

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ЭВМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ СВЕРЛА,
ВОЗНИКАЮЩИХ В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ

Крутильные колебания сверла, возникающие в процессе резания, можно описать дифференциально-разностным уравнением с отклоняющимся аргументом запаздывающего типа [1] :

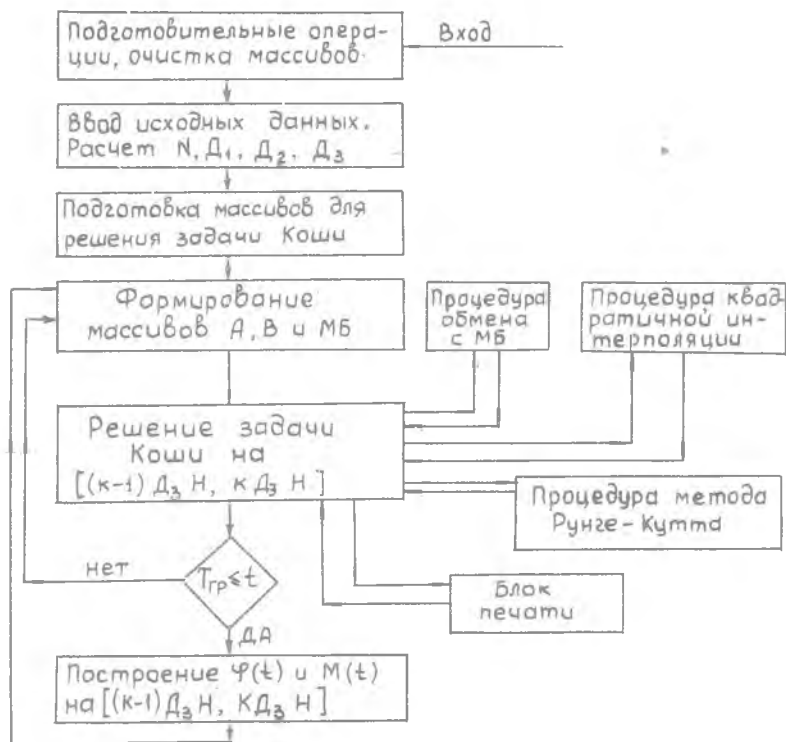
$$J\ddot{\psi}(t) + h_0 \dot{\psi}(t) + c\psi(t) = M, \quad (1)$$

$$M = \begin{cases} 1. \quad 0 \text{ при } [s_z + \delta\psi(t-\tau) - \delta\psi(t - \frac{T}{2} - \tau)] < 0; \\ 2. \quad q \{ A [s_z + \delta\psi(t-\tau) - \delta\psi(t - \frac{T}{2} - \tau)] + B \}, \\ \quad \text{при } \begin{cases} s_z + \delta\psi(t-\tau) - \delta\psi(t - \frac{T}{2} - \tau) \geq 0 \\ \text{и } -\omega + \dot{\psi}(t) < 0; \end{cases} \\ 3. \quad 0 \text{ при } [s_z + \delta\psi(t-\tau) - \delta\psi(t - \frac{T}{2} - \tau)] \geq 0 \\ \quad \text{и } -\omega + \dot{\psi}(t) = 0 \\ 4. \quad -qB \text{ при } [s_z + \delta\psi(t-\tau) - \delta\psi(t - \frac{T}{2} - \tau)] \geq 0 \\ \quad \text{и } -\omega + \dot{\psi}(t) > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Для решения этого уравнения, определяемого выражениями (1,2), применялся метод шагов [2], сущностью которого является решение задачи Коши на последовательности временных отрезков $[0, \tau]$, $[\tau, 2\tau]$, ..., $[(k-1)\tau, k\tau]$ и т.д. при условии задания $\psi(t)$ на начальном множестве $[-\frac{T}{2} - \tau, 0]$. На отрезке $[(k-1)\tau, k\tau]$, $k = 1, 2, 3, \dots$, уравнение рассматривается как обыкновенное дифференциальное и может быть решено численным методом Рунге-Кутты.

Для реализации этого метода на ЭВМ была составлена программа, блок-схема которой представлена на рис.1. Вследствие того что процесс сверления сопровождается высокочастотными колебаниями, интегрирование уравнения должно производиться с достаточно малым шагом. Поскольку для получения значений $\psi(t - \frac{T}{2} - \tau)$ и $\psi(t - \tau)$ требуется запоминание массива значений $\psi(t)$ на интервале $[(t - \frac{T}{2} - \tau), t]$ с некоторым шагом (он может быть больше шага интег-

рирования в 20 раз), а места в МОЗУ "0" недостаточно (МОЗУ "1" занято математическим обеспечением графопостроителя "Вектор"), то этот массив хранится на магнитном барабане (МБ) и списывается частями в МОЗУ.



Р и с.1. Блок - схема программы

Весь массив значений $\varphi(t)$ на интервале $[(t - \frac{T}{2} - \tau), t]$ разделен на N подмассивов с длиной D_3 :

$$D_3 = \frac{(D - D_1 - D_2)}{2}; D_1 = \min \left\{ \frac{(D - D_2)}{3}, \frac{T}{2} \cdot H \right\}; D_2 = \min \left\{ \frac{D}{4}, \frac{T}{2} \cdot H \right\}, (3)$$

где D - объем памяти в нулевом кубе МОЗУ, отводимый под числовые массивы;

Δ_1 - объем памяти, отводимый под значения $\varphi(t - \frac{T}{2} - \tau)$, - массив А;

Δ_2 - объем памяти, отводимый под значения $\varphi(t - \tau)$, - массив В;

Н - шаг запоминания значений $\varphi(t)$ в процессе решения в массив С.

В процессе решения задачи Коши для уравнения (2) значения $\varphi(t - \frac{T}{2} - \tau)$ и $\varphi(t - \tau)$ в соответствующий момент времени берутся из массивов А и В, а результат интегрирования $\varphi(t)$ заносится в массив С длиной Δ_3 . Если шаг интегрирования меньше Н, то $\varphi(t - \frac{T}{2} - \tau)$ и $\varphi(t - \tau)$ вычисляются методом квадратичной интерполяции по соответствующим значениям массивов А и В.

Из равенства (3) видно - если $\frac{T}{2} N > \frac{\Delta}{4}$ и $\frac{T}{N} > \frac{\Delta}{4}$, то массивы А, В, С имеют длину $\Delta_3 = \frac{\Delta}{4}$, а решение задачи Коши для уравнения (1) может производиться на отрезке $[(k-1)\Delta_3 N, k\Delta_3 N]$, где $k = 1, 2, 3, \dots$. После решения задачи Коши на отрезке $[(k-1)\Delta_3 N, k\Delta_3 N]$ массив С заполняется значениями $\varphi(t)$ на этом отрезке, и для решения задачи Коши на отрезке $[k\Delta_3 N, (k+1)\Delta_3 N]$ необходимо произвести изменение массивов А, В и МБ (чтобы не хранить излишнюю информацию). Производится это следующим образом: первый подмассив МБ стирается, на его место записывается второй, на место второго - третий и т.д.; на место подмассива N МБ записывается массив С. После этого, используя массив на МБ, можно формировать массивы А и В в МЗУ.

Если $\frac{T}{N} < \frac{\Delta}{4}$, то длина массива В меньше Δ_3 . Для обеспечения нормальной работы процедуры численного решения уравнения (1) на отрезке $[(k-1)\Delta_3 N, k\Delta_3 N]$ необходимо с момента $(k-1)\Delta_3 N + \tau$ для получения значений $\varphi(t - \tau)$ использовать массив С. Для обеспечения такой возможности массивы В и С программно "склеиваются", то-есть объединяются в единый массив значений $\varphi(t)$ на отрезке $[(k-1)\Delta_3 N - \tau, k\Delta_3 N]$.

Если $\frac{T}{2} N < \Delta_3$, то происходит "склеивание" массивов А и В. Предельным случаем является "склеивание" всех массивов - А, В, С. В этом случае запись на МБ не производится, а подготовка массивов к численному интегрированию уравнения (1) на новом временном отрезке сводится к перемещению значений в объединенном массиве на величину Δ_3 (первые Δ_3 значений стираются до перемещения). В объединенном массиве запись $\varphi(t)$ в процессе

решения производится с элемента, имеющего номер $\frac{(T+\tau)}{H} + 1$.

Алгоритм программы состоит из следующих этапов (см. рис.1).

1. Подготовительные операции - определение N , Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 .
2. Задание начального множества и формирование массивов для метода Рунге-Кутты.
3. Решение задачи Коши на интервале $[(k-1)\Delta_3 H, k\Delta_3 H]$, где $k=1, 2, 3, \dots$
4. Перестраивание массивов на МБ и массивов А и В.
5. Переход к вычерчиванию графиков $\varphi(t)$ и $M(t)$ на графо-строителе "Вектор" при выполнении условия $t \geq T_{гр}$, где $T_{гр}$ - время начала построения графика, задаваемое программистом.
6. Возврат к этапу 3 при $t < T_{гр}$ или после построения участка графиков $\varphi(t)$, $M(t)$ на интервале $[(k-1)\Delta_3 H, k\Delta_3 H]$; $(k-1)\Delta_3 H \geq T_{гр}$.

Программа позволяет в процессе интегрирования:

- а - печатать все значения φ , $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$, M с шагом интегрирования на двух заданных программистом интервалах;
- б - печатать точки максимума и минимума по φ в заданном интервале;
- в - определять средние значения A_φ , φ , M на заданном интервале.

Программа написана на языке "Алгол - 60" для транслятора ТА-1М.

Шаг интегрирования Δt при расчете на ЭЦМ принимался как постоянным (равным $0,1 \cdot 10^{-4}$), так и переменным.

В качестве начального условия при решении уравнения (1) принималось:

$$\varphi\left(t - \frac{T}{2} - \tau\right) = 0 \quad \text{при} \quad \left(t - \frac{T}{2} - \tau\right) \leq 0$$

Результаты расчета выдавались на ЦПУ, после чего строились расчетные виброграммы, которые иллюстрировались графиками, полученными непосредственно с помощью графо-строителя. По этим данным определялись амплитуда A_φ , частота f колебаний и постоянная составляющая угла раскручивания $\varphi_{ном}$ в зависимости от изменения какого-либо параметра.

Решение дифференциально-разностного уравнения колебаний, выполненное с помощью ЭЦМ, и сопоставление его с экспериментальными данными показало, что разработанная математическая модель

[1] удовлетворительно описывает вибрационное движение сверла. Она позволяет выявить влияние обработки " по следу" и оценить уровень интенсивности вибраций в зависимости от различных параметров режима резания и характеристик упругой системы [3].

Л и т е р а т у р а

1. Бурмистров Е.В., Маркушин Е.М., Тарасов А.В. Крутильные колебания и их влияние на стойкость сверл малых диаметров при обработке жаропрочных и титановых сплавов. Материалы симпозиума " Прогрессивные конструкции сверл и их рациональная эксплуатация". Вильнюс, 1974.

2. Рубаник В.П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. М., "Наука", 1969.

3. Бурмистров Е.В., Маркушин Е.М., Тарасов А.В. Исследование динамики процесса сверления отверстий малых диаметров в деталях из жаропрочных и титановых сплавов. Межвузовский сборник " Исследование обрабатываемости жаропрочных и титановых сплавов", вып.4, КуАИ, 1976.

УДК 621.951.02:534.1

Е.В.Бурмистров, Е.М. Маркушин,
Е.Н. Воронов

ВЛИЯНИЕ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ИЗМЕНЕНИЕ ТОЛЩИНЫ СРЕЗАЕМОГО СЛОЯ

В работах [1], [2], [3] представлены математические модели автоколебательных процессов применительно к обработке деталей фрезерованием и точением. При этом основной причиной возникновения автоколебаний считается изменение толщины срезаемого слоя, вызванное поперечными колебаниями инструмента или детали.

В работе [4], где рассматриваются процессы сверления, предложена математическая модель крутильных колебаний сверл, при обработке которой учтено изменение толщины среза, связанное с крутильными колебаниями и вызванное удлинением или укорочением сверла при его угловых деформациях. Величина этих изменений определяется крутильной жесткостью сверл, углом их спирали и может характеризоваться коэффициентом деформации сверл δ .

В результате толщина среза, снимаемая режущими кромками сверла в данный момент времени, может быть выражена в виде