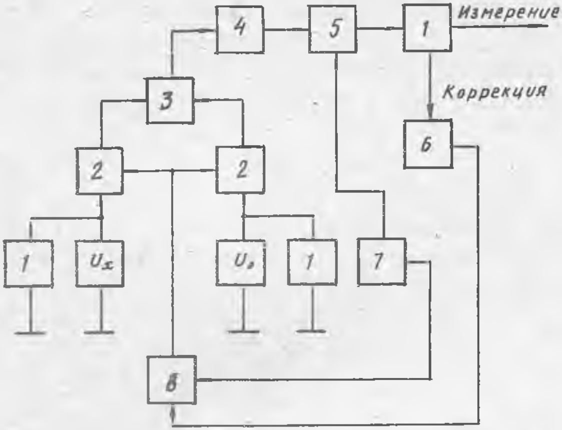

Рис.2. Функциональная схема СУ :

I - ключи на герконах; 2 - транзисторные (интегральные) ключи; 3 - цепь согласования; 4 - усилитель; 5 - демодулятор; 6 - интегратор; 7 - генератор импульсов; 8 - схема управления

С.М. Широков

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ДВОИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ РИДА-МЮЛЛЕРА. ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Ортогональные двоичные последовательности Рида - Мюллера были предложены в связи с построением кодов, исправляющих ошибки, и использовались в системах связи с ортогональной модуляцией. Из-за неблагоприятных корреляционных свойств, уступающих свойствам сигналов типа М - последовательностей, они получили лишь ограниченное распространение [I] , [2] . Однако в результате анализа частот следования и других подобных характеристик сигналов на основе последовательностей Рида-Мюллера (ПРМ) были обнаружены свойства, до сих пор не замеченные и указывающие на возможности применения таких сигналов в другой области - в различных устройствах вычислительной и измерительной техники с число-импульсным представлением информации.

Для выявления таких свойств, воспользуемся связью ПРМ с ортогональной системой функций Уолша, которая сравнительно хорошо изучена в последние годы [3] - [6]. При условии замены значений + I и - I соответственно символами 0 и I, ПРМ совпадают со строками матрицы Адамара и могут быть получены путем дискретной выборки функций Уолша [2]. Это означает, что для наиболее распространенной модификации [3], [4] функций Уолша

$$wal(\mu,\theta) = (-1)^{\langle \overline{g(\mu)}, \bar{\theta} \rangle}, \tag{I}$$

соответствующие им последовательности Рида-Мюллера определяются соотношением

$$W_\mu(k) = \langle \overline{g(\mu)}, \bar{k} \rangle = g_0 k_{n-1} \oplus g_1 k_{n-2} \oplus \dots \oplus g_{n-1} k_0, \tag{2}$$

где $\overline{g(\mu)} = (g_{n-1}\, g_{n-2} \dots g_0)$ – код Грея номера μ;

$\theta = 2^{-1}\theta_1 + 2^{-2}\theta_2 + \dots + 2^{-n}\theta_n + \dots$ – нормированное время в двоичной записи;

$k = 2^{n-1}k_{n-1} + 2^{n-2}k_{n-2} + \dots + 2^0 k_0$ – порядковый номер элемента последовательности (дискретное время).

При этом $\theta \in \left(\frac{k-1}{2^n}, \frac{k}{2^n}\right)$.

Определим нормированную частоту следования двоичной последовательности длиной $N = 2^n$ как число содержащихся в ней групп из единиц, равное половине среднего числа смен символов.

Если аналогично функциям Уолша разделить ПРМ на четные и нечетные:

$$W_{2\nu}(k) = C_\nu(k), \quad W_{2\nu-1}(k) = S_\nu(k), \tag{3}$$

то их частоты следования выражаются индексом ν.

Порядком последовательности $W_\mu(k)$ в соответствии с аналогичным понятием для функций Уолша [7] назовем номер m максимального отличного от нуля разряда $g_{m-1}(\mu)$ кода Грея индекса μ. Нетрудно показать, что справедливо соотношение

$$m = \log_2 \frac{N}{N_m}, \tag{4}$$

где N_m - наименьшая длина группы единиц.

В ПРМ нет равномерного чередования нулей и единиц, хотя в каждой отдельной последовательности, как это вытекает из свойств функций Уолша, группы единиц могут различаться по длине лишь вдвое. Поэтому число групп единиц $q_\mu(k)$ от первой до некоторой k-ой позиции последовательности $W_\mu(k)$ с увеличением k нарастает нелинейно. Определение вида функции $q_\mu(k)$ и ее отклонения от линейности составляет важную для приложений задачу.

Сформулируем ее решение в виде следующей теоремы.

Т е о р е м а . Последовательность Рида-Мюллера $W_\mu(k)$ длиной $N=2^n$, имеющая порядок m, содержит в k первых позициях

$$g_\mu(k)=\left[2^{m-n-1}\sum_{\alpha=1}^{n}\left[2^{-\alpha}k+\frac{1}{2}\right]\mu_{n-\alpha}\right] \tag{5}$$

групп единиц, где

$$\mu=2^{n-1}\mu_{n-1}+2^{n-2}\mu_{n-2}+\dots+2^{0}\mu_0, \tag{6}$$

$[-]$ знак целой части.

Докажем теорему для случая $m=n$. При этом последовательность содержит лишь одноэлементные и двухэлементные группы единиц. Рассмотрим модулярную разность последовательности

$$\Delta W_\mu(\alpha)=W_\mu(\alpha-1)\oplus W_\mu(\alpha). \tag{7}$$

Нетрудно видеть, что $\Delta W_\mu(\alpha)=1$ для всех α, за исключением номеров позиций последних элементов двухэлементных групп нулей и единиц, где $\Delta W_\mu(\alpha)=0$. Отсюда число смен символов от первой до k-ой позиции

$$i(k)=\sum_{\alpha=1}^{k}W_\mu(\alpha-1)\oplus W_\mu(\alpha)$$

или, с учетом (2),

$$i(k)=\sum_{\alpha=1}^{k}\langle g(\overline{\mu}),\ (\overline{\alpha-1\oplus\alpha})\rangle,$$

где $\overline{\alpha-1}\oplus\overline{\alpha}$ - означает поразрядное сложение кодов $\alpha-1$ и α по модулю 2. Код $\overline{\psi}=\overline{\alpha-1}\oplus\overline{\alpha}$ состоит только из единиц, их количество соответствует номеру первого, отличного от нуля, разряда числа α. В силу этого до $\alpha=k$ код $\overline{\psi}=1$ появляется $\left[\frac{k+1}{2}\right]$ раз, $\overline{\psi}=11$ - $\left[\frac{k+2}{4}\right]$ раз и вообще $\psi=2^{\alpha}-1$ - $\left[\frac{k+2^{\alpha-1}}{2^{\alpha}}\right]$ раз.

Отсюда

$$i(k)=\left[\frac{k+1}{2}\right]g_{n-1}+\left[\frac{k+2}{4}\right](g_{n-1}\oplus g_{n-2})+$$

$$+\left[\frac{k+2^{n-1}}{2^{n}}\right](g_{n-1}\oplus g_{n-2}\oplus\dots\oplus g_0).$$

Если теперь использовать формулу перехода от кода Грея к двоичному коду:

$$\mu_{n-\alpha}=g_{n-1}\oplus g_{n-2}\oplus\dots\oplus g_{n-\alpha}$$

и учесть, что

$$g_\mu(k)=\left[\frac{i(k)}{2}\right],$$

то получается требуемое равенство (5) при условии $m=n$.

Если же порядок последовательности $m < n$, то она содержит группы единиц по 2^{n-m} и 2^{n-m+1} элементов, что приводит к уменьшению $q_\mu(k)$ в 2^{n-m} раз с округлением до ближайшего меньшего целого, как это и предусмотрено (5).

Следствие I. Функция Уолша $wal(\mu, \theta)$ порядка m на интервале $0 \leqslant \theta < \frac{k}{2^m}$ ($k = 1, 2 \ldots, 2^m$) имеет

$$i(k) = \sum_{\alpha=1}^{m} \left[\frac{k+2^{\alpha-1}}{2^\alpha}\right] \mu_{n-\alpha} \tag{8}$$

переходов через нуль.

Следствие 2. Функция Уолша $wal(\mu, \theta)$ имеет на основном интервале $0 \leqslant \theta < 1$ μ переходов через нуль.

Действительно, при $k = 2^m$ $\left[\frac{k+2^{\alpha-1}}{2^\alpha}\right] = 2^{m-\alpha}$,

$$i(2^m) = \sum_{\alpha=1}^{m} 2^{m-\alpha} \mu_{m-\alpha} = \mu . \tag{9}$$

Таким образом, из доказанной теоремы в качестве частного случая следует известное свойство функций Уолша, занумерованных по коду Грея, которое доказывается обычно другим, более сложным методом [4].

Двоичные последовательности Рида-Мюллера генерируются простейшими логическими схемами, непосредственно реализующими определение (2). С помощью одной из таких схем, приведенной на рис.I, обеспечивается генерация последовательности $W_{2\nu}(k) = c_\nu(k)$ с заданной частотой ν, двоичный код которой введен в регистр Р. При использовании импульсных элементов логики такая схема генерирует последовательность Рида-Мюллера, а при использовании потенциальных элементов - последовательность импульсов, совпадающих по форме с функциями Уолша и следующих с частотой групп единиц соответствующих последовательностей Рида-Мюллера. Дискретное время (номера элементов) последовательности задается импульсами, поступающими на вход двоичного счетчика Сч. [6].

Согласно доказанной теореме, число импульсов $q_\nu(k)$ на выходе рассмотренного генератора связано с числом k поступивших на его вход импульсов зависимостью (5), близкой к линейной:

$$q_\nu(k) \approx \frac{\nu}{2^{n-1}} k . \tag{10}$$

Это означает, что по рассмотренной схеме производится умножение поступившего на ее вход числа импульсов k (а не только их средней частоты следования, как было известно ранее) на коэффициент ν, код которого введен в регистр Р. Как вытекает из (5), приведенная погрешность γ , обусловленная отклонением от линейности (неравномерным следованием импульсов),

$$\Delta q(k)=\frac{\nu k}{2^{n-1}}-q_\nu(k)=\frac{1}{2}\sum_{\alpha=2}^{n}\left(\frac{k}{2^\alpha}-\left[\frac{k}{2^\alpha}\right]+k_{\alpha-1}\right)\nu_{n-\alpha} \qquad (11)$$

имеет, что очевидно, простую оценку сверху

$$\gamma=\frac{\Delta q}{q_{max}}\leqslant\frac{n-1}{2^{n+2}}, \qquad (12)$$

и следовательно, может быть сделана весьма малой за счет выбора достаточно большого числа разрядов n .

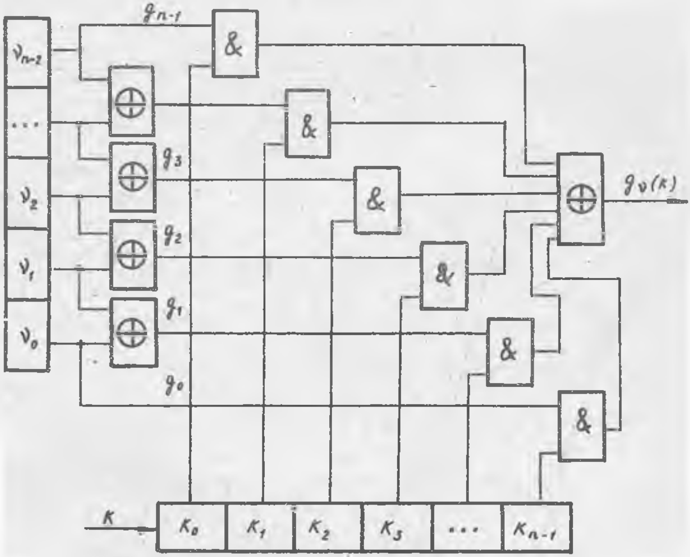

Рис.I

Это свойство открывает возможности использования генераторов двоичных последовательностей Рида-Мюллера в частотных системах телеизмерений и телеметрии для преобразования кодов в число импульсов и для масштабных преобразований число-импульсных сигналов, а также в число-импульсных вычислительных устройствах (цифровых моделях) для выполнения операций умножения числа импульсов на код, перемножения кодов (путем списывания со счетчика Сч кода К) и на их основе многих других операций.

Рассмотренный блок проще аналогичных элементов, применяемых в настоящее время в цифровых моделях, и легко реализуются на интегральных микросхемах.

Литература

1. Сандерс Р.В. " Диджилок" - система с ортогональной модуляцией.-В сб.: Статистическая теория связи и её приложение. М., " Мир", 1967, с. 72-94.
2. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. Под ред. В.Б. Пестрякова. М., "Сов. радио", 1973.
3. Хармут Х.Ф. Передача информации ортогональными функциями. М., " Связь", 1975.
4. *Batin H. A compact definition of Walsh functions. IEEE Trans. Comp., v. C-21, 1972, N6, p.590-592.*
5. Ен. Функции Уолша и код Грея. " Зарубежная радиоэлектроника", 1972, № 7, с.27-35.
6. Широков С.М. и др. Преобразователь кода в частоту следования импульсов. Авт. св. № 493018. Бюлл. изобр. №18, 1975.
7. Поляк Б.Т., Шрейдер Ю.А. Применение полиномов Уолша в приближённых вычислениях.-В сб.: Вопросы теории математических машин, вып.2. М., Физматгиз, 1962.
8. Карпов Р.Г. Техника частотно-импульсного моделирования. М., " Машиностроение", 1969.

Г.В. Репина, А.С. Капустин

ГЕНЕРАТОР ЦВЕТНЫХ ПОЛОС ДЛЯ НАСТРОЙКИ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ ПРИЕМНИКОВ

Для измерения, проводимого в тракте цветного телевидения, кроме аппаратуры, применяемой в черно-белом телевидении, требуются некоторые специальные приборы, в том числе генератор цветных полос (ГЦП), который служит для контроля и регулировки системы. В пред-