

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАБАТЫВАЕМОСТИ ЖАРОПРОЧНЫХ И ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ
Межвузовский сборник, вып. I, 1973 г.

УДК 621.9.014

В.Д. Смолин

РАСЧЕТ ТОЧНОСТНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ
ПРИ НАРУЖНОМ ТОЧЕНИИ

Одна из основных задач технологического проектирования состоит в том, чтобы получить заданную точность обработки при наибольшей производительности и наименьшей себестоимости операции, а это предъявляет повышенные требования к качеству точностных расчетов параметров режима обработки. При обработке на токарном станке одним из основных факторов, ограничивающих наибольшую возможную подачу, является заданная точность обработки, в связи с жесткостью системы СПИД [1].

Динамическую погрешность обработки для точения можно выразить в виде [2]

$$\delta = 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 \quad (I)$$

где y_1 - отжим узлов станка в направлении нормальном к обрабатываемой поверхности под действием сил резания в мм; y_2 - прогиб в точке приложения силы резания в направлении оси "y" в мм; y_3 - отжим технологической системы из-за переменности величины припуска на обработку в мм.

Отжим узлов станка в любом сечении по длине детали при обработке в центрах под действием составляющих усилия резания можно выразить в виде

$$y_1 = \frac{P_y}{j_{\text{супл}}} + \frac{P_{\text{нб}}}{j_{\text{нб}}} \frac{x}{L} + \frac{P_{\text{зб}}}{j_{\text{зб}}} \frac{(L-x)}{L}, \quad (2)$$

где $j_{\text{супл}}$, $j_{\text{нб}}$, $j_{\text{зб}}$ - соответственно жесткость суппорта, передней и задней бабки в кг/мм; L - длина детали; x - расстояние оси торца детали со стороны задней бабки до рассматриваемого сечения в мм; P_y , $P_{\text{нб}}$, $P_{\text{зб}}$ - усилия, действующие соответственно на суппорт, переднюю и заднюю бабки в кг.

Учитывая изгибающий момент от усилия подачи, можно записать:

$$P_{\text{нб}} = \frac{x}{L} P_y + \frac{D}{2L} P_x, \quad (3)$$

$$P_{\text{зб}} = \frac{L-x}{L} P_y - \frac{D}{2L} P_x, \quad (4)$$

где P_x - усилие подачи в кг.

Подставив значения $P_{\text{нб}}$ и $P_{\text{зб}}$ из выражений (3), (4) в формулу (2), получим

$$y_1 = \left[\frac{1}{j_{\text{супл}}} + \frac{1}{j_{\text{нб}}} \frac{x^2}{L^2} + \frac{1}{j_{\text{зб}}} \frac{(L-x)^2}{L^2} \right] P_y + \frac{D}{2L^2} \left[\frac{1}{j_{\text{нб}}} x - \frac{1}{j_{\text{зб}}} (L-x) \right] P_x. \quad (5)$$

Согласно общемашиностроительных нормативов режимов резания и времени для технического нормирования работ на токарных станках радиальную и осевую составляющие усилия резания можно выразить в виде

$$P_y = C_{P_y} \cdot t^{x_{P_y}} \cdot S^{y_{P_y}} \cdot V^{n_{P_y}} \cdot K_{P_y}, \quad (6)$$

$$P_x = C_{P_x} \cdot t^{x_{P_x}} \cdot S^{y_{P_x}} \cdot V^{n_{P_x}} \cdot K_{P_x}, \quad (7)$$

где $C_{P_y}, C_{P_x}, K_{P_y}, K_{P_x}, x_{P_y}, y_{P_y}, n_y, x_{P_x}, y_{P_x}, n_x$ - значения коэффициентов и показателей степени в формулах для составляющих силы резания; t, S, V - параметры режима резания, соответственно глубина резания, мм, подача, мм/об, скорость, м/мин.

Прогиб детали в точке приложения силы резания в направлении оси y можно получить после соответствующего решения уравнения упругой линии балки на 2^k шарнирных опорах, нагруженной в сечении с координатой x усилием P_y , моментом от осевой силы P_x .

$$y_2 = \frac{1}{3k_4 EJ} \left[P_y \frac{(L-x)^2 x^2}{L} + \frac{1}{2} P_x D \frac{x(L-x)(2x-L)}{L} \right], \quad (8)$$

где k_4 - коэффициент, учитывающий защемление детали на центрах; D - диаметр обтачиваемого валика, мм.

Переменность величин припуска на обработку вызовет отжим технологической системы

$$y_3 = (P_{y_{max}} - P_{y_{min}}) \frac{1}{f_{сумx}}, \quad (9)$$

где $P_{y_{max}}$ и $P_{y_{min}}$ - соответственно большее и меньшее радиальное усилие, соответствующее большей и меньшей глубине резания.

$$P_{y_{max}} = C_{P_y} (t + \Delta_1)^{x_{P_y}} \cdot S^{y_{P_y}} \cdot V^{n_y} \cdot K_{P_y}, \quad (10)$$

$$P_{y_{min}} = C_{P_y} (t + \Delta_2)^{x_{P_y}} \cdot S^{y_{P_y}} \cdot V^{n_y} \cdot K_{P_y}, \quad (11)$$

где Δ_1 и Δ_2 - верхний и нижний граничный допуск на заготовку, мм.

Суммарная жесткость в сечении с координатой x выражается известной формулой

$$\frac{1}{f_{сумx}} = \frac{1}{f_{суп}} + \frac{1}{f_{об}} \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{f_{зб}} \left(\frac{L-x}{L} \right)^2. \quad (12)$$

После подстановки (I0), (II), (I2) в формулу (9) получим

$$y_3 = C_{P_y} \cdot K_{P_y} \left[(t + \Delta_1)^{x_{P_y}} (t + \Delta_2)^{x_{P_y}} \right] \cdot S^{y_{P_y}} \cdot V^{n_y} \left[\frac{1}{f_{cyt}} + \frac{1}{f_{\delta}} \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{f_{\delta}} \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 \right] \quad (I3)$$

Параметры режима резания связаны между собой эмпирической зависимостью, отражающей режущие возможности инструмента

$$V = \frac{C_v \cdot K_v}{T^m \cdot t^{x_v} \cdot S^{y_v}} = \frac{A}{t^{x_v} \cdot S^{y_v}}, \quad (I4)$$

где C_v, K_v, m, x_v, y_v - коэффициент и показатели степени в стойкостной зависимости.

Фактическая глубина резания за счет отжима технологической системы меньше заданной на величину $\frac{\delta}{2}$, т.е.

$$t_{\text{факт}} = t_{\text{задан}} - \frac{\delta}{2}. \quad (I5)$$

Так как рассмотренные отжимы y_1, y_2, y_3 увеличивает размер обрабатываемой детали, то, используя зависимости (I5), (I), (2), (8), (I3), (I4) можно написать

$$\begin{aligned} \delta = & 2 \left[\frac{1}{f_{cyt}} + \frac{1}{f_{\delta}} \frac{x^2}{L^2} + \frac{1}{f_{\delta}} \frac{(L-x)^2}{L^2} + \frac{1}{3k_4 E J} \frac{x^2(L-x)^2}{L} \right] \cdot C_{P_y} \cdot K_{P_y} \cdot A^{n_y} \cdot \left(t + \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y} - x_v \cdot n_y} \cdot S^{y_{P_y} - y_v \cdot n_y} \\ & + 2 C_{P_y} \cdot K_{P_y} \left[\frac{1}{f_{cyt}} + \frac{1}{f_{\delta}} \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{f_{\delta}} \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 \right] \cdot A^{n_y} \cdot \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y} - x_v \cdot n_y} \cdot \left[\left(t + \Delta_1 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y}} \cdot \left(t + \Delta_2 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y}} \right] \cdot S^{y_{P_y} - y_v \cdot n_y} \\ & + \frac{D}{L^2} \cdot C_{P_x} \cdot K_{P_x} \cdot A^{n_x} \left[\frac{x}{f_{\delta}} - \frac{(L-x)}{f_{\delta}} + \frac{Lx(L-x)(2x-L)}{3k_4 E J} \right] \cdot \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_x} - x_v \cdot n_x} \cdot S^{y_{P_x} - y_v \cdot n_x} \end{aligned}$$

Произведем разложение членов содержащих разность $t - \frac{\delta}{2}$ по формуле бинома Ньютона, не принимая во внимание члены содержащие δ в степени большей трех. После преобразований получим уравнение, связывающее параметры режимов резания при точении в центрах с точностью обработки

$$\alpha' \delta + \beta' \delta^2 + \gamma' \delta^3 = a' S^q t^m + b' S^q t^2 [(t + \Delta_1)^{x_{py}} - (t + \Delta_2)^{x_{py}}] + c' S^h t^i, \quad (17)$$

где $a' = 2 C_{py} K_{py} A^{\eta y} \left[\frac{1}{j_{cyl}} + \frac{1}{j_{пб}} \frac{x^2}{L^2} + \frac{1}{j_{зб}} \frac{(L-x)^2}{L^2} + \frac{1}{3 K_y E J} \frac{x^2 (L-x)^2}{L} \right],$

$$b' = 2 C_{py} K_{py} A^{\eta y} \left[\frac{1}{j_{cyl}} + \frac{1}{j_{пб}} \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{j_{зб}} \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 \right],$$

$$c' = C_{pz} K_{pz} A^{\eta z} \frac{D}{L^2} \left[\frac{x}{j_{пб}} - \frac{(L-x)}{j_{зб}} + \frac{Lx(L-x)(2x-L)}{3 K_y E J} \right],$$

$$m = x_{py} - x_v n_y,$$

$$h = y_{pz} - y_v n_x,$$

$$q = y_{py} - y_v n_y,$$

$$i = x_{pz} - x_v n_x,$$

$$z = -x_v n_y,$$

α', β', γ' - некоторые функции от параметров и показателей режима резания, а также от упругих свойств технологической системы.

Полученное уравнение (17), несмотря на некоторую его громоздкость, разрешается на ЭЦМ относительно параметров режима резания при заданной точности обработки; при известных же режимах резания по уравнению (17) можно рассчитать точность вала в любом его сечении [2].

При наружном точении в патроне динамическую погрешность обработки также можно выразить при помощи уравнения (1). В данном случае упругая деформация узлов станка будет состоять из отклика передней бабки и суппорта, а также из суммарного отклика, полученного за счет поворота изделия, патрона и передней бабки вокруг некоторого мгновенного центра поворота [3], т.е.

$$y_1 = y_{пб} + y_{cyl} + y_{пов}. \quad (18)$$

Отжим суппорта имеет постоянную величину на всей длине точения

$$y_{\text{суп}} = \frac{P_y}{j_{\text{суп}}} \quad (19)$$

Отжим передней бабки под действием радиального усилия также не зависит от положения реза по длине проточки

$$y_{\text{нд}} = \frac{P_y}{j_{\text{нд}}} \quad (20)$$

Под действием силы резания деталь в патроне вместе с передней бабкой повернется относительно станины на некоторый угол

$$\psi = \frac{M}{j_{\psi}}, \quad (21)$$

где j_{ψ} - угловая жесткость системы деталь-передняя бабка, кгм/рад; M - поворачивающий момент, кгм

$$M = P_y (\ell_0 + L - x), \quad (22)$$

ℓ_0 - расстояние от торца в патроне поворота в мм; x - расстояние от точки приложения силы резания до свободного торца детали в мм.

Величину отжима полученного за счет поворота можно выразить

$$y_{\text{пов}} = (\ell_0 + L - x) \operatorname{tg} \psi. \quad (23)$$

Из-за малой величины угла ψ можно принять

$$\operatorname{tg} \psi = \psi. \quad (24)$$

Подставляя полученные выражения в уравнение (18), получим

$$y_1 = P_y \left[\frac{1}{j_{\text{нд}}} + \frac{1}{j_{\text{суп}}} + \frac{(\ell_0 + L - x)^2}{j_{\psi}} \right]. \quad (24)$$

Величинами ℓ_0 и j_{ψ} можно определить методом определения жесткости, изложенном в ГОСТ 7895-56, с некоторыми изменениями:

- 1) оправку крепить в патроне станка;
 - 2) нагружение производить в двух сечениях на некотором расстоянии одно от другого;
 - 3) из полученных отжимов следует вычесть прогиб самой оправки.
- Отжимы технологической системы y_{c_1} и y_{c_2} в сечениях, где прикладывается нагрузка, можно записать в виде

$$\begin{cases} y_{c_1} = P_y \left[\frac{1}{j_{\text{нб}}} + \frac{1}{j_{\text{суп}}} + \frac{(\ell_0 + L - x_1)^2}{j_{\psi}} \right], \\ y_{c_2} = P_y \left[\frac{1}{j_{\text{нб}}} + \frac{1}{j_{\text{суп}}} + \frac{(\ell_0 + L - x_2)^2}{j_{\psi}} \right], \end{cases} \quad (25)$$

где x_1 и x_2 - координаты сечений, в которых прикладывается нагрузка. Отсчитываются от торца закрепленной оправки. Из решения системы (25) определяются параметры ℓ_0 и j_{ψ} .

Прогиб детали в точке приложения силы резания определяется из уравнения упругой линии консольно закрепленной балки

$$y_2 = \left[\frac{1}{3} P_y (L-x)^3 - \frac{1}{4} P_x D (L-x)^2 \right] \frac{1}{EJ}. \quad (26)$$

Отжим за счет копирования погрешности заготовки запишется по аналогии с выражением (13)

$$y_3 = C_{P_y} \cdot K_{P_y} \left[(t + \Delta_1)^{x_{P_y}} - (t + \Delta_2)^{x_{P_y}} \right] S^{y_{P_y}} V^{n_y} \left[\frac{1}{j_{\text{суп}}} + \frac{1}{j_{\text{нб}}} + \frac{(\ell_0 + L - x)^2}{j_{\psi}} \right]. \quad (27)$$

Рассмотренные отжимы y_1, y_2, y_3 увеличивает размер протачиваемого валика, поэтому, подставляя полученные выражения (27), (26), (24), (15), (14) в уравнении (1), получим

$$\begin{aligned} \delta = & 2C_{P_y} \cdot K_{P_y} \cdot A^{n_y} \left[\frac{1}{j_{\text{суп}}} + \frac{1}{j_{\text{нб}}} + \frac{(\ell_0 + L - x)^2}{j_{\psi}} + \frac{(L-x)^3}{3EJ} \right] \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y} - x_v} n_y \cdot S^{y_{P_y} - y_v} n_y + \\ & + 2C_{P_y} \cdot K_{P_y} \cdot A^{n_y} \left[\frac{1}{j_{\text{суп}}} + \frac{1}{j_{\text{нб}}} + \frac{(\ell_0 + L - x)^2}{j_{\psi}} \right] \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y} n_y} \left[\left(t + \Delta_1 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y}} - \left(t + \Delta_2 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_y}} \right] S^{y_{P_y} - y_v} n_y \quad (28) \\ & \frac{1}{2} C_{P_x} \cdot K_{P_x} \cdot A^{n_x} \cdot D \frac{(L-x)^2}{EJ} \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{P_x} - x_v} n_x \cdot S^{y_{P_x} - y_v} n_x \end{aligned}$$

Используя разложение в бином Ньютона, уравнение (28) можно переписать в виде

$$\alpha'' \delta + \beta'' \delta^2 + \gamma'' \delta^3 = \alpha'' S^g t^m + \beta'' S^g t^2 \left[(t + \Delta_1)^{\frac{x_{Ry}}{2}} (t + \Delta_2)^{\frac{x_{Ry}}{2}} \right] + C'' S^h t^i, \quad (29)$$

$$\alpha'' = 2 C_{Ry} K_{Ry} A^{ny} \left[\frac{1}{j_{cyl}} + \frac{1}{j_{nb}} + \frac{(l_0 + L - x)^2}{j_{\psi}} + \frac{(L - x)^3}{3 E J} \right],$$

$$\beta'' = 2 C_{Ry} K_{Ry} A^{ny} \left[\frac{1}{j_{cyl}} + \frac{1}{j_{nb}} + \frac{(l_0 + L - x)^2}{j_{\psi}} \right],$$

$$C'' = - \frac{1}{2} C_{Px} K_{Px} A^{nx} D (L - x)^2 \frac{1}{E J}.$$

α'' , β'' , γ'' - некоторые функции от параметров и показателей технологического процесса.

Полученные для точения в центрах и патроне уравнения (17) и (29) отличаются лишь значениями соответствующих переменных коэффициентов. В общем виде для наружного точения уравнение, связывающее точность обработки с параметрами режимов резания, можно записать

$$\alpha \delta + \beta \delta^2 + \gamma \delta^3 = a S^g t^m + b S^g t^2 \left[(t + \Delta_1)^{\frac{x_{Ry}}{2}} (t + \Delta_2)^{\frac{x_{Ry}}{2}} \right] + C S^h t^i. \quad (30)$$

$$\delta - c \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{\frac{x_{Ry}}{2}} S^y V^{ny} - b \left[\left(t + \Delta_1 - \frac{\delta}{2} \right)^{\frac{x_{Ry}}{2}} - \left(t + \Delta_2 - \frac{\delta}{2} \right)^{\frac{x_{Ry}}{2}} \right] S^y V^{ny} - c \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{\frac{x_{Ry}}{2}} S^y V^{nx} = 0, \quad (31)$$

где коэффициенты a, b, c берутся из зависимостей (17) и (29), в зависимости от схемы обработки.

Используя ЭВМ, при заданной глубине резания по уравнению (30) можно определить величину подачи, которая обеспечит требуемую точность.

При известных режимах резания можно рассчитать величину динамической погрешности по длине обработки и определить продольную погрешность формы $\delta_{max} - \delta_{min}$, которая составляет определенную часть от допуска на изготовление детали.

Область применения полученного распространяется на точение таких деталей, где погрешность из-за износа инструмента незначительно влияет на погрешность формы.

На приведенном графике представлена зависимость продольной подачи от жесткости узлов станка при точении в центрах из конструкционной стали.

При расчете оптимальных режимов точения в качестве критерия оптимальности обычно принимается технологическая себестоимость обработки, т.е. та часть полной себестоимости, которая непосредственно зависит от параметров режимов резания. Основной для ее определения является машинное время обработки, минимум которого является критерием наибольшей производительности. Примем его в качестве целевой функции.

$$\tau = \frac{L \cdot \pi \cdot D_3}{1000} \cdot \frac{1}{V \cdot S} \quad (32)$$

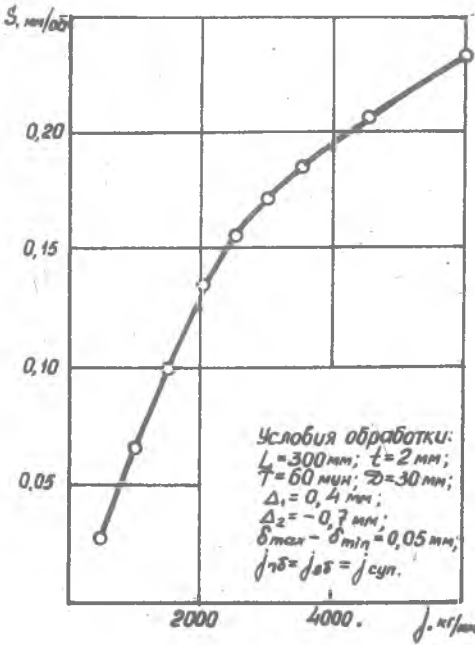


Рис. I.

При точении за I проход неизвестными параметрами режимов резания будут скорость резания и подача, а глубина резания равна припуску на обработку. Минимизация функции (32) при наличии ограничения по точности (31) является задачей нелинейного программирования и может быть решена методом неопределенных множителей Лагранжа. Для однопроходного варианта функция Лагранжа запишется

$$\Phi = \frac{L \cdot \pi \cdot D}{1000} \cdot \frac{1}{V \cdot S} +$$

$$+ \lambda \left[\delta - a \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{r_y} \cdot S^{u_y} \cdot V^{n_y} - \right. \quad (33)$$

$$- b \left[(t + \Delta_1 - \frac{\delta}{2})^{r_{y1}} (t + \Delta_2 - \frac{\delta}{2})^{r_{y2}} \right] \cdot S^{u_{y1}} \cdot V^{n_{y1}} -$$

$$\left. - c \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{r_{yx}} \cdot S^{u_{yx}} \cdot V^{n_{yx}} \right],$$

где λ - неопределенный множитель Лагранжа.

Необходимое условие максимума или минимума функции Лагранжа

$$\frac{\partial \Phi}{\partial V} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial S} = 0. \quad (34)$$

Уравнение (34) совместно с (31) составляют систему 3^х уравнений с 3 неизвестными S, V, λ . Решая ее, после преобразований получим

$$\delta = S^{\nu} \left[M \left(\frac{P}{Q} \right)^{\frac{n_y}{n_y - n_x}} + N \left(\frac{P}{Q} \right)^{\frac{n_x}{n_y - n_x}} \right], \quad (35)$$

где $\nu = \frac{y_{px} n_y - y_{py} n_x}{n_y - n_x}$,

$$M = a \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{py}} + b \left[\left(t + \Delta_1 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{py}} - \left(t + \Delta_2 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{py}} \right],$$

$$N = c \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{px}},$$

$$P = c (y_{px} - n_x) \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{px}},$$

$$Q = a (n_y - y_{py}) \left(t - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{py}} + b (n_y - y_{py}) \left[\left(t + \Delta_1 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{py}} - \left(t + \Delta_2 - \frac{\delta}{2} \right)^{x_{py}} \right]$$

Определенный интерес представляет применение метода множителей Лагранжа для двухпроходного точения, т.к. он позволяет проследить связь между режимами первого и второго проходов. Целевая функция для этого случая

$$\tau = \frac{\pi L D}{1000 V_1 S_1} + \frac{\pi L (D - 2t_1)}{1000 V_2 S_2}. \quad (36)$$

В уравнении технических ограничений, кроме зависимостей по точности (31) и стойкости (14) для каждого прохода, войдет уравнение, связывающее глубины резания обоих проходов

$$t_1 + t_2 - \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) - t_0 = 0. \quad (37)$$

Условие экстремума, состоящее из шести уравнений, после исключения множителей Лагранжа, будет иметь вид

$$\frac{\mu_3(\nu_2 + \nu_1 \xi_2) + \xi_3(\mu_1 \nu_2 - \mu_2 \nu_1) - \nu_3(\mu_2 + \xi_2 \mu_1)}{\xi_6(\mu_4 \nu_5 - \mu_5 \nu_4) - \nu_6(\mu_5 + \xi_5 \mu_4)} - \frac{\nu_2 + \xi_2 \nu_1}{\nu_5 + \nu_4 \xi_5} = 0, \quad (38)$$

где μ_i , ν_i , ξ_i - некоторые функции от параметров режима резания первого и второго проходов. Уравнение (38) совместно с системой уравнений ограничений составит систему из шести уравнений, которая определена относительно неизвестных.

Литература

1. Соколовский А.П. Расчет точности обработки на металлорежущих станках. Машгиз, 1952.
2. Медведев Л.П. Производительность и точность обработки на токарных станках в связи с их жесткостью. Труды всесоюзной межвузовской конференции по обрабатываемости жаропрочных и титановых сплавов. Куйбышев, 1962 стр. 104-117.
3. Медведев Л.П. Жесткость упругой системы "Станок-изделие" при точении в патроне. Труды КуАИ, выпуск IX, 1959, стр. 65-79.