениях λ относительная погрешность возрастает, однако абсолютная величина второго члена в выражении (8) становится пренебрежимо малой. Действительно, в предположении, что при $p \geq p_0$ величина экспоненциального множителя $\exp(-p^2)$ остается неизменной на протяжении четверти периода изменения функции $\cos \lambda p$, нетрудно получить:

$$\left| \int_{-\infty}^{-p_0} e^{-p^2} \cos(\lambda p + \lambda p_0) dp \right| \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda} \left| -\operatorname{erf} p_0 + \operatorname{erf} \left(p_0 + \frac{\pi}{2\lambda} \right) + \operatorname{erf} \left(p_0 + \frac{\pi}{\lambda} \right) - \operatorname{erf} \left(p_0 + \frac{3\pi}{2\lambda} \right) \right|.$$

При $p_0 = 3$ и $\lambda = 5,26$ модуль интеграла имеет порядок 10^{-6} . Таким образом, корреляционная функция белого шума на выходе фильтра с гауссовой формой АЧХ даже при весьма широкой полосе пропускания $\left(\frac{\Delta}{\omega_0} \approx 0,5 - 0,6 \right)$ может быть записана в виде

$$B_y(\tau) = \frac{N_0 \Delta}{\sqrt{2k\tau}} \exp\left(-\frac{\Delta^2 \tau^2}{8k}\right) \cos \omega_0 \tau. \quad (12)$$

Подставляя (12) в выражение (4) и учитывая, что $B_y(0) = \frac{N_0 \Delta}{\sqrt{2k\pi}}$, получим формулу для расчета характеристики направленности прямоугольной поршневой антенны с гауссовой формой АЧХ при приеме случайного сигнала с равномерным энергетическим спектром:

$$M(\psi) = \sqrt{2 \int_0^1 (1-x) \exp\left(-\frac{\Delta^2 \tau_0^2 x^2}{8k}\right) \cos(\omega_0 \tau_0 x) dx}. \quad (13)$$

Нетрудно показать, что при $\Delta \rightarrow 0$ выражение (13) совпадает с формулой для расчета характеристики направленности прямоугольного поршня при приеме монохроматических сигналов. В самом деле,

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta \rightarrow 0} M(\psi) &= \sqrt{2 \int_0^1 (1-x) \cos(\omega_0 \tau_0 x) dx} = \\ &= \sqrt{4 \frac{\sin^2 \frac{\omega_0 \tau_0}{2}}{(\omega_0 \tau_0)^2}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \psi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \psi}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $\lambda = \frac{c}{f_0}$ — длина волны, $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

. Для исследования влияния ширины полосы пропускания на форму характеристики направленности выражение (13) было просчитано на ЭВМ «Урал-2» для прямоугольных поршней с $b=20$ см (рис. 3) и $b=50$ см (рис. 4) при $f_0=20$ кГц. Из расчетов следует, что даже при весьма большой ширине полосы пропускания (порядка

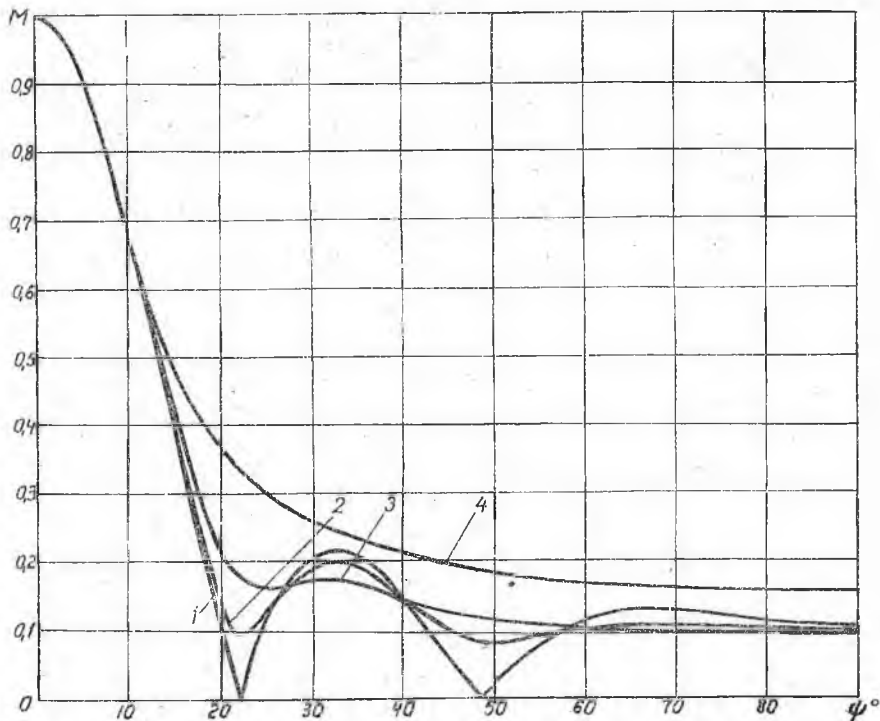


Рис. 3. Характеристика направленности прямоугольной поршневой антенны с гауссовой формой АЧХ при $b = 20$ см, $f_0 = 20$ кГц и различных значениях ширины полосы пропускания: кривая 1 — при $F \rightarrow 0$; кривая 2 — при $F = 4,5$ кГц; кривая 3 — при $F = 9$ кГц; кривая 4 — при $F = 18$ кГц

половины несущей) форма основного лепестка характеристики направленности почти не изменяется. С увеличением ширины полосы пропускания происходит сглаживание характеристики направленности и постепенное ухудшение пространственной избирательности антенны.

Для того, чтобы выяснить, влияет ли форма АЧХ гидроакустического преобразователя на характеристику направленности, проведем аналогичное исследование для случая приемной системы с прямоугольной формой АЧХ.

Функция корреляции белого шума на выходе фильтра с прямоугольной огибающей может быть записана в виде [3]

$$B_y(\tau) = \frac{2N_0}{\pi\tau} \sin \frac{\tau\Delta}{2} \cos \omega_0 \tau. \quad (15)$$

Здесь $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ — центральная частота полосы пропускания фильтра;
 $F = \frac{\Delta}{2\pi}$ — ширина полосы пропускания.

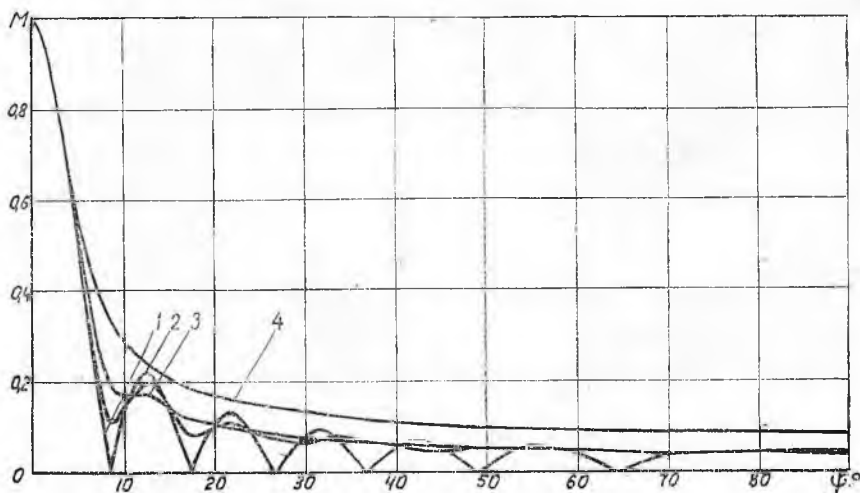


Рис. 4. Характеристика направленности прямоугольной поршневой антенны с гауссовой формой АЧХ при $b=50$ см, $f_0=20$ кГц и различных значениях ширины полосы пропускания:
 кривая 1 — при $F \rightarrow 0$; кривая 2 — при $F=4,5$ кГц; кривая 3 — при $F=9$ кГц; кривая 4 — при $F=18$ кГц

Подставляя выражение (15) в (4) и учитывая, что $B_y(0) = \frac{N_0 \Delta}{\pi}$, после несложных преобразований получим формулу для расчета характеристики направленности прямоугольной поршневой антенны с прямоугольной формой АЧХ:

$$M(\psi) = \sqrt{\frac{2}{\Delta\tau_1} \left[Si \varphi_1 - Si \varphi_2 + \frac{\cos \varphi_1 - 1}{\varphi_1} - \frac{\cos \varphi_2 - 1}{\varphi_2} \right]}. \quad (16)$$

Здесь $Si \varphi$ — интегральный синус [2], $\varphi_1 = \tau_0 \left(\omega_0 + \frac{\Delta}{2} \right)$,

$$\varphi_2 = \tau_0 \left(\omega_0 - \frac{\Delta}{2} \right).$$

При $\Delta \rightarrow 0$ выражение (16) совпадает с формулой для расчета характеристики направленности прямоугольного поршня при приеме монохроматических сигналов.

Выражение (16) было просчитано для прямоугольного поршня.

с $b=20$ см при $f_0=20$ кГц и различных значениях ширины полосы пропускания (рис. 5). Из расчетов следует, что отмеченные ранее тенденции в изменении характеристики направленности с расширением полосы пропускания приемной системы сохраняются.

Анализ выражений (13) и (16) показывает, что характеристика направленности прямоугольной поршневой антенны при приеме

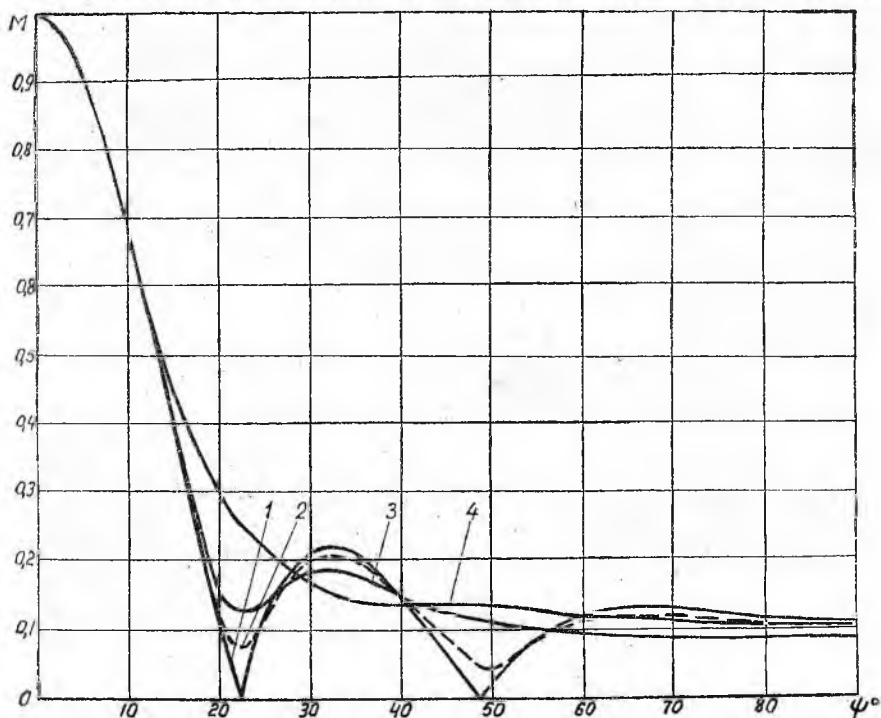


Рис. 5. Характеристика направленности прямоугольной поршневой антенны с прямоугольной формой АЧХ при $b=20$ см, $f_0=20$ кГц и различных значениях ширины полосы пропускания:

кривая 1 — при $F \rightarrow 0$; кривая 2 — при $F=4,5$ кГц; кривая 3 — при $F=9$ кГц; кривая 4 — при $F=18$ кГц

случайного сигнала с равномерным энергетическим спектром в полосе пропускания приемной системы зависит от двух безразмерных параметров: $t = \frac{f_0 b}{c}$ и $g = \frac{F b}{c}$. Форма основного лепестка характеристики направленности определяется, главным образом, значением параметра t . При $g \leq (0,1-0,15)t$ характеристика направленности при приеме случайных сигналов почти полностью совпадает с характеристикой направленности при приеме монохроматических сигналов. С увеличением значения параметра g характеристика направленности сглаживается: исчезают нули характеристики, уменьшается величина побочных максимумов.

Таким образом, при $\frac{g}{l} \geq 0,15-0,2$ расчет характеристики направленности прямоугольной поршневой антенны необходимо вести по уточненным формулам, полученным из выражения (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Абрамов, А. А. Подольский. К вопросу о пространственной избирательности антенны гидролокатора при широкополосном приеме, Сб. «Труды ЛИАП», в. 64, 1969.
 2. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. М, Изд-во «Наука», 1964.
 3. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. М, Изд-во «Советское радио», 1966.
-