КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, вып. 44, 1970 г.
Исследования по акустике и радиоэлектронике

Ю. Н. ПОЛУХИН

КОЛЕБАНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ ФЕРРИТА В ИМПУЛЬСНОМ СВЧ ПОЛЕ

В ряде ферритовых устройств, работающих при воздействии на ферритовый образец СВЧ импульсов, соизмеримых по длительности (или длительности их фронта) с временем релаксации намагниченности, полезный эффект взаимодействия феррита с СВЧ полем определяется неустановившимися колебаниями намагниченности. К таким устройствам относятся ферритовые анализаторы спектра импульсных СВЧ сигналов [1], ферритовые измерители мощности коротких СВЧ импульсов, ферритовые измерители временных интервалов [2]. Для построения теории таких устройств необходимо решить уравнение движения вектора намагниченности при воздействии на ферритовый образец импульсного СВЧ поля. Подобная задача рассматривалась в [3] для случая, когда огибающая СВЧ импульсов является медленной функцией по сравнению с несущим колебанием и угловая модуляция несущего колебания отсутствует. В настоящей работе проводится решение уравнения движения намагниченности при воздействии на феррит импульсного СВЧ поля с произвольной формой огибающей и произвольной угловой модуляцией несущего колебания.

Как известно [4], в диапазоне СВЧ для описания свойств ферритов, не обладающих точками компенсации, можно воспользоваться простейшей моделью ферромагнетика.

Уравнение движения вектора намагниченности $\vec{M}$ ферромагнитного образца имеет вид:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\mu_0 \gamma [\vec{M}\vec{H}^{i}] + \vec{R}. \qquad (1)$$

где $\vec{H}^i$ — эффективное внутреннее поле, действующее на намагниченность,

$\vec{R}$ — диссипативный член,

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, гн/м,$$

$$\gamma = 2\pi \cdot 2{,}8 \cdot 10^{10}\ кул/кг.$$

При некоторых ограничениях, в большинстве случаев выполняемых в высокоизбирательных ферритовых СВЧ устройствах (феррит считается изотропным, непроводящим и намагниченным до насыщения, образец имеет форму эллипсоида вращения, оси которого совпадают с выбранными осями координат и размеры которого малы по сравнению с длиной электромагнитных волн, постоянное и переменное внешние поля однородны в пределах образца, переменные составляющие поля и намагниченности значительно меньше постоянных), можно считать:

$$\left.\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{M}_0 + \vec{m}(t) \\ \vec{H}_0^i &= \vec{H}_0 - \overset{\leftrightarrow}{N}\vec{M}_0 \\ \vec{h}^i(t) &= \vec{h}(t) - \overset{\leftrightarrow}{N}\vec{m}(t) \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

где $\vec{M}_0$ — постоянная составляющая намагниченности,

$\vec{m}(t)$ — переменная составляющая намагниченности, однородная по объему образца,

$\vec{H}_0^i$, $\vec{H}_0$ — постоянные составляющие внутреннего и внешнего полей соответственно,

$\vec{h}^i(t)$, $\vec{h}(t)$ — переменные составляющие внутреннего и внешнего полей,

$\vec{N}$ — диагональный тензор размагничивания.

В декартовых координатах, направляя поле $\vec{H}_0$ по оси z, запишем:

$$\left.\begin{aligned} \vec{H} &= \vec{1}_x h_x(t) + \vec{1}_y h_y(t) + \vec{1}_z[H_0 + h_z(t)] \\ \vec{M} &= \vec{1}_x m_x(t) + \vec{1}_y m_y(t) + \vec{1}_z[M_0 + m_z(t)] \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

где $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$, $\vec{1}_z$ — орты декартовых координат.

Проектируя уравнение (1) на оси координат с учетом (2) и (3) и ограничиваясь первым приближением, то есть пренебрегая произведениями типа $m(t)h(t)$ по сравнению с произведениями типа $M_0 h(t)$ и $m(t)H_0$, получим:

$$\frac{dm_{\substack{x\\y}}(t)}{dt} = \mp\, \omega_{\substack{x\\y}} m_{\substack{y\\x}}(t) \pm \omega_м h_{\substack{y\\x}}(t) + R_{\substack{x\\y}}. \tag{4}$$

Здесь верхние знак и индекс соответствуют проекции (1) на ось x, нижние — на ось y и обозначено:

$$\omega_{\substack{x\\y}} = \omega_z + \omega_{\text{м}} N_{\substack{y\\x}},$$

$$\omega_z = \omega_0 - \omega_{\text{м}} N_z,$$

$$\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0, \quad \omega_{\text{м}} = \mu_0 \gamma M_0,$$

где N_x, N_y, N_z — размагничивающие факторы по соответствующим осям.

Используя ту или иную форму записи диссипативного члена [4] и подставляя в (4) его проекции в первом приближении, получим следующее дифференциальное уравнение для поперечных (относительно направления $\vec{H}_0$) составляющих $m_x(t)$, $m_y(t)$ вектора $\vec{M}$:

$$\frac{d^2 m_{\substack{x\\y}}(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{d m_{\substack{x\\y}}(t)}{dt} + \omega_{\text{р}}^2 m_{\substack{x\\y}}(t) = A_{\substack{x\\y}} h_{\substack{x\\y}}(t) + B \frac{d h_{\substack{x\\y}}(t)}{dt} \pm C \frac{d h_{\substack{y\\x}}(t)}{dt}. \quad (5)$$

Различные формы записи диссипативного члена приводят к различным выражениям для коэффициентов α, $\omega_{\text{р}}$, $A_{\substack{x\\y}}$, B, C уравнения (5), однако вид самого уравнения остается неизменным при любой форме учета потерь.

При записи диссипативного члена в форме Гильберта [4] коэффициенты уравнения (5) определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega_x + \omega_y}{2} \cdot \frac{\delta}{1+\delta^2}, \quad \omega_{\text{р}} = \sqrt{\omega_x \omega_y}\, \frac{1}{1+\delta^2} \\ A_{\substack{x\\y}} &= \omega_{\text{м}} \omega_{\substack{x\\y}} \frac{1}{1+\delta^2}, \quad B = \omega_{\text{м}} \frac{\delta}{1+\delta^2}, \quad C = \omega_{\text{м}} \frac{1}{1+\delta^2} \end{aligned}\right\}, \quad (6)$$

где δ — безразмерный параметр потерь, численно равный относительной полуширине резанансной кривой образца.

При записи диссипативного члена в модифицированной форме Блоха [4] коэффициенты уравнения (5) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega_x + \omega_y}{2} \cdot \frac{\omega_r}{\omega_z}, \quad \omega_{\text{р}} = \sqrt{\omega_x \omega_y} \left[1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_z}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ A_{\substack{x\\y}} &= \omega_{\text{м}} \omega_{\substack{x\\y}} \left[1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_z}\right)^2\right], \quad B = \omega_r \frac{\varkappa_0}{\mu_0}, \quad C = \omega_{\text{м}} \end{aligned}\right\}, \quad (7)$$

где ω_r — частота релаксации,

$\varkappa_0 = \mu_0 \frac{M_0}{H_0^i}$ — статическая восприимчивость образца.

Уравнение (5) отличается от уравнения, описывающего колебания резонатора, только видом правой части. В правую часть уравнения для составляющей вектора $\vec{M}$ по тому или иному поперечному направлению, кроме составляющей СВЧ поля по этому направлению, входят производные поперечных составляющих поля.

Коэффициенты α, ω_p, $A_{\substack{x\\y}}$ уравнения (5) зависят от величины намагничивающего поля H_0, которое в общем случае может изменяться в широких пределах. Однако в случае медленного изменения H_0 решение уравнения движения вектора $\vec{M}$ можно проводить так же, как и при постоянном подмагничивании, а в конечный результат подставить закон изменения H_0.

Для решения уравнения движения вектора $\vec{M}$ при воздействии на феррит монохроматического СВЧ поля обычно используют метод комплексных амплитуд. В этом случае при принятых ограничениях получают известное соотношение между комплексными амплитудами намагниченности и поля:

$$\dot{\vec{M}} = \frac{\overleftrightarrow{\varkappa}}{\mu_0} \dot{\vec{H}},$$

где $\overleftrightarrow{x}$ — внешний тензор восприимчивости образца.

Установим связь между компонентами этого тензора и коэффициентами уравнения (5). Используя для решения (5) метод комплексных амплитуд, получим следующие выражения для диагональных χ_x, χ_y и антисимметричного χ_a компонентов тензора:

$$\varkappa_{\substack{x\\y}} = \mu_0 \frac{A_{\substack{x\\y}} + j\omega B}{\omega_p^2 - \omega^2 + j2\alpha B},$$

$$\varkappa_a = \mu_0 \frac{\omega C}{\omega_p^2 - \omega^2 + j2\alpha B}.$$

Отметим, что ω_p есть резонансная частота компонентов тензора $\overleftrightarrow{\chi}$, а величина $\sqrt{\omega_x \omega_y}$ равна «киттелевской» частоте свободной прецессии намагниченности эллипсоида без потерь.

Для решения уравнения (5) воспользуемся интегралом свертки, пригодным для нахождения отклика системы на воздействие любой формы [5]:

$$m_{\substack{x\\y}}(t) = \int_0^t g(t-v) f_{\substack{x\\y}}(v)\, dv, \tag{8}$$

где $g(t)$ — импульсная характеристика системы;

$f_{\substack{x\\y}}(t)$ — правая часть уравнения (5).

Импульсная характеристика системы, описываемой уравнением (5), имеет вид:

$$g(t) = \frac{e^{-\alpha t}}{\omega_1} \sin \omega_1 t, \tag{9}$$

где

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_p^2 - \alpha^2}.$$

Подставляя (9) в (10), получим после некоторых преобразований следующие выражения для мгновенных значений поперечных составляющих вектора $\vec{M}$ и их огибающих M_x, M_y:

$$m_{\substack{x\\y}}(t) = M_{\substack{x\\y}} \cos(\omega_{\mathrm{I}} t + \zeta_{\substack{x\\y}}), \tag{10}$$

$$M_{\substack{x\\y}} = \frac{e^{-\alpha t}}{\omega_{\mathrm{I}}} \sqrt{a_{\substack{x\\y}}^2 + b_{\substack{x\\y}}^2}, \tag{11}$$

где

$$\left.\begin{aligned} a_{\substack{x\\y}} &= \int_0^t e^{\alpha v} f_{\substack{x\\y}}(v) \cos \omega_{\mathrm{I}} v \cdot dv \\ b_{\substack{x\\y}} &= \int_0^t e^{\alpha v} f_{\substack{x\\y}}(v) \sin \omega_{\mathrm{I}} v \cdot dv \\ \zeta_{\substack{x\\y}} &= \operatorname{arctg} \frac{a_{\substack{x\\y}}}{b_{\substack{x\\y}}}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Поскольку воздействующее на феррит СВЧ поле отлично от нуля только в интервале времени $0<t<\tau$ (где τ — длительность СВЧ импульса), при $t\geqslant\tau$ верхние пределы интегралов (12) можно считать постоянными и равными τ. При этом значения интегралов не изменятся, если пределы интегрирования взять равными $\pm\infty$. В этом случае $a_{\substack{x\\y}}$ и $b_{\substack{x\\y}}$ есть соответственно косинусная и синусная компоненты, а радикал в (11) — модуль спектра функции $e^{\alpha t} f_{\substack{x\\y}}(t)$ на частоте ω_1. Назовем этот спектр наблюдаемым спектром функции $f_{\substack{x\\y}}(t)$ и обозначим через $\dot{G}_{\substack{x\\y}}(\omega_1+j\alpha)$.

При $0 < t < \tau$ $a_{\substack{x\\y}}$ и $b_{\substack{x\\y}}$ зависят от времени, а радикал в (11) является модулем текущего (по терминологии И. М. Литвака [6]) спектра функции $e^{\alpha t} f_{\substack{x\\y}}(t)$ на частоте ω_{I} или текущего наблюдаемого спектра функции $f_{\substack{x\\y}}(t)$, который обозначим через $\dot{G}^t_{\substack{x\\y}}(\omega_{\mathrm{I}} + j\alpha)$.

Таким образом,

$$M_{\substack{x\\y}} = \frac{e^{-\alpha t}}{\omega_{\mathrm{I}}} \cdot \begin{cases} \left|\dot{G}^t_{\substack{x\\y}}(\omega_{\mathrm{I}}+j\alpha)\right| & \text{при } 0 < t < \tau, \\ \left|\dot{G}_{\substack{x\\y}}(\omega_{\mathrm{I}}+j\alpha)\right| & \text{при } t \geqslant \tau. \end{cases} \tag{13}$$

Выразим $\dot{G}^t_{\substack{x\\y}}(\omega_{\mathrm{I}} + j\alpha)$ через текущие наблюдаемые спектры составляющих СВЧ поля. Подставляя $f_{\substack{x\\y}}(t)$ в выражение для $\dot{G}^t_{\substack{x\\y}}(\omega_{\mathrm{I}} + j\alpha)$ и учитывая, что текущий спектр $\dot{S}^t_{\substack{x\\y}\,\mathrm{I}}(\omega)$ производной функции $h_{\substack{x\\y}}(t)$ связан с текущим спектром $\dot{S}^t_{\substack{x\\y}}t(\omega)$ самой функции $h_{\substack{x\\y}}(t)$ соотношением

$$\dot{S}^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega) = h_{\substack{x \\ y}}(t)\, e^{-j\omega t} + j\,\omega \dot{S}^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega), \tag{14}$$

получим:

$$\dot{G}^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega_{\rm I} + j\alpha) = [A_{\substack{x \\ y}} - (\alpha - j\,\omega_{\rm I})\,B]\,\dot{S}^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega_{\rm I} + j\alpha) \mp$$

$$\mp (\alpha - j\,\omega_{\rm I})\,\dot{C}\,S^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega_{\rm I} + j\alpha) + [Bh_{\substack{x \\ y}}(t) \pm Ch_{\substack{y \\ x}}(t)]\, e^{-j(\omega_{\rm I} + j\alpha)t}. \tag{15}$$

Будем рассматривать воздействие на феррит импульсного СВЧ магнитного поля с произвольной формой огибающей и произвольной угловой модуляцией несущего колебания. Поляризацию поля будем считать эллиптической. Составляющие такого поля можно записать в виде

$$h_{\substack{x \\ y}}(t) = F(t)\, H_{\substack{x \\ y}} \cos[\omega_{\rm н} t + \Theta(t) + \varphi_{\substack{x \\ y}}], \tag{16}$$

где H_x, H_y — амплитуды составляющих воздействующего на феррит поля;

φ_x, φ_y — начальные фазы составляющих;

$\omega_{\rm н}$ — постоянная составляющая частоты несущего колебания;

$\Theta(t)$ — изменение фазы несущего колебания за счет угловой модуляции;

$F(t)$ — нормированная огибающая импульса, отличная от нуля при $0 < t < \tau$.

Спектр сигнала (16) на частоте $\omega_{\rm I}$ представим в виде:

$$\dot{S}_{\substack{x \\ y}}(\omega_{\rm I}) = \frac{1}{2} H_{\substack{x \\ y}}\, e^{j\varphi_{\substack{x \\ y}}}\, \dot{S}(\Delta\omega), \tag{17}$$

где

$$\dot{S}(\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t)\, e^{-j[\Delta\omega t - \Theta(t)]}\, dt,$$

$$\Delta\omega = \omega_{\rm I} - \omega_{\rm н}.$$

Заметим, что при отсутствии угловой модуляции $\dot{S}(\Delta\omega)$ есть спектр огибающей импульса на частоте $\Delta\omega$.

Соотношение (17) в интервалах времени $t \gg \frac{2\pi}{\omega_{\rm н}}$ (в трехсантиметровом диапазоне волн при $t \gg 0{,}1$ *нсек*) справедливо и для текущих спектров. При этом модуль и фазу величины $\dot{S}^{t}_{\substack{x \\ y}}$ $(\omega_{\rm I} + j\alpha)$ можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \left|\dot{S}^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega_{\rm I} + j\alpha)\right| &= \frac{1}{2} H_{\substack{x \\ y}} \,|\dot{S}^{t}(\Delta\omega + j\alpha)| \\ \arg \dot{S}^{t}_{\substack{x \\ y}}(\omega_{\rm I} + j\alpha) &= \psi - \varphi_{\substack{x \\ y}} \end{aligned} \right\}, \tag{18}$$

где

$$\dot{S}^{t}(\Delta\omega + j\alpha) = \int_{0}^{t} e^{\alpha v}\, F(v)\, e^{-j[\Delta\omega v - \Theta(v)]}\, dv,$$

$$\psi = \arg \dot{S}^{t}(\Delta\omega + j\alpha).$$

Беря модуль выражения (15) с учетом (16) и (18) и подставляя его в (13), получим после ряда преобразований:

$$M_{\substack{x\\y}}=\frac{e^{-\alpha t}}{2\omega_{\rm I}}\Big\{Q^2_{\substack{x\\y}}|\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)|^2+2R^2_{\substack{x\\y}}F^2(t)\,e^{2\alpha t}\{1+\cos 2[\omega_{\rm II}t+\Theta(t)+\rho_{\substack{x\\y}}]\}+$$
$$+2Q_{\substack{x\\y}}R_{\substack{x\\y}}|\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)|\,F(t)\,e^{\alpha t}\{\cos[(\omega_{\rm I}+\omega_{\rm II})t+\Theta(t)+\rho_{\substack{x\\y}}+\delta_{\substack{x\\y}}-\psi]+$$
$$+\cos[\Delta\omega t-\Theta(t)-\rho_{\substack{x\\y}}+\delta_{\substack{x\\y}}-\psi]\}\Big\}^{\frac{1}{2}}, \tag{19}$$

где

$$Q_{\substack{x\\y}}=[H^2_{\substack{x\\y}}L^2_{\substack{x\\y}}+H^2_{\substack{x\\y}}C^2\omega^2_{\rm p}+2H_xH_yL_{\substack{x\\y}}C\omega_{\rm p}\cos(\varphi_x-\varphi_y+\varkappa_{\substack{x\\y}})]^{\frac{1}{2}}, \tag{20}$$

$$R_{\substack{x\\y}}=[H^2_{\substack{x\\y}}B^2+H^2_{\substack{y\\x}}C^2\pm 2H_xH_yBC\cos(\varphi_x-\varphi_y)]^{\frac{1}{2}}, \tag{21}$$

$$L_{\substack{x\\y}}=(A^2_{\substack{x\\y}}+\omega^2_{\rm p}B^2-2\alpha A_{\substack{x\\y}}B)^{\frac{1}{2}}, \tag{22}$$

$$\delta_{\substack{x\\y}}=\operatorname{arctg}\frac{H_{\substack{x\\y}}L_{\substack{x\\y}}\sin\left(\varphi_{\substack{x\\y}}+\operatorname{arctg}\dfrac{\omega_{\rm I}B}{A_{\substack{x\\y}}-\alpha B}\right)\pm H_{\substack{y\\x}}C\omega_{\rm p}\sin\left(\varphi_{\substack{y\\x}}+\operatorname{arctg}\dfrac{-\omega_{\rm I}}{\alpha}\right)}{H_{\substack{x\\y}}L_{\substack{x\\y}}\cos\left(\varphi_{\substack{x\\y}}+\operatorname{arctg}\dfrac{\omega_{\rm I}B}{A_{\substack{x\\y}}-\alpha B}\right)\mp H_{\substack{y\\x}}C\omega_{\rm p}\cos\left(\varphi_{\substack{y\\x}}+\operatorname{arctg}\dfrac{-\omega_{\rm I}}{\alpha}\right)},$$

$$\rho_{\substack{x\\y}}=\operatorname{arctg}\frac{H_{\substack{x\\y}}B\sin\varphi_{\substack{x\\y}}\pm H_{\substack{y\\x}}C\sin\varphi_{\substack{y\\x}}}{H_{\substack{x\\y}}B\cos\varphi_{\substack{x\\y}}\pm H_{\substack{y\\x}}C\cos\varphi_{\substack{y\\x}}},$$

$$\varkappa_{\substack{x\\y}}=\operatorname{arctg}\frac{\pm\omega_{\rm I}A_{\substack{x\\y}}}{\alpha A_{\substack{x\\y}}-\omega^2_{\rm p}B}.$$

Согласно (19) после окончания СВЧ импульса, когда $F(t)=0$, а величина $\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)$ обращается в $\dot{S}(\Delta\omega+j\alpha)$, можно записать:

$$M_{\substack{x\\y}}=\frac{e^{-\alpha t}}{2\omega_{\rm I}}\cdot Q_{\substack{x\\y}}\left|\dot{S}(\Delta\omega+j\alpha)\right| \text{ при } t\geqslant\tau. \tag{23}$$

Величина $S(\Delta\omega+j\alpha)$ с точностью до постоянного множителя равна наблюдаемому спектру СВЧ импульса отличающемуся от истинного спектра наличием множителя $e^{\alpha t}$ в подынтегральном выражении. Наибольшее значение этого множителя, равное $e^{\alpha\tau}$, тем меньше отличается от единицы, чем меньше длительность импульса по сравнению с временем релаксации $\tau_r=\frac{1}{\alpha}$. Поэтому при выполнении условия $\alpha\tau\ll 1$ величину $S(\Delta\omega+j\alpha)$ можно считать равной $S(\Delta\omega)$. Таким образом, в любой фиксированный момент времени после окончания воздействующего на феррит СВЧ импульса поперечные составляющие вектора $\vec{M}$ пропорциональны амплитудному спектру импульса на частоте настройки феррита с тем большей точностью, чем меньше длительность импульса по сравнению с временем релаксации намагниченности.

Во время действия СВЧ импульса $M_{\substack{x\\y}}$ определяется полным выражением (19), то есть является функцией величины $S^t(\Delta\omega+j\alpha)$ и непосредственно зависит от характеристик $F(t)$ и $\Theta(t)$ импульса. Последняя зависимость обусловлена, как следует из (14), наличием производных СВЧ поля в правой части уравнения (5).

Выражение (19), в принципе пригодное для исследования переходных процессов установления колебаний намагниченности при воздействии на феррит СВЧ сигнала любой структуры, довольно громоздко. Однако если выполняется условие

$$\frac{\left|\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)\right|}{F(t)\,e^{\alpha t}} \geqslant \frac{R_{\substack{x\\y}}}{Q_{\substack{x\\y}}}, \tag{24}$$

вторым и третьим слагаемыми подкоренного выражения в (19) можно пренебречь, то есть считать:

$$M_{\substack{x\\y}} = \frac{e^{-\alpha t}}{2\omega_1} Q_{\substack{x\\y}} \left|\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)\right| \text{ при } 0<t<\tau. \tag{25}$$

При этом поперечные составляющие вектора $\vec{M}$ во время действия СВЧ импульса пропорциональны модулю его текущего спектра с тем большей точностью, чем меньше длительность импульса по сравнению с временем релаксации.

Условие (24) требует, чтобы величина $|S^t(\Delta\omega+j\alpha)|$ была больше некоторого граничного значения, определяемого соотношением $Q_{\substack{x\\y}}$, $R_{\substack{x\\y}}$, $F(t)\,e^{\alpha t}$. Величина $|\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)|$ мала в области малых t и больших $\Delta\omega$. Следовательно, выражение (25) справедливо в интервалах времени $t_{гр}<t<\tau$ и расстройки $\Delta\omega<\Delta\omega_{гр}$, где $t_{гр}$ и $\Delta\omega_{гр}$ — граничные значения t и $\Delta\omega$, определяемые из условия (24). Численные оценки, выполненные для случая воздействия на феррит прямоугольного СВЧ импульса, показывают, что в трехсантиметровом диапазоне волн для образца с шириной резонансной кривой порядка $80\,\frac{а}{м}$ (1э) условие (24) выполняется:

на начальном участке временной зависимости $|\dot{S}^t(\Delta\omega+j\alpha)|$, начиная с $t_{гр}=0{,}16$ *нсек* при нулевой расстройке и с $t_{гр}=3{,}2$ *нсек* при $\Delta f=\frac{\Delta\omega}{2\pi}=30$ *Мгц;*

в областях минимумов величины $|S^t(\Delta\omega+j\alpha)|$ вплоть до $\Delta f_{гр}=$ $=120$ *Мгц.*

Используя (25), найдем значения M_x и M_y при воздействии на феррит непрерывного СВЧ колебания. Нетрудно показать, что текущий спектр огибающей непрерывного колебания, т. е. спектр единичной функции, простирающийся от $-\infty$ до t, имеет вид:

$$\dot{S}^{t}(\omega) = \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega}\,.$$

Отсюда

$$\left|\dot{S}^{t}(\Delta\omega + j\alpha)\right| = \frac{e^{\alpha t}}{\alpha\sqrt{1+\xi^2}}\,, \tag{26}$$

где $\xi = \frac{\Delta\omega}{\alpha}$ — обобщенная расстройка.

Подставляя (26) в (25), получим:

$$M_{\substack{x_{\text{н}}\\y}} = K_{\substack{x\\y}} \frac{M_{\substack{x_{\text{нр}}\\y}}}{\sqrt{1+\xi^2}}\,,$$

где $M_{\substack{x\\y}\,\text{нр}}$ — значение $M_{\substack{x\\y}\,\text{н}}$ при настройке феррита на несущую частоту непрерывного СВЧ колебания ($\Delta\omega = \xi = 0$), определяемое соотношением

$$M_{\substack{x_{\text{нр}}\\y}} = \frac{Q_{\substack{x_{\text{р}}\\y}}}{2\omega_{\text{н}}\,\alpha}\,, \tag{27}$$

$$K_{\substack{x\\y}} = \frac{Q_{\substack{x\\y}}\,\omega_{\text{н}}}{Q_{\substack{x_{\text{р}}\\y}}\,\omega_{1}}\,. \tag{28}$$

Объединяя (23) и (25) с учетом (27) и (28), запишем:

$$M_{\substack{x\\y}} = K_{\substack{x\\y}} M_{\substack{x_{\text{нр}}\\y}} \alpha e^{-\alpha t}\cdot\begin{cases}\left|\dot{S}^{t}(\Delta\omega + j\alpha)\right| & \text{при } 0 < t < \tau,\\ \left|\dot{S}(\Delta\omega + j\alpha)\right| & \text{при } t \geqslant \tau.\end{cases} \tag{29}$$

Для проведения дальнейших исследований в дополнение к ранее принятым ограничениям примем еще одно — малость потерь ферритового образца. Введение этого ограничения не изменит структуру полученных выражений, однако упростит формулы для их коэффициентов. В случае малых потерь в выражениях (6) и (7) можно соответственно положить:

$$1 + \delta^2 = 1,\; 1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_z}\right)^2 = 1.$$

При этом коэффициенты (6) совпадают с коэффициентами (7) при замене δ на $\frac{\omega_r}{\omega_z}$, а условие малости потерь запишется в виде:

$$\delta = \frac{\omega_r}{\omega_z} = \frac{\Delta H}{H_0^i} \ll 1, \tag{30}$$

где ΔH — полуширина резонансной кривой образца,

H_0^i — внутреннее намагничивающее поле.

Условие (30) в диапазоне СВЧ выполняется для всех реальных ферритов. Более того, нас интересует поведение ферритов при воздействии на них СВЧ импульсов, соизмеримых по длительности с временем релаксации, а реализовать такой случай можно только для узкополосных образцов, для которых условие (30) выполняется с высокой степенью точности.

С учетом (30) выражения (6), (7), (20), (21) и (22) примут вид:

$$\alpha = \frac{\omega_x + \omega_y}{2}\,\delta, \quad \omega_p = \omega_1 = \sqrt{\omega_x \omega_y},$$

$$L_{\substack{x\\y}} = A_{\substack{x\\y}} = \omega_м \omega_{\substack{x\\y}}, \quad B = \omega_м \delta, \quad C = \omega_м,$$

$$Q_{\substack{x\\y}} = \omega_м \sqrt{\omega_{\substack{x\\y}}}\,\left[H_x^2 \omega_x + H_y^2 \omega_y + 2H_x H_y \omega_p \sin(\varphi_x - \varphi_y)\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$R_{\substack{x\\y}} = H_{\substack{y\\x}}\,\omega_м.$$

Запишем выражения для $Q_{\substack{x\\y}}$ и $R_{\substack{x\\y}}$ с учетом (30) в частных случаях поляризации СВЧ поля:

а) линейная поляризация вдоль оси $x\,(H_y = 0)$:

$$Q_x = H_x \omega_м \omega_x, \quad Q_y = H_x \omega_м \omega_p,$$

$$R_x = H_x \omega_м \delta, \quad R_y = H_x \omega_м;$$

б) круговая поляризация $\left(H_x = H_y = H,\ \varphi_x - \varphi_y = \pm \frac{\pi}{2}\right)$:

$$Q_{\substack{x\\y}} = H \omega_м \left| \omega_{\substack{x\\y}} \pm \omega_p \right|,$$

$$R_x = R_y = H \omega_м,$$

где верхний знак относится к поляризации правого, нижний — левого вращения.

Для нахождения составляющей M_z вектора $\vec{M}$, продольной относительно направления намагничивающего поля, воспользуемся уравнением постоянства магнитного момента [4], которое в случае малых колебаний намагниченности можно записать в виде:

$$M_z(t) = M_0 - \frac{1}{2M_0}\left[m_x^2(t) + m_y^2(t)\right]. \tag{31}$$

Заметим, что это уравнение справедливо только при записи диссипативного члена уравнения (1) в форме Гильберта или Ландау-Лифшица. Однако в случае малых колебаний намагниченности и при условии малости потерь образца все известные формы записи диссипативного члена эквивалентны.

Подставляя в (31) выражения для $m_x(t)$ и $m_y(t)$ из (10), представим $M_z(t)$ в виде

$$M_z(t) = M_0 - \Delta M_z - \Delta m_z(t),$$

где $\Delta m_z(t)$ — переменная составляющая $M_z(t)$, изменяющаяся с частотой $2\omega_p$,

ΔM_z — изменение постоянной составляющей $M_z(t)$, определяемое выражением

$$\Delta M_z = \frac{1}{4M_0}(M_x^2 + M_y^2). \quad (32)$$

Из (32) с учетом (29) получим:

$$\Delta M_z = K_z \, \Delta M_{z\,\text{нр}} \, \alpha^2 e^{-2\alpha t} \cdot \begin{cases} |\dot{S}^t(\Delta\omega + j\alpha)|^2 \text{ при } 0 < t < \tau, \\ |\dot{S}(\Delta\omega + j\alpha)|^2 \text{ при } t \geqslant \tau, \end{cases} \quad (33)$$

где $\Delta M_{z\text{нр}}$ — значение ΔM_z при воздействии на феррит непрерывного СВЧ колебания с частотой, равной частоте настройки феррита ($\Delta\omega = \xi = 0$), определяемое выражением

$$\Delta M_{z\,\text{нр}} = \frac{1}{4M_0}\left(M_{x\,\text{нр}}^2 + M_{y\,\text{нр}}^2\right),$$

$$K_z = \frac{Q_x^2 + Q_y^2}{Q_{x\,\text{р}}^2 + Q_{y\,\text{р}}^2}\left(\frac{\omega_{\text{н}}}{\omega_{\text{р}}}\right)^2.$$

Согласно (33) изменение продольной составляющей вектора $\vec{M}$ в любой фиксированный момент времени после окончания СВЧ импульса пропорционально энергетическому, а во время действия импульса — текущему энергетическому спектру импульса на частоте настройки феррита с тем большей точностью, чем меньше длительность импульса по сравнению с временем релаксации.

Наиболее распространенной в высокоизбирательных СВЧ устройствах формой образца является сфероид ($N_x = N_y = N_z = 1/3$). В случае сфероида с малыми потерями получим:

$$\alpha = \omega_{\text{р}}\delta = \omega_r\left(1 + \frac{1}{3}\frac{\varkappa_0}{\mu_0}\right), \quad \omega_{\text{р}} = \omega_{\text{I}} = \omega_x = \omega_y = \omega_0,$$

$$L_x = L_y = A_x = A_y = \omega_{\text{м}}\omega_{\text{р}}, \quad B = \omega_{\text{м}}\delta, \quad C = \omega_{\text{м}},$$

$$K_x = K_y = K_z = 1,$$

$$Q_x = Q_y = \omega_{\text{м}}\omega_{\text{р}}\sqrt{H_x^2 + H_y^2 + 2H_xH_y\sin(\varphi_x - \varphi_y)}. \quad (34)$$

Как известно, поле эллиптической поляризации можно представить в виде суммы полей круговой поляризации правого и левого (относительно положительного направления оси z) вращения, амплитуды которых равны:

$$H_\pm = \frac{1}{2}\sqrt{H_x^2 + H_y^2 \pm 2H_x H_y \sin(\varphi_x - \varphi_y)}, \quad (35)$$

где верхние знак и индекс относятся к полю правого, нижние — левого вращения. Выражение (34) с учетом (35) запишется в виде:

$$Q = 2\omega_{\text{м}}\omega_{\text{р}}H_+.$$

При этом

$$M_{x\,\text{нр}} = M_{y\,\text{нр}} = \frac{\omega_\text{м}}{\alpha} H_+,$$

$$\Delta M_{z\,\text{нр}} = \frac{1}{2M_0}\left(\frac{\omega_\text{м}}{\alpha}\right)^2 H_+^2.$$

Одним из подтверждений, изложенных в настоящей работе выводов о характере колебаний вектора намагниченности, является экспериментально доказанное [1] соответствие изменений ΔM_z при перестройке феррита энергетическому спектру воздействующего на феррит импульсного СВЧ сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. К. Михайловский, Ю. Н. Полухин, А. А. Китайцев, Н. И. Савченко. Ферритовый СВЧ спектроанализатор СВЧ импульсов наносекундной длительности. Доклады МЭИ, подсекция электродинамики и антенных устройств, М, 1967.

2. Г. Б. Богданов. Основы теории и применения ферритов в технике измерений и контроля. Изд-во «Сов. радио», М, 1967.

3. Л. К. Михайловский, Ю. Н. Полухин, А. А. Китайцев. Колебания намагниченности феррита в электромагнитном поле с шириной спектра большей полосы ферромагнитного резонанса. Сб. «Ферриты» под ред. акад. Н. Н. Сироты. Изд-во «Наука и техника», БССР, Минск, 1968.

4. И. С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы, Изд-во «Сов. радио», М, 1967.

5. А. Г. Гуревич. Ферриты на сверхвысоких частотах. Физматгиз, М., 1960.

6. А. А. Харкевич. Спектры и анализ, Гостехиздат, М, 1957.