7. Penney G.W., Lynch R.D. Measurements of Charge Imparted to Fine Particles by a Corona Discharge, AIEE Transactions, 76, 1957, 294-299.
8. Liu B.Y.H., Whitby K.T., Yu H.H.S. Electrostatic Aerosol Sampler for Light and Electron Microscopy, The Rev of Sci Instr, 38, №1, 1967, 100-102

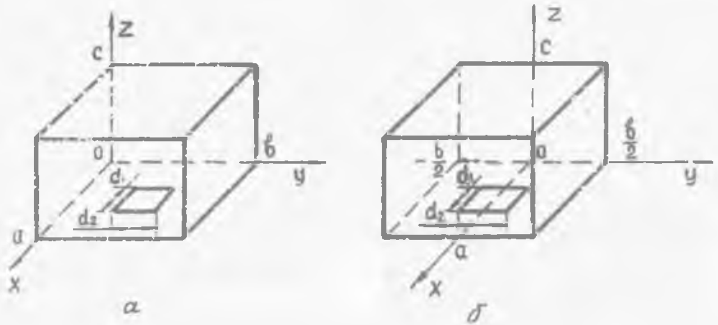
9. Лившиц М.Н., Моисеев В.М. Электрические явления в аэрозолях и их применение. М.-Л., "Энергия", 1965.
10. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Гостехиздат, 1955.
11. Кэй Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.
12. Леб Б. Статическая электризация. Госэнергоиздат, 1963.
13. Грин Х., Лейн З. Аэрозоли - пыли, дымы и туманы. Изд. "Химия", Л.О., 1969.

А.А.Подольский, Л.И.Калакутский, В.А.Вейнер, В.В.Сыченков

К ТЕОРИИ ИНДУКЦИОННЫХ ДАТЧИКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Исследование электрических свойств аэрозолей и изучение их параметров методом предварительной зарядки и последующего измерения зарядов частиц привело к созданию новых конструкций датчиков заряженных частиц, в частности, индукционного типа. Для рационального использования индукционных датчиков необходимо установить связь между наведенным и влияющим зарядами при различных траекториях заряженных частиц. Результаты исследования цилиндрических датчиков, применяемых при измерении зарядов облачных капель, а также зарядов, размеров и концентрации аэрозольных частиц содержатся в работах [1] , [2] , [3] .

В настоящей работе рассматриваются индукционные датчики прямоугольного профиля, которые могут быть использованы при измерении фракционного состава порошков. Такие датчики выполняются в виде пластинки, расположенной внутри экранирующего параллелепипеда /рис. 1/. У датчика закрытого типа пластинка находится



а б

Рис. 1. Расположение системы координат при анализе датчиков закрытого(а) и открытого (б) типов

внутри закрытой коробки; у датчика открытого типа две параллельные стенки экрана сняты. Применение конкретной конструкции зависит оттого, проходит ли через датчик во время измерения воздушный поток.

При введении в произвольную систему электродов точечного заряда на каждом из электродов вследствие электростатической индукции возникают наведенные заряды. Величина заряда, наведенного на k -том электроде, равна, согласно теореме Шокли-Рамо [4], произведению влияющего заряда q на потенциал фиктивного лапласовского поля Φ системы в точке нахождения q, которое возникло бы при задании на k -том электроде безразмерного единичного потенциала, заземлении остальных электродов и удалении самого заряда q из системы на бесконечность

$$Q = -q\Phi(x,y,z) \qquad /1/$$

Потенциал Φ находится из уравнения Лапласа при граничных условиях, определяемых конфигурацией электродов. При использовании декартовой системы координат общее решение уравнения Лапласа [5] записывается в виде

$$\Phi(x,y,z) = \sum \begin{pmatrix} X_m \\ X_m' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_n \\ Y_n' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_p \\ Z_p' \end{pmatrix} + (a_1 + b_1 x)(a_2 + b_2 y)(a_3 + b_3 z),$$

где

$$X_m = A_m \cos mx\,; \quad X_m' = A_m' \, Ch\, mx + B_m' \, Sh\, mx\,;$$

$$Y_n = D_n \cos ny + \Gamma_n \sin ny; \quad Y'_n = D'_n \,Ch\, ny + \Gamma'_n \,Sh\, ny, \qquad /2/$$
$$Z_p = E_p \cos pz + F_p \sin pz; \quad Z'_p = E'_p \,Ch\, pz + F'_p \,Sh\, pz.$$

Обозначение $\begin{pmatrix} X_m \\ X'_m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Y_n \\ Y'_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z_p \\ Z'_p \end{pmatrix}$ следует понимать как сокращенную запись линейной комбинации произведений, где из каждого столбца берется по одному сомножителю.

Числа m, n и p должны удовлетворять условию

$$m^2 + n^2 + p^2 = 0. \qquad /3/$$

При выполнении этого условия вид решения определяется из таблицы.

Таблица

X	Y	Z	Примечание
X_m	Y_n	Z'_p	
X_m	Y'_n	Z'_p Z_p	$m^2 > \|n^2\|$ $m^2 < \|n^2\|$
X'_m	Y_n	Z_p Z'_p	$\|m^2\| > n^2$ $\|m^2\| < n^2$
X'_m	Y'_m	Z_p	

Для удобства дальнейшего анализа предположим, что пластинка, с которой снимается сигнал, расположена в плоскости нижней стенки экрана, непосредственно примыкающего к ней. Если плас - тинка приподнята над стенкой на величину h или отделена от стенки щелью толщиной h, то при условии $d_1 \approx d_2 \gg h$ принятое допущение приводит к незначительной погрешности.

Датчик закрытого типа

Совместим оси координат с ребрами экранирующей коробки /рис. 1,а/. Граничные условия записываются в виде

$$\Phi(0,y,z) = \Phi(a,y,z) = \Phi(x,0,z) = \Phi(x,b,z) = \Phi(x,y,c) = 0;$$

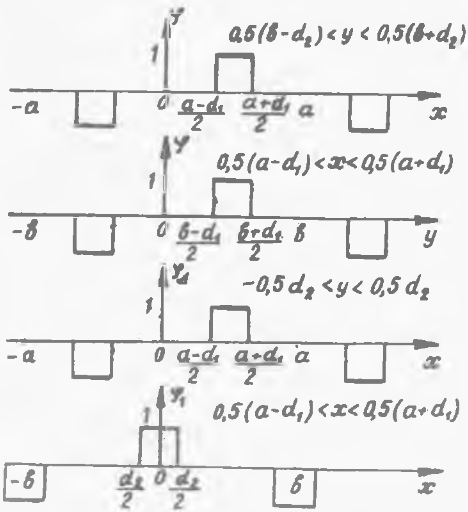
$$\Phi(x,y,0) = \varphi(x,y) = \qquad /4/$$

$$= \begin{cases} 0, \text{ при } & \begin{matrix} 0 \le x \le 0{,}5(a-d_1);\ 0{,}5(a+d_1) \le x \le a; \\ 0 \le y \le 0{,}5(b-d_2);\ 0{,}5(b+d_2) \le y \le b; \end{matrix} \\ 1, \text{ при } & \begin{matrix} 0{,}5(a-d_1) \le x \le 0{,}5(a+d_1); \\ 0{,}5(b-d_2) \le y \le 0{,}5(b+d_2). \end{matrix} \end{cases}$$

Функцию $\varphi(x,y)$ можно продолжить по оси x и по оси y нечетным образом /рис. 2, а и б/ и разложить в двойной ряд Фурье

$$\varphi(x,y) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^{l+g}}{(2l+1)(2g+1)} \sin\frac{(2l+1)\pi d_1}{2a} \times$$

$$\times \sin\frac{(2g+1)\pi d_2}{2b} \sin\frac{(2l+1)\pi x}{a} \sin\frac{(2g+1)\pi y}{b}. \qquad /5/$$



Продолжим функцию $\Phi(x,y,z)$ нечетным образом по оси x и по оси y. Тогда, очевидно, функция $\Phi(x,y,z)$ окажется нечетной относительно x и y и, следовательно, $a_1 = a_2 = A_m = D_n = D_n' = 0$.

Рис. 2 Аналитическое продолжение функций $\varphi(x,y)$ и $\varphi_1(x,y)$ по оси x и по оси y

Искомая функция сведется к виду

$$\Phi(x,y,z) = \theta_1\theta_2 xy(a_3 + \theta_3 z) +$$

$$+\sum_{m,n,p} \begin{pmatrix} B_m \sin mx \\ B_m' \, Sh\, mx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_n \sin ny \\ \Gamma_n' \, Sh\, ny. \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_p \cos pz + F_p \sin pz \\ E_p' \, Ch\, pz + F_p' \, Sh\, pz \end{pmatrix}. \qquad /6/$$

Приравнивая функцию /6/ при $z = 0$ к функции $\varphi(x,y)$, найдем

$$a_3 = 0; \quad B_m \Gamma_n E_p' = \frac{16}{\pi^2} \frac{(-1)^{\ell+g}}{(2\ell+1)(2g+1)} \sin \frac{(2g+1) d_2 \pi}{2\theta},$$

$$m = \frac{2\ell+1}{a}\pi; \qquad n = \frac{2g+1}{\theta}\pi.$$

Используя граничные условия $\Phi(a,y,z) = 0$ и $\Phi(x,\theta,z) = 0$, получим $\theta_1\theta_2\theta_3 = 0$ и $B_m' = \Gamma_n' = 0$. Из последнего равенства согласно таблице следует, что $E_p = F_p = 0$. Из граничного условия $\Phi(x,y,c) = 0$ находим $F_p' = -\frac{Ch\,pc}{Sh\,pc}$, где p, с учетом условия /3/, определяется равенством

$$p^2 = \pi^2\left[\left(\frac{2\ell+1}{a}\right)^2 + \left(\frac{2g+1}{\theta}\right)^2\right].$$

Подставив найденные значения всех постоянных в функцию /6/, получим

$$\Phi(x,y,z) = \frac{16}{\pi^2}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\ell+g}}{(2\ell+1)(2g+1)} \sin\frac{(2g+1)\pi d^2}{2\theta} \times$$

$$\sin\frac{(2\ell+1)\pi x}{a} \sin\frac{(2g+1)\pi y}{\theta} \frac{Sh\left[\pi\sqrt{\left(\frac{2\ell+1}{a}\right)^2 + \left(\frac{2g+1}{\theta}\right)^2}(c-z)\right]}{Sh\left[\pi\sqrt{\left(\frac{2\ell+1}{a}\right)^2 + \left(\frac{2g+1}{\theta}\right)^2}\,c\right]}. \qquad /7/$$

Датчик открытого типа

Выберем новое расположение системы координат /см. рис. 1,б/; стенки экрана отсутствуют при $y = \pm \frac{b}{2}$.

Продолжая аналитически функцию $\varphi(x,y) = \Phi(x,y,0)$ по оси x и по оси y /см. рис. 2,в,г/, запишем граничные условия в виде

$$\Phi(x,y,0) = \varphi_1(x,y) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\ell+g}}{(2\ell+1)(2g+1)} \sin\frac{(2\ell+1)\pi d_1}{2a} \times$$
$$\times \sin\frac{(2g+1)\pi d_2}{2b} \sin\frac{(2\ell+1)\pi x}{a} \cos\frac{(2g+1)\pi y}{b}; \qquad /8/$$

$$\Phi(0,y,z) = \Phi(a,y,z) = \Phi(x,y,c) = 0.$$

Из общего решения уравнения Лапласа /2/ при данных граничных условиях найдем

$$\Phi(x,y,z) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\ell+g}}{(2\ell+1)(2g+1)} \sin\frac{(2\ell+1)\pi d}{2a} \sin\frac{(2g+1)\pi d_2}{2b} \times$$
$$\times \sin\frac{(2\ell+1)\pi x}{a} \cos\frac{(2g+1)\pi y}{b} \frac{Sh\left[\pi\sqrt{\left(\frac{2\ell+1}{a}\right)^2 + \left(\frac{2g+1}{b}\right)^2}(c-z)\right]}{Sh\left[\pi\sqrt{\left(\frac{2\ell+1}{a}\right)^2 + \left(\frac{2g+1}{b}\right)^2}\,c\right]}. \qquad /9/$$

Выражение /9/ описывает распределение фиктивного потенциала в ограниченной области при $|x| < a$, $|y| < b$, $|z| < c$. По формулам /7/ и /9/ были произведены расчеты на ЭВМ М-222 для датчиков со следующими размерами: $a = b = 80$ мм; с - 50 мм; $d_1 = d_2 = 10$ мм. Расчеты производились в широком диапазоне изменения x, y, z с шагом $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1$ мм. При данных со -

отношениях размеров результаты расчета для датчиков открытого и закрытого типа совпадают. Некоторые из них представлены в виде графиков на рис. 3. При каждом значении z существует

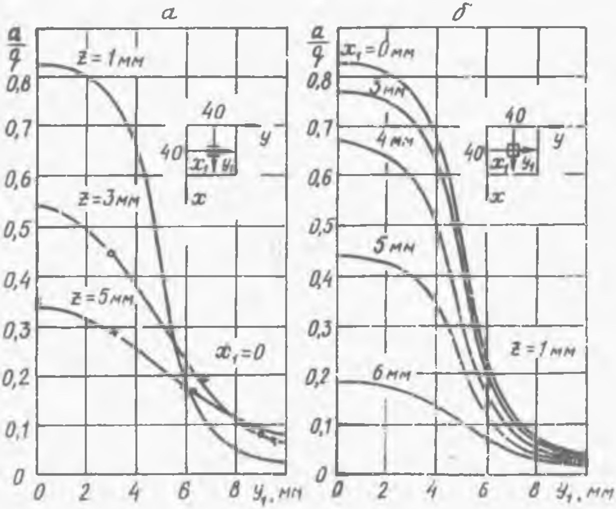


Рис. 3. Зависимость наведенного заряда от координат влияющего заряда

окрестность $x_1 = y_1 = 0$, для которой Q сохраняет примерно постоянное значение.

Размеры окрестности уменьшаются с увеличением z. С увеличением x_1, y_1 за пределами этой окрестности наведенные сигналы падают тем сильнее, чем меньше z. При фиксации одной из координат / x или y / по величине наведенного заряда можно судить о координате z пролета одинаково заряженных частиц. Большая зависимость величины наведенного заряда от координат влияющего указывает на то, что датчик подобного типа целесообразно использовать для определения средних зарядов большой совокупности частиц.

Экспериментальное исследование индукционных датчиков прямоугольного профиля проводилось методом падающего заряженного шарика. Металлический шарик, контактно заряженный на одной из пластин плоского конденсатора, в свободном падении пролетает через индукционный датчик, соединенный со входом электрометрического усилителя /ЭМУ/, и попадает в цилиндр Фарадея, подключенный к входу того же усилителя. При этом на экране осциллографа, соединенного с выходом ЭМУ, записываются два различных во времени сигнала: первый - соответствующий наведенному на датчик заряду, второй - полному заряду шарика. Измерение отношения этих двух сигналов позволяет проводить непосредственное сопоставление полученных значений с расчетными $\Phi(x,y,z)$. Такая схема опыта исключает погрешность от разброса зарядов шарика при контактной электризации и от неточностей измерения параметров электрометрического усилителя.

Схема экспериментального стенда представлена на рис. 4. Исследуемый датчик состоит из пластинки 1 размером 10 х 10 мм, размещенной в заземленной экранирующей коробке 2 /80 х 80 х 50 мм/, жестко прикрепленной к боковым стенкам стенда. Стальной шарик 3 /диаметр 0,68 мм/ удерживается на верхней обкладке зарядного конденсатора 4 /300 х х 300 х 25 мм/ с помощью съемного электромагнита 5, подключенного через нормально замкнутую кнопку 6 к источнику питания 27 В.

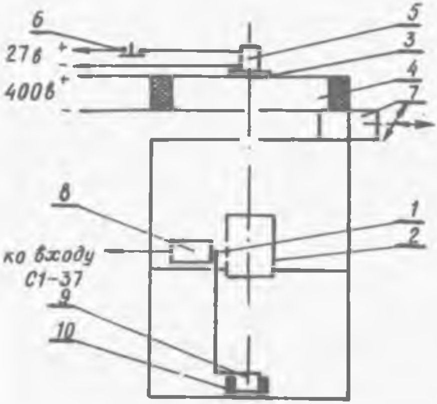


Рис. 4. Схема экспериментального стенда

На обкладки зарядного конденсатора подавалось напряжение от источника питания 400 В. Нижняя пластина зарядного конденсатора крепится к столику координатного устройства 7, перемещающегося в горизонтальной плоскости по двум взаимно перпендикулярным осям с помощью микрометрических винтов, снабженных шкалами. Пластинка 1 соеди -

няется с входом электрометрического усилителя 8 /постоянная времени входной цепи τ = 2,8 сек./, выход которого подключен к запоминающему осциллографу типа С1-37. Заряженные шарики собираются в металлический стакан 9, установленный на фторопластовых изоляторах 10 на основании стенда. Фиксация координаты пролета шарика относительно плоскости датчика производится пластинкой с отверстиями, жестко закрепленной на экранирующей коробке. Координаты центра отверстия, против которого устанавливается шарик, принимаются за координаты пролета шарика.

Результаты экспериментов нанесены на графики расчетных зависимостей $\Phi(x,y,z) = f(y)$ при фиксированном z = 3 мм и z = 5 мм /рис. 3,а/. Как видно из рисунка, расхождение теоретических и экспериментальных значений не превышает 3%.

Литература

1. Красногорская Н.В., Седунов Ю.С. Индукционный метод измерения зарядов отдельных частиц. Известия АН СССР, сер. геофизика, № 5, 1961, с. 775-785.

2. Михайловская В.В., Загробян М.А. Экспериментальное исследование датчиков приборов для измерения зарядов частиц, основанных на индукционном методе. Труды ГГО, вып. 204, 1967.

3. Подольский А.А., Турубаров В.И., Логвинов Л.М. О выборе оптимальных размеров измерительной камеры при измерении зарядов индукционным методом. Исследования по акустике, электрофизике и радиоэлектронике. Межвузовский сборник, вып. 1, КуАИ, 1973.

4. Герштейн Г.М. Моделирование полей методом электростатической индукции. М., "Наука", 1970.

5. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М., "Наука", 1967.