

А. А. ПОДОЛЬСКИЙ, Г. В. АБРАМОВ, З. Н. ЕВСЕЕВА

ХАРАКТЕРИСТИКА НАПРАВЛЕННОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ГРУППЫ ПРИЕМНИКОВ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ ПРИ ШИРОКОПОЛОСНОМ ПРИЕМЕ

При приеме широкополосных сигналов величина отклика на выходе антенны зависит как от ее геометрической конфигурации, так и от формы амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) гидроакустического преобразователя. Поэтому для определения характеристики направленности при широкополосном приеме удобно заменить реальную антенну последовательным соединением идеальной антенны такой же геометрической конфигурации, но не обладающей частотной избирательностью, и полосового фильтра, амплитудно-частотная характеристика которого совпадает с АЧХ реальной антенны или всего приемного тракта.

Определим характеристику направленности антенны при приеме широкополосных случайных сигналов как зависимость нормированного среднеквадратического значения сигнала на выходе полосового фильтра от направления на источник сигнала.

Общее выражение для характеристики направленности линейной группы плоских поршневых приемников, определенной указанным выше образом, получено в работе [1]. Это выражение имеет следующий вид:

$$M(\psi) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n I_{kl}}{B_y(0) \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n A_k A_l}}, \quad (1)$$

где
$$I_{kl} = \int_{x_{1k}}^{x_{2k}} \int_{x_{1l}}^{x_{2l}} B_y[\tau(x'') - \tau(x')] s(x') s(x'') dx' dx'', \quad (2)$$

$B_y(\tau)$ — функция корреляции случайного процесса на выходе антенны;

A_k — площадь приемной поверхности k поршня;

x_{1k}, x_{2k} — абсциссы крайних точек k поршня;

$s(x') dx'$ — элемент площади антенны, для которого запаздывание сигнала $\tau(x')$, отсчитываемое по отношению к произвольно выбранной точке, можно считать постоянным;

n — число поршневых приемников;

ψ — угол между нормалью к плоскости антенны и направлением на источник сигнала.

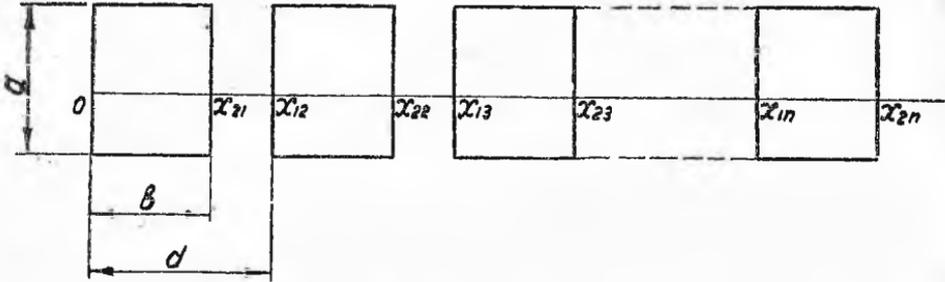


Рис. 1. Линейная группа из n прямоугольных поршневых приемников

Таким образом, определение характеристики направленности антенны при приеме случайных сигналов сводится к двукратному интегрированию функции корреляции процесса на выходе фильтра с весовыми коэффициентами, зависящими от конфигурации антенны. Используя (1), получим выражение для расчета характеристики направленности линейной группы из n приемников прямоугольной формы.

Для приемников прямоугольной формы имеем (см. рис. 1):

$$s(x') = s(x'') = a \text{ при } x_{1k} \leq x' \leq x_{2k}, x_{1l} \leq x'' \leq x_{2l}, \quad (3)$$

$$A_k = A_l = ab.$$

Переходя к новым переменным $\tau' = \frac{x' \sin \psi}{c}$ и $\tau'' = \frac{x'' \sin \psi}{c}$ и учитывая соотношения (3), из (1) и (2) получим:

$$M(\psi) = \frac{1}{n\tau_0} \sqrt{\frac{1}{B_y(0)} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} \int_{\tau_{1l}}^{\tau_{2l}} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau''}, \quad (4)$$

где $\tau_0 = \frac{b \sin \psi}{c}$; $\tau_{1k} = \frac{x_{1k} \sin \psi}{c}$; $\tau_{2k} = \frac{x_{2k} \sin \psi}{c}$,

c — скорость звука.

Область интегрирования в выражении (4) состоит из n^2 квадратов, размещенных в плоскости $\tau'\tau''$ (рис. 2). Поскольку корреляционная функция есть четная функция своего аргумента, двой-

ной интеграл по поверхности квадратов, расположенных выше диагонали OO_1 , равен интегралу по квадратам, расположенным ниже диагонали OO_1 .

Поэтому двойную сумму в выражении (4) можно переписать следующим образом:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} \int_{\tau_{1l}}^{\tau_{2l}} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau'' = \Gamma_1 + 2\Gamma_2, \quad (5)$$

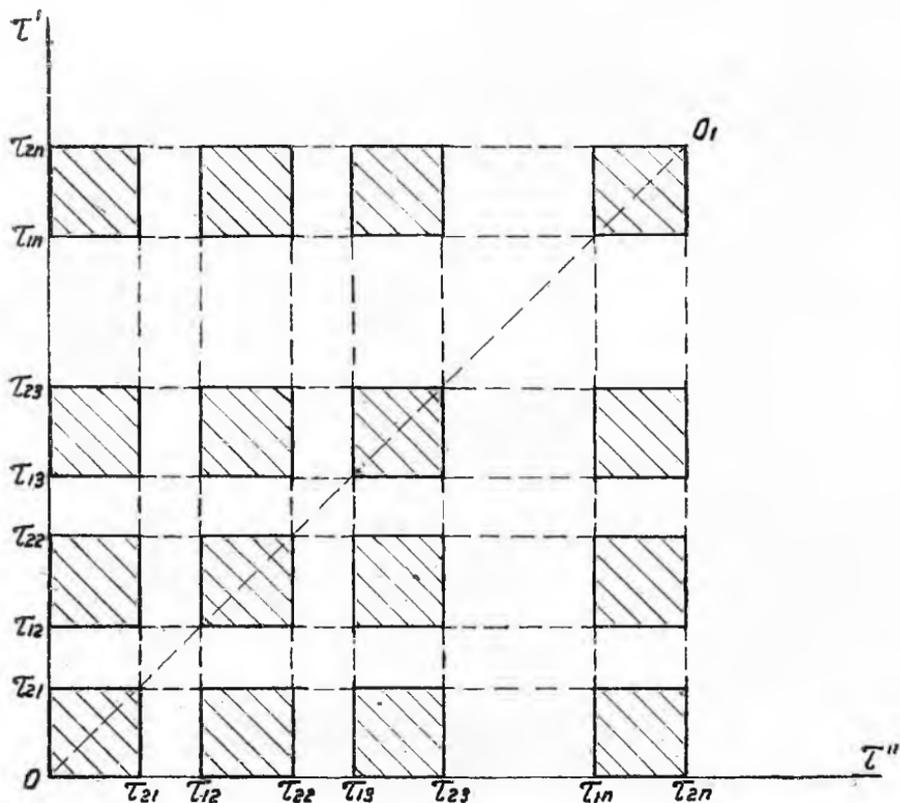


Рис. 2. Область интегрирования

где

$$\Gamma_1 = \sum_{k=1}^n \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau'', \quad (6)$$

$$\Gamma_2 = \sum_{k=2}^n \sum_{l=1}^{k-1} \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} \int_{\tau_{1l}}^{\tau_{2l}} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau'', \quad k > l. \quad (7)$$

Преобразуем интегралы, входящие в сумму Γ_1 , как указано ранее, получим:

$$\Gamma_1 = 2n\tau_0^2 \int_0^1 (1-x) B_y(x) dx. \quad (8)$$

Для вычисления интегралов, входящих в сумму Γ_2 , введем новые переменные $\tau = \tau' - \tau''$ и τ' . Тогда, учитывая преобразование области интегрирования (рис. 3), получим:

$$\begin{aligned} \int_{\tau_{1k}}^{\tau_{2k}} \int_{\tau_{1l}}^{\tau_{2l}} B_y(\tau'' - \tau') d\tau' d\tau'' &= \int_{T_1(k-l) - \tau_0}^{T_1(k-l)} B_y(\tau) [\tau + \tau_0 - (k-l)T_1] d\tau + \\ &+ \int_{(k-l)T_1}^{(k-l)T_1 + \tau_0} B_y(\tau) [T_1(k-l) + \tau_0 - \tau] d\tau. \end{aligned} \quad (9)$$

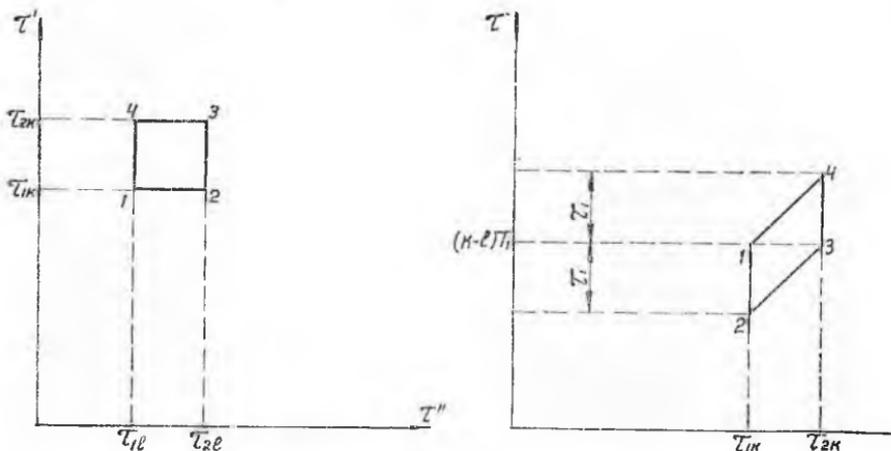


Рис. 3. Преобразование области интегрирования

Здесь $T_1 = \frac{d \sin \psi}{c}$.

Переходя в (9) к безразмерной переменной, перепишем сумму Γ_2 в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \sum_{k=2}^n \sum_{l=1}^n \tau_0^2 \left[\int_{-1}^0 (1+x)^* B_y[\tau_0 x + (k-l)T_1] dx + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 (1-x) B_y[\tau_0 x + (k-l)T_1] dx \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

* См.: А. А. Подольский. Определение характеристики направленности прямоугольной поршневой антенны при приеме случайных сигналов. Наст. сб., стр. 18.

Заменяя суммирование по индексам k и l суммированием по индексу $m=k-l$ и учитывая (5), (8) и (9), получим окончательное выражение для характеристики направленности линейной группы из n приемников прямоугольной формы:

$$M(\psi) = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2}{B_y(0)} \left\{ n \int_0^1 (1-x) B_y(x) dx + \sum_{m=1}^n (n-m)(I_{1m} + I_{2m}) \right\}}, \quad (11)$$

$$\text{где} \quad I_{1m} = \int_{-1}^0 (1+x) B_y(\tau_0 x + mT_1) dx;$$

$$I_{2m} = \int_0^1 (1-x) B_y(\tau_0 x + mT_1) dx.$$

Для выполнения расчетов необходимо указать вид случайного сигнала на входе и форму АЧХ полосового фильтра.

Ограничимся случаем, когда входной сигнал имеет равномерный энергетический спектр в полосе частот, значительно превосходящей полосу пропускания приемной системы, и полосовой фильтр имеет АЧХ гауссовой формы.

Тогда [2]:

$$B_y(\tau) = \frac{N_0 \Delta}{\sqrt{2k\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta^2 \tau^2}{8k}\right) \cos \omega_0 \tau. \quad (12)$$

Здесь: $2N_0$ — спектральная энергетическая плотность входного сигнала; $\Delta = 2\pi F$; F — полоса пропускания фильтра на уровне $\frac{1}{\sqrt{2}}$, ω_0 — центральная частота полосы пропускания; $k = 2 \ln 2 = 1,3862$.

Нетрудно показать, что при стремлении полосы пропускания Δ к нулю выражение (11) с учетом (12) совпадает с формулой характеристики направленности при приеме монохроматических сигналов [2]:

$$M^*(\psi) = \frac{\sin \frac{\omega_0 \tau_0}{2}}{\frac{\omega_0 \tau_0}{2}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \omega_0 T_1}{2}\right)}{n \sin \frac{\omega_0 T_1}{2}}. \quad (13)$$

Для доказательства воспользуемся методом математической индукции.

При $\Delta \rightarrow 0$ выражение (11) после несложных преобразований можно представить в следующем виде:

$$M(\psi) = \frac{\sin \frac{\omega_0 \tau_0}{2}}{n \frac{\omega_0 \tau_0}{2}} \sqrt{n + 2 \sum_{m=1}^n (n-m) \cos m \omega_0 T_1}. \quad (14)$$

Из сопоставления выражений (13) и (14) следует, что они тождественны при условии

$$n + 2 \sum_{m=1}^n (n - m) \cos m \omega_0 T_1 = \left[\frac{\sin \left(\frac{n \omega_0 T_1}{2} \right)}{\sin \frac{\omega_0 T_1}{2}} \right]^2. \quad (15)$$

Справедливость выражения (15) при $n=1$ и $n=2$ очевидна. Предположим, что равенство (15) выполняется при произвольном $n=k$, и докажем его справедливость при $n=k+1$. При $n=k+1$ учитывая справедливость равенства при $n=k$, получим:

$$\begin{aligned} k + 1 + 2 \sum_{m=1}^{k+1} (k + 1 - m) \cos m \omega_0 T_1 &= \\ &= \left(\frac{\sin \frac{k \omega_0 T_1}{2}}{\sin \frac{\omega_0 T_1}{2}} \right)^2 + 1 + 2 \sum_{m=1}^k \cos m \omega_0 T_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Используем теперь тригонометрическое тождество [3]:

$$\sum_{m=0}^{n-1} p^m \cos mx = \frac{1 - p \cos x - p^n \cos nx + p^{n+1} \cos (n-1)x}{1 - 2p \cos x + p^2}. \quad (17)$$

Преобразуя последний член выражения (16) с помощью тождества (17), взятого при $p=1$ и $n=k+1$, получим

$$1 + 2 \sum_{m=1}^k \cos m \omega_0 T_1 = \frac{\sin \left(\frac{2k+1}{2} \omega_0 T_1 \right)}{\sin \frac{\omega_0 T_1}{2}}. \quad (18)$$

Поскольку $\sin^2 \frac{(k+1) \omega_0 T_1}{2} - \sin^2 \frac{k \omega_0 T_1}{2} = \sin \left(\frac{2k+1}{2} \omega_0 T_1 \right) \sin \frac{\omega_0 T_1}{2}$ то, учитывая (18), можно переписать правую часть выражения (16) в виде:

$$\left(\frac{\sin \frac{k \omega_0 T_1}{2}}{\sin \frac{\omega_0 T_1}{2}} \right)^2 + 1 + 2 \sum_{m=1}^k \cos m \omega_0 T_1 = \left[\frac{\sin \left(\frac{k+1}{2} \omega_0 T_1 \right)}{\sin \frac{\omega_0 T_1}{2}} \right]^2$$

Следовательно, если условие (15) выполняется при $n=k$, то оно выполняется и при $n=k+1$.

Таким образом, действительно, при $\Delta \rightarrow 0$ выражение $M(\Psi)$ совпадает с $M^*(\Psi)$.

Для исследования влияния ширины полосы пропускания на форму характеристики направленности выражение (11) было просчитано на ЭВМ «Урал-2» для случаев $n=5$ и $n=10$.

На рис. 4 представлены графики зависимости $M(\Psi)$ для линейной группы из пяти прямоугольных поршней с параметрами

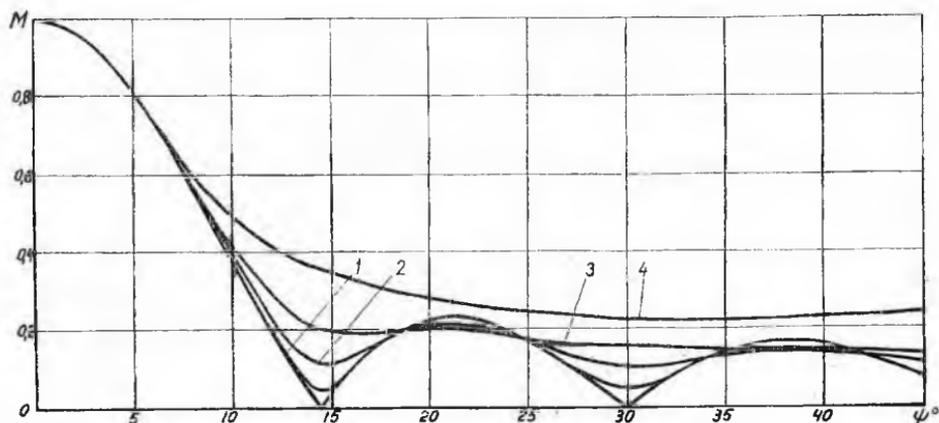


Рис. 4. Характеристики направленности линейной группы из пяти поршней при различных значениях ширины полосы пропускания:

кривая 1 — при $F \rightarrow 2$; кривая 2 — при $F = 4,5$ кгц; кривая 3 — при $F = 9$ кгц; кривая 4 — при $F = 18$ кгц.

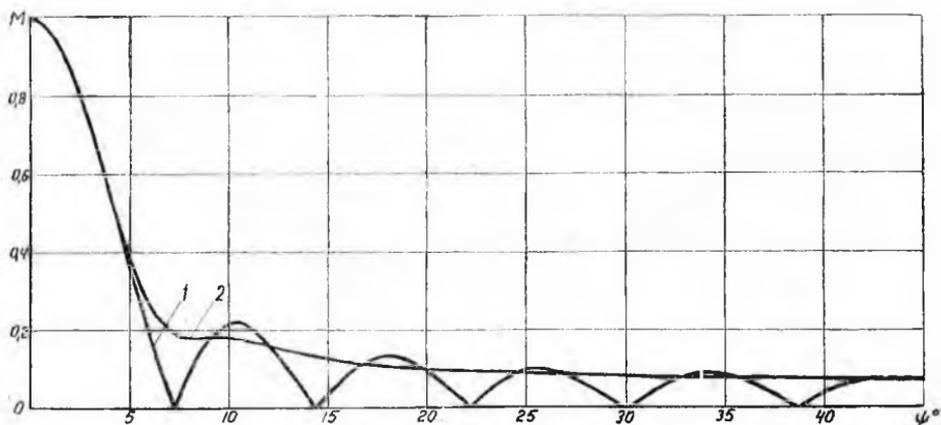


Рис. 5. Характеристика направленности линейной группы из десяти поршней при различных значениях ширины полосы пропускания:

1 — при $F \rightarrow 0$; 2 — при $F = 9$ кгц;

$b = 4$ см, $d = 6$ см, на рис. 5 — для группы из десяти поршней с такими же параметрами при $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 20$ кгц. На основании результатов анализа и расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Ширина основного лепестка диаграммы направленности, отсчитываемая на уровне $\frac{1}{\sqrt{2}}$, не изменяется с расширением полосы пропускания.

2. С увеличением ширины полосы пропускания характеристика направленности «сглаживается»: исчезают нули характеристики, уменьшается величина побочных максимумов.

3. С увеличением ширины полосы пропускания происходит уменьшение пространственной избирательности антенны. Так, например, для линейной группы из пяти поршней при $45^\circ < \Psi < 90^\circ$

$$0,05 \leq M(\psi) \leq 0,15 \text{ для } F = 2 \text{ кгц,}$$

$$0,10 \leq M(\psi) \leq 0,20 \text{ для } F = 4,5 \text{ кгц,}$$

$$0,13 \leq M(\psi) \leq 0,28 \text{ для } F = 9 \text{ кгц,}$$

$$\text{и } 0,25 \leq M(\psi) \leq 0,28 \text{ для } F = 18 \text{ кгц.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Абрамов, А. А. Подольский. К вопросу о пространственной избирательности антенны гидролокатора при широкополосном приеме. Сб. трудов ЛИАИ, вып. 64, 1969.

2. А. М. Тюрин, А. П. Сташкевич, Э. С. Таранов. Основы гидроакустики. Л, изд. «Судостроение», 1966.

3. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М, Физматгиз, 1963.