

Р. А. ВЕЧКАНОВА

К ВОПРОСУ О БЫСТРОДЕЙСТВИИ КВАНТОВАТЕЛЯ ФАЗЫ НА ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ

При использовании параметрического генератора (ПГ) для двоичного квантования фазы сигнала обычно на выход его включается фазовый детектор (ФД) и далее — регистрирующее устройство (РУ) (рис. 1). При подаче на параметрический генератор напряжения подкачки фаза колебаний в его контуре принимает одно из двух устойчивых состояний, которые обозначаются 0 и π . Признак устойчивого состояния зависит от того, в какой из областей притяжения находилась фаза начальных колебаний до подачи напряжения подкачки. Следовательно, при периодических запусках параметрического генератора импульсами подкачки на выходе фазового детектора будут появляться импульсы различной амплитуды и полярности в зависимости от фазы входного сигнала, соответствующие двоичному коду 0 и 1. Регистрирующее устройство осуществляет выделение информации о параметрах квантуемого сигнала.

Быстродействие квантователя увеличивается при уменьшении длительности импульсов накачки. Однако чрезмерное уменьшение длительности импульсов может привести к появлению ошибки квантования, поскольку из-за конечного времени нарастания субгармонических колебаний амплитуда их за время действия импульса накачки может не достигнуть величины, необходимой для запуска РУ.

Настоящая статья посвящена теоретическому определению зависимости ошибки квантования от параметров схемы ПГ и длительности импульсов накачки t_n .

Схема одноконтурного параметрического генератора с нелинейной емкостью $p-n$ — перехода представлена на рис. 2. Запишем дифференциальное уравнение параметрического генератора [1].

$$\frac{1}{\Omega^2} \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\delta'}{\Omega} \frac{du}{dt} + u = - \left(L_k \frac{d}{dt} + r_k \right) \times \\ \times \left[\frac{dq(u)}{dt} + i(u) - i_1 - i_c \right], \quad (1)$$

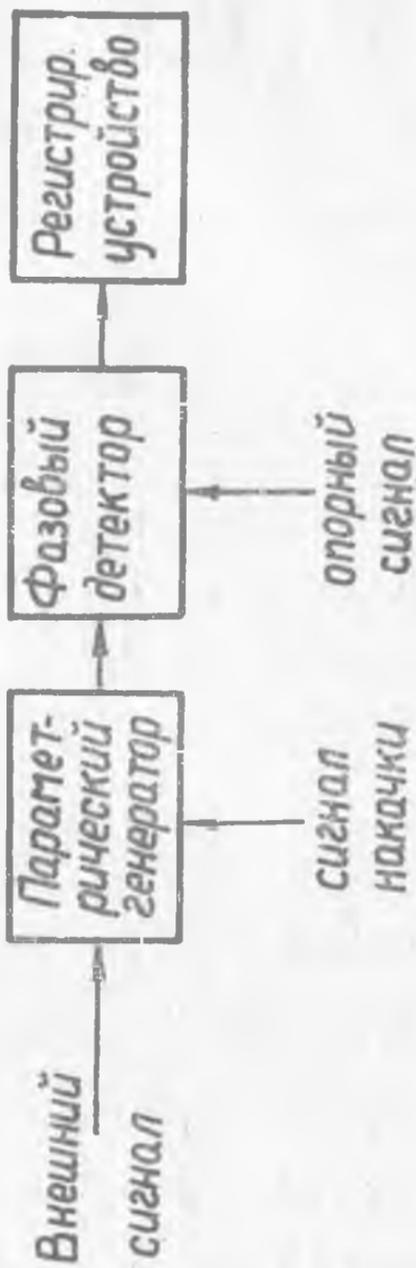


Рис. 1.

где Ω, δ' — собственные частота и затухание контура ПГ;
 $q(u) = \sigma_1 u^2 + \sigma_2 u^3$ — нелинейная составляющая в разложении вольт-кулоновой характеристики диода;
 $i(u) = \gamma_1 u^2 + \gamma_2 u^3$ — нелинейная составляющая в разложении тока проводимости диода;
 $i_1 = I_1 \sin \omega t$ — ток накачки;
 $i_c = I_c \sin \left(\frac{\omega}{2} t + \varphi_c \right)$ — ток фазирующего сигнала.

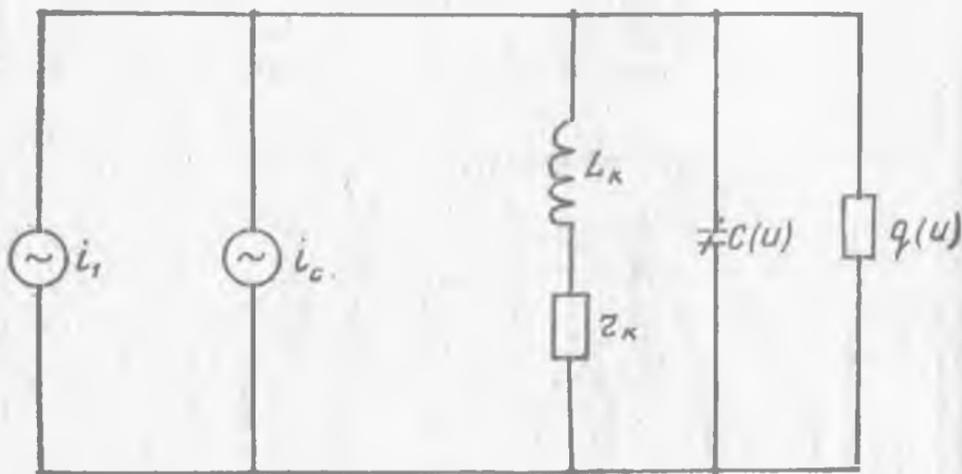


Рис. 2.

Уравнение (1) решается методом медленно меняющихся амплитуд и решение для напряжения ищется в виде суммы только двух гармоник

$$u = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos\left(\frac{\omega}{2} t + \varphi_2\right). \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), осуществляя ряд операций по укорачиванию [1] и переходя от переменных A_2, φ_2 к переменным Ван дер Поля $A_c = A_2 \cos \varphi_2, A_s = A_2 \sin \varphi_2$, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dA_c}{d\tau} &= (m - \delta) A_c + \xi A_s + \sigma A_s (A_c^2 + A_s^2) + \lambda \sin \Phi, \\ \frac{dA_s}{d\tau} &= -(m + \delta) A_s - \xi A_c - \sigma A_c (\sigma A_c^2 + A_s^2) - \lambda \cdot \cos \Phi, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tau = \frac{\Omega}{2} t$ — безразмерное время,

$\delta = \delta' + \frac{3\gamma_2}{2\Omega C} A_1^2$ — затухание возбужденного контура,

$m = \frac{\sigma_1 A_1}{C \cos \psi}$ — коэффициент модуляции емкости,
 C — емкость контура,

$$\psi = \arctg \frac{\eta_1}{\sigma_1 \Omega}$$

$\xi = \xi_0 + \frac{3}{2} \frac{\sigma_2 A_2^2}{C}$ — расстройка контура,

$$\xi_0 = \frac{2\Delta\omega_2}{\Omega}, \quad \Delta\omega_2 = \frac{\omega}{2} - \Omega,$$

$\lambda = I_c \Omega L_{\text{к}}$ — амплитуда напряжения внешнего фазирующего сигнала,

$$\sigma = \frac{3}{4} \frac{\sigma_2}{C}, \quad \Phi = \varphi_c + \frac{\psi}{2} - \frac{\pi}{4}.$$

При анализе ошибок различения фаз параметрическим генератором необходимо рассматривать случай, когда субгармонические колебания малы и когда вектор фазирующих колебаний близок к границе раздела между двумя областями притяжения — сепаратрисе. Влиянием нелинейных членов в системе (3) можно пренебречь и рассматривать линеаризованную систему укороченных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dA_c}{d\tau} &= (m - \delta) A_c + \xi A_s + \lambda \sin \Phi, \\ \frac{dA_s}{d\tau} &= -(m + \delta) A_s - \xi A_c - \lambda \cos \Phi. \end{aligned} \quad (4)$$

Для решения этих уравнений используем линейное преобразование

$$\begin{aligned} A_c &= X - \frac{\xi}{m + \sqrt{m^2 - \xi^2}} Y, \\ A_s &= -\frac{\xi}{m + \sqrt{m^2 - \xi^2}} X + Y \end{aligned} \quad (5)$$

и запишем уравнения (4) в координатах X, Y

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} &= \lambda_1 X + \frac{\lambda}{1 - K^2} (\cos \Phi + K \sin \Phi), \\ \frac{dY}{d\tau} &= \lambda_2 Y + \frac{\lambda}{1 - K^2} (K \cos \Phi + \sin \Phi), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$K = \frac{\xi}{m + \sqrt{m^2 - \xi^2}},$$

$\lambda_1, \lambda_2 = -\delta \pm \sqrt{m^2 - \xi^2}$ — корни уравнения.

Решения уравнений (6) имеют вид:

$$X = X_0 e^{\lambda_1 \tau} + \frac{\lambda}{\lambda_1 (1 - K^2)} (\cos \Phi + K \sin \Phi) e^{\lambda_1 \tau}, \quad (7)$$

На рис. 3 показана фазовая плоскость A_c, A_s . Пусть линия aa , параллельная сепаратрисе, соответствует порогу чувствительности регистрирующего устройства. Тогда изображающие точки, расположенные около сепаратрисы (например, точки I и I') за время действия импульсов накачки длительностью τ_n могут не достичь линии aa (точки II и II'), то есть амплитуда субгармонических колебаний не сумеет возрасти настолько, чтобы запустить регистрирующее устройство. В результате, появляется ошибка квантования.

Таким образом, при данной длительности импульсов накачки около сепаратрисы появляется некоторая «зона нечувствительности» (заштрихована). При попадании изображающей точки в эту зону появляется ошибка квантования. Если изображающая точка окажется на границе или вне «зоны нечувствительности» (точки III, IV), то ошибка не появляется, то есть амплитуда субгармоники возрастет достаточно, чтобы запустить РУ.

На основании вышесказанного следует, что длительность импульсов накачки должна быть выбрана не менее некоторой величины, которая при известных параметрах ПГ и порога чувствительности РУ определяется допустимой величиной ошибки квантования фазы.

Фаза опорных колебаний $\varphi_{фд}$, подаваемых на фазовый детектор, должна выбираться таким образом, чтобы при фазе внешних колебаний, соответствующих фазе сепаратрисы, напряжение на выходе фазового детектора было бы равно нулю. Следовательно, линия, соответствующая максимальному напряжению на выходе фазового детектора (пунктирная прямая bb на рис. 3), должна быть перпендикулярна сепаратрисе

$$\varphi_{фд} = \varphi_{ол}$$

где $\varphi_{ол}$ — «линейное стационарное» значение фазы [1],

$$\varphi_{ол} = \arctg \frac{A_s}{A_c} = -\arctg K.$$

Если линия максимального напряжения bb была бы перпендикулярна асимптоте (рис. 4), то ошибка квантования фазы увеличилась бы. Так например, если изображающая точка II будет расположена около сепаратрисы, то может оказаться, что за время действия импульса накачки она, переместившись в положение II', не пересечет линию bb , и фазовый детектор зафиксирует состояние «л» несмотря на то, что колебания ПГ стремятся к состоянию «0».

Уравнение границы «области нечувствительности» (прямой bb , рис. 3), запишется в следующем виде:

$$KA_{s0} + A_{c0} = \sqrt{1 + K^2} A_{ф0}, \quad (10)$$

где $A_{ф0}$ — ширина «зоны нечувствительности».

Подставляя в уравнение (10) значения A_{s0} и A_{c0} из уравнений (9) и преобразуя, получим:

$$\sin \Phi = \frac{-M_1 k_m q + N_1 \sqrt{1 - (k_m q)^2}}{\sqrt{M_1^2 + N_1^2}}, \quad (11)$$

где

$$k_m = \frac{\lambda_1}{m} = \frac{\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta}{m},$$

$$q = \frac{A_{\Phi 0}}{A_2}, \quad A_2 = \frac{\lambda}{\sqrt{\delta^2 + \xi^2}}.$$

Для определения начальной фазы Φ_{0c} сигнала, при которой изображающая точка будет лежать на сепаратрисе, необходимо в уравнении (11) принять $\lambda = \infty$, тогда

$$\sin \Phi_{0c} = \frac{N_1}{\sqrt{M_1^2 + N_1^2}}. \quad (12)$$

Ошибка квантования фазы $\Delta\Phi$ определится как разность между Φ и Φ_{0c} .

$$\Delta\Phi = \arcsin \frac{-M_1 k_m q + N_1 \sqrt{1 - (k_m q)^2}}{\sqrt{M_1^2 + N_1^2}} - \arcsin \frac{N_1}{\sqrt{M_1^2 + N_1^2}}. \quad (13)$$

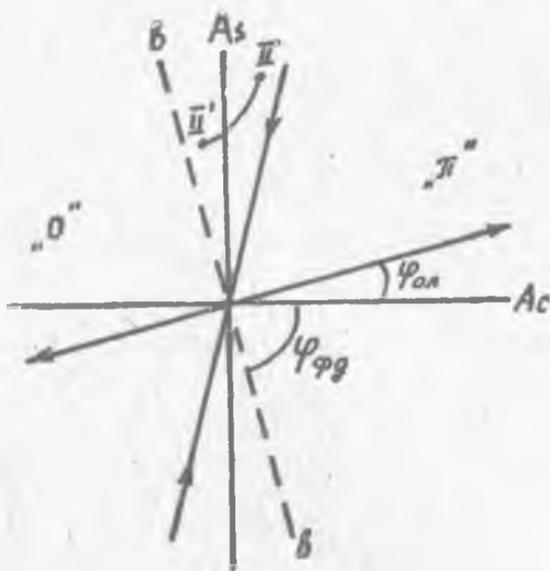


Рис. 4.

Полученное выражение может быть существенно упрощено, если принять во внимание, что величина $\Delta\Phi$ мала и $\sin \Delta\Phi \approx \Delta\Phi$. Тогда

$$\Delta\Phi = k_m q = \frac{\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta}{m} \cdot \frac{A_{\Phi 0}}{A_2}. \quad (14)$$

Установим связь между $A_{\Phi 0}$ и минимальной амплитудой напряжения с фазой $\varphi_{\Phi \cdot d}$, которую зафиксирует РУ — $A_{\Phi \cdot \text{мин}}$.

Для этого произведем преобразование координат A_s, A_c , повернув их на угол $\Phi_{ол}$ в положительном направлении (рис. 5). В новых координатах получим

$$A_c' = \lambda \frac{M_1 \sin \Phi - N_1 \cos \Phi}{\lambda_1 (\delta^2 + \xi^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+K^2}} \cdot e^{\lambda_1 \tau}, \quad (15a)$$

где

$$A_s' = -2K\lambda \frac{M_1 \sin \Phi - N_1 \cos \Phi}{\lambda_1 (\delta^2 + \xi^2) (1 - K^2)} e^{\lambda_1 \tau} - \lambda (1 + K^2) \frac{N_2 \sin \Phi + M_2 \cos \Phi}{\lambda_1 (\delta^2 + \xi^2) (1 - K^2)} e^{\lambda_2 \tau}. \quad (15b)$$

Величина проекции A_s' не оказывает влияния на ошибку квантования, поэтому уравнение (15b) может быть исключено из дальнейшего рассмотрения.

Прямая aa (рис. 3), соответствующая порогу чувствительности РУ, преобразуется в прямую $a'a'$ (рис. 5), а прямая bb — в $b'b'$. Все изображающие точки, лежащие на прямой $b'b'$ и имеющие горизонтальную проекцию A'_{co} , за время действия импульса достигнут прямой $a'a'$ и будут характеризоваться проекцией $A'_{смин}$. Отсюда следует, что прямые $a'a'$ и $b'b'$ параллельны. Запишем уравнение (15a) в виде:

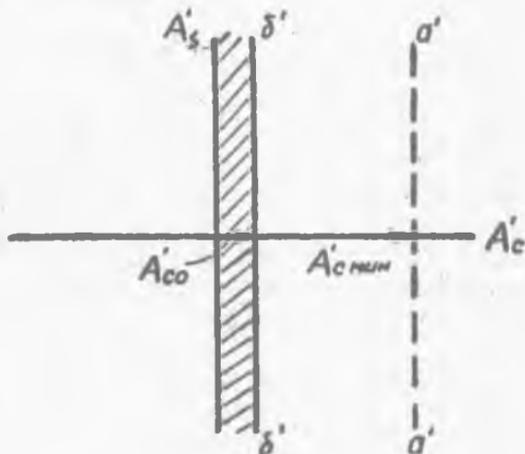


Рис. 5.

$$A'_{смин} = A'_{co} e^{\lambda_1 \tau_n}, \quad (16)$$

$$A'_{co} = \lambda \frac{M_1 \sin \Phi - N_1 \cos \Phi}{\lambda_1 (\delta^2 + \xi^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+K^2}},$$

$$\tau_n = \frac{1}{2} \Omega t_n,$$

t_n — длительность импульса накачки.

Переходя к координатам A_c, A_s , получим

$$A_{\phi 0} = A_{\phi мин} \cdot e^{-\lambda_1 \tau_n}. \quad (17)$$

Если через U_n обозначить пороговое напряжение РУ, а через k_0 — коэффициент передачи фазового детектора (или всей схемы, включенной между ПГ и РУ), тогда

$$A_{\phi мин} = \frac{U_n}{k_0}. \quad (18)$$

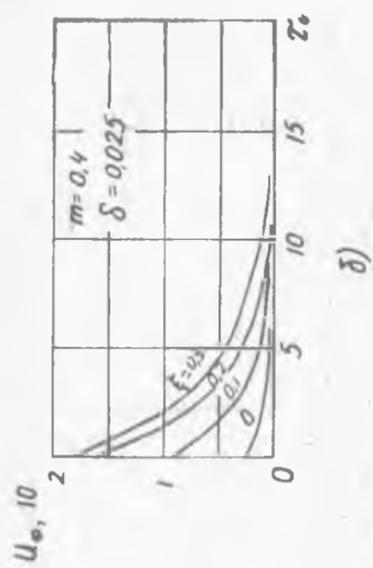
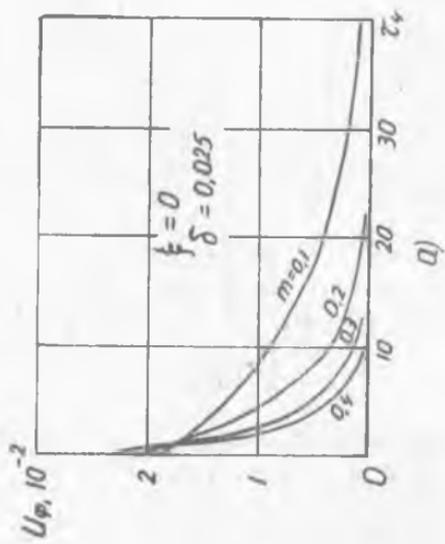


Рис. 6.

Подставляя (17) и (18) в (14), получим

$$\Delta\Phi = \frac{(\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta) \sqrt{\delta^2 + \xi^2}}{m} \cdot \frac{U_{\Pi}}{k_0 \lambda} e^{-[\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta] \tau_{\Pi}} \quad (19)$$

Отсюда можно определить минимально допустимую длительность импульса при заданной ошибке квантования фазы:

$$\tau_{\Pi \text{ мин}} = \frac{1}{\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta} \ln \frac{(\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta) \sqrt{\delta^2 + \xi^2}}{U_{\Phi} \cdot m} \quad (20)$$

где $U_{\Phi} = \Delta\Phi \frac{k_0 \lambda}{U_{\Pi}}$ — обобщенная чувствительность устройства.

На рис. 6 показаны зависимости обобщенной чувствительности от относительной длительности импульсов накачки. Кривые рис. 6а построены для случая нулевой расстройки при различной глубине модуляции m , а кривые рис. 6б построены для наиболее часто используемого значения глубины модуляции $m=0,4$ и при различных расстройках ξ . В обоих случаях затухание возбужденного контура принималось равным $\delta=0,025$.

Из выражения (20) и рис. 6 следует, что для повышения быстродействия квантователя фазы на ПГ без потери чувствительности его необходимо повышать чувствительность регистрирующего устройства.

При окончательном выборе импульсов накачки необходимо иметь в виду, что при уменьшении их длительности повышается крутизна переднего фронта, а это, как следует из [2], приводит к увеличению шумов включения и, следовательно, к возрастанию ошибки квантования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. Изд-во «Сов. радио», 1966.
2. Вечканов Г. П., Вечканова Р. А. Шумы включения и собственные шумы в одноконтурном параметрическом генераторе. Методы анализа аналого-цифровых автоматических систем и их элементов. Труды МАИ, вып. 200, 1970.