

4. исследования вибраций и быстроменяющихся сил при шлифовании.

### Литература

1. Быховский Ю.С. Тековихревые преобразователи для измерения перемещений. Автореферат кандидатской диссертации. Куйбышев, 1963.
2. Иорин Ю.И. "Виброметрия", 1963.
3. Бураго "Аппаратура для измерения параметров вибраций 1967.

УДК 621.951.02:539.371:534.1

Е.В.Бурмистров, Е.М.Маркушин, А.В.Тарасов

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИЙ, СОПРОВОЖДАЮЩИХ ПРОЦЕСС СВЕРЛЕНИЯ ОТВЕРСТИЙ МАЛЫХ ДИАМЕТРОВ (РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ) АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПРИ СВЕРЛЕНИИ)

Сверло, представляющее собой естественно закрученный стержень сложной формы и сечения, под воздействием крутящего момента и осевой силы в процессе резания испытывает угловые и продольные деформации. В связи с наличием винтовой спирали эти деформации взаимосвязаны и взаимообусловлены. Так, под действием момента резания сверло испытывает деформацию кручения при этом угол его спирали  $\omega$  уменьшается, что вызывает удлинение сверла. Под действием осевой силы сверло испытывает деформацию сжатия, что, в свою очередь, приводит к угловым перемещениям сечений сверла, в результате чего угол спирали  $\omega$  увеличивается.

В процессе сверления момент резания не остается постоянным: его изменения могут быть вызваны неоднородностью обрабатываемого материала, биением сверла, неравномерностью процесса стружкообразования, особенно в момент врезания поперечной кромки и другими факторами. Это обуславливает зарождение крутильных колеба-

ний сверла. С появлением крутильных колебаний возникают периодические изменения толщины среза, вызванные удлинением и укорочением сверла при его угловых деформациях. Изменение толщины среза обеспечивает соответствующее изменение момента резания и способствует установлению автоколебательного процесса.

Немаловажную роль в развитии автоколебаний играет также волнообразный след на поверхности резания, оставленный "предыдущей" режущей кромкой сверла и обусловленный крутильными колебаниями сверла в течение предшествующей половины оборота.

Сказанное поясняется схемой, представленной на рис. I.

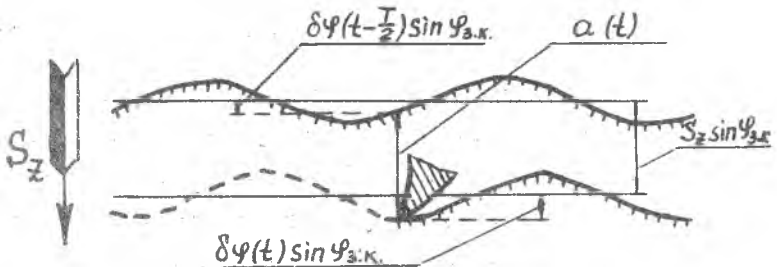


Рис. I. Влияние крутильных колебаний сверла и следа на поверхности резания на толщину среза

На этой схеме:

$S_z$  - номинальное значение подачи сверла за время его поворота на  $180^\circ$ ;

$\delta$  - коэффициент депланации, устанавливающий связь между угловой и продольной деформациями сверла;

$\psi_{3,k}$  - угол заборного конуса;

$a(t)$  - толщина среза, снимаемая режущей кромкой сверла в данный момент времени  $t$ ;

$\delta\psi(t) \sin \psi_{3,k}$  - изменение толщины среза, вызванное удлинением или укорочением сверла при его крутильных колебаниях;

$\delta\psi(t - \frac{T}{2}) \sin \psi_{3,k}$  - изменение толщины среза с учетом вибрационного следа оставленного на поверхности резания "предыдущей" режущей кромкой;

$T$  - время одного оборота сверла.

На основании схемы фактическая толщина среза, снимаемая режущей кромкой сверла в данный момент времени  $t$ , может быть представлена в виде

$$a(t) = [s_z + \delta \cdot \psi(t) - \delta \cdot \psi(t - \frac{T}{2})] \sin \psi_{3.к.} \quad (I)$$

При этом угловая деформация  $\psi(t)$  считается положительной, если она направлена в направлении действия момента резания  $M$ , следовательно, приводит к удлинению сверла, то есть к большему его врезанию в обрабатываемый материал.

Для математического описания крутильных колебаний сверла в данной работе используется нелинейное дифференциально-разностное уравнение второго порядка.

В соответствии с принципом Даламбера условие равновесия сверла (рис.2) можно записать в виде

$$\bar{M}_{ин} + \bar{M}_{демп} + \bar{M}_{упр} + \bar{M}_{рез} = 0 \dots \dots (2)$$

или

$$J \frac{d^2 \psi(t)}{dt^2} + \eta_0 \frac{d\psi(t)}{dt} + c\psi(t) = M_{рез.}, \quad (3)$$

- где  $J$  - приведенный полярный момент инерции сверла;  
 $\eta_0$  - обобщенный коэффициент демпфирования;  
 $c$  - коэффициент жесткости, приведенный к режущей части сверла.

Правая часть уравнения (3) на основе закона об удельной силе резания [ I ] и с учетом (I) может быть представлена в виде оператора

$$M_{рез} = \begin{cases} K \frac{D^2}{4} \cdot \frac{1}{\sin^4 \psi_{3.к.}} [s_z + \delta \psi(t) - \delta \psi(t - \frac{T}{2})]^{1-n} \\ \quad \text{при } [s_z + \delta \psi(t) - \delta \psi(t - \frac{T}{2})] > 0 \\ 0, \text{ при } [s_z + \delta \psi(t) - \delta \psi(t - \frac{T}{2})] \leq 0, \end{cases} \quad (4)$$

- где  $K$  и  $n$  соответственно коэффициент и показатель степени в формуле удельной силы резания;  
 $D$  - диаметр сверла .

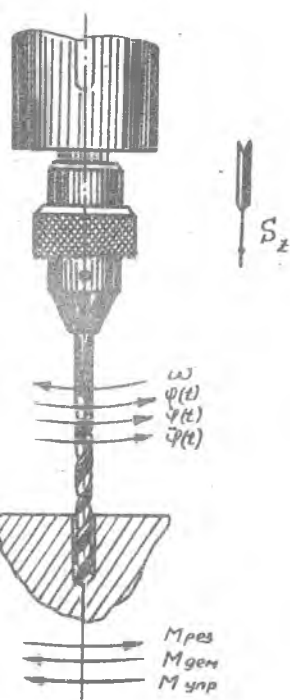


Рис.2. Схема процесса сверления

Решение нелинейного дифференциально-разностного уравнения второго порядка, определяемого выражениями (3) и (4), было выполнено на ЭЦМ БЭСМ-4. При этом часть данных, необходимых для расчета, определялась путем специально поставленных экспериментов по исследованию сил резания, декремента затухания и деформации сверл. Результаты расчета и их сопоставление с экспериментальными данными характеризуются виброграммами, представленными на рис.3. Экспериментальные виброграммы были получены путем применения скоростной кинокамеры СКК-М по разработанной авторами методике [2]. Из сопоставления приведенных виброграмм следует, что расчетная виброграмма достаточно хорошо отражает вибрационное движение сверла. Это свидетельствует о правомерности рассмотренных физических и математических представлений о механизме возникновения и развития крутильных колебаний сверл.

Для условий, приведенных на рис.3, частота и двойная амплитуда колебаний как по расчетным, так и по экспериментальным данным составляют:

$f = 1000$  гц;  $2 A \varphi \cong 1^\circ$ . Отличие экспериментальных виброграмм от расчетных проявляется в несколько меньшем значении угла  $\varphi_{ст}$ , относительно которого происходят колебания, и в наличии низкочастотных колебаний с частотой  $f_1 = 37 + 38$  гц. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что соотношение между частотой этих колебаний и числом оборотов шпинделя станка за одну секунду составляет  $3 \pm 1$  и сохраняется постоянным для различных скоростей вращения сверла. Это, по-видимому, объясняется неравномерной нагрузкой главных режущих кромок вследствие искажения формы поперечного сечения обрабатываемого отверстия в виде огранки.

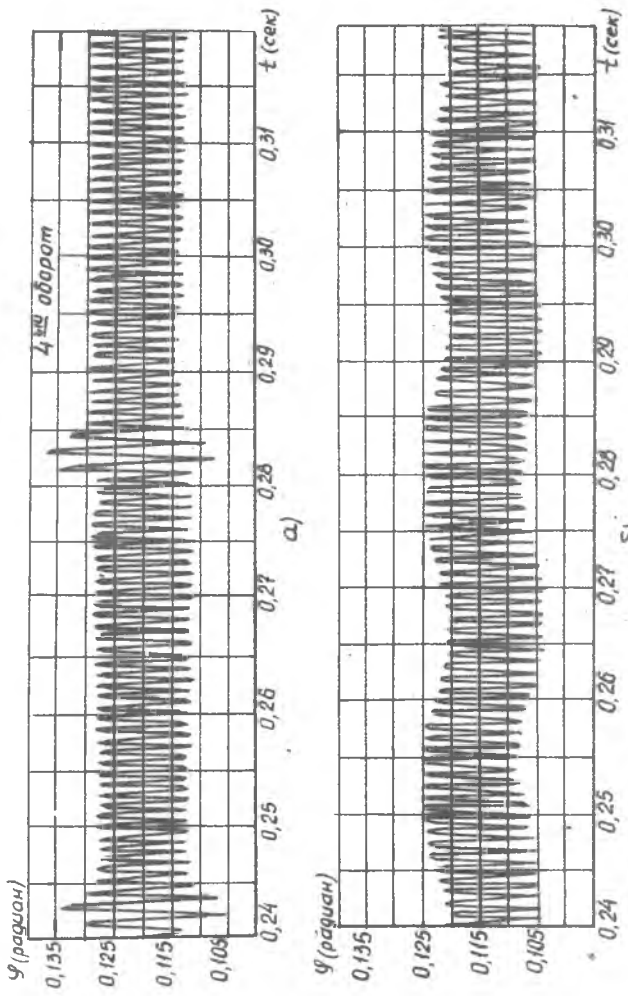


Рис. 3. Эмбродграммы кругильных колебаний овард  $\varnothing 3,2$  мм при обработке титанового сплава ОТ4: а) расчетная; б) экспериментальная  $J = 0,573 \cdot 10^{-4}$  кГммсек<sup>2</sup>/рад;  $T = 0,08$  сек /  $v = 7,0$  м/мин /  $D = 3,2$  мм;  $\delta = 0,41$  мм/рад;  $S_2 = 0,029$  мм;  $C = 974$  кГмм/рад  $\zeta_0 = \begin{cases} 0,03 & \text{при } 0 \leq |\dot{y}| \leq 50 \text{ рад/сек} \\ 1,0 & \text{при } |\dot{y}| > 50 \text{ рад/сек} \end{cases}$

Как показали исследования [3], появление огранки связано с поперечными перемещениями вершины сверла под действием неуравновешенных радиальных сил и выражается в том, что поперечные сечения образующегося отверстия представляют собой фигуры, приближенно подобные криволинейным треугольникам, пятиугольникам,

Если представить, что в рассматриваемом случае поперечное сечение обрабатываемого отверстия представляет собой некоторый криволинейный треугольник, а это подтверждается непосредственными измерениями, то в течение одного оборота сверла будет наблюдаться трехкратное изменение нагрузки, вызванное неравномерностью снимаемого припуска. Это и является причиной появления вынужденных низкочастотных колебаний с частотой, в три раза превосходящей число оборотов сверла.

Таким образом, предложенная математическая модель колебательного процесса, в виде нелинейного дифференциально-разностного уравнения, с достаточной для практических целей точностью позволяет выявить влияние обработки "по алему" и оценить уровень интенсивности вибраций в зависимости от различных параметров режима резания и характеристик упругой системы.

Для определения степени влияния различных технологических параметров на интенсивность крутильных колебаний, которые, как известно [4], оказывают отрицательное воздействие на прочность и стойкость сверл, можно воспользоваться выражением квадратичного интегрального критерия качества переходного процесса

$$\mathcal{L} = \int_0^{\infty} \psi^2(t) dt. \quad (5)$$

При этом предполагается, что решение  $\psi(t)$ ,  $t > 0$  дифференциально-разностного уравнения, определенного равенствами (3) и (4), асимптотически устойчивое. Однако непосредственное вычисление интеграла (5) достаточно сложно в связи с высокой частотой вибрационных движений сверла.

Для упрощения задачи, в первом приближении можно заменить нелинейное уравнение линейным, положив в равенстве (4)  $\mu = 0$ .

$$J \frac{d^2 \psi(t)}{dt^2} + 2c_0 \frac{d\psi(t)}{dt} + c\psi(t) = A \left[ S_2 + \delta\psi(t) - \delta\psi\left(t - \frac{T}{2}\right) \right],$$

где  $A = \frac{K\psi^2}{4}$ .

Кроме того, для сверх малых диаметров (1,0+ 3,0 мм) можно пренебречь величиной момента сил инерции. Как показывают расчеты, величина этого момента по сравнению с моментами других сил в равенстве, определенном принципом Даламбера, составляет не более 10+15%.

С учетом принятых упрощений получим следующее дифференциально-разностное уравнение

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{c}{z_0} y(t) = \frac{A \cdot \delta}{z_0} \frac{S_z}{\delta} + y(t) - y(t-\tau), \quad (6)$$

где  $\tau = \frac{T}{2}$ ,

Вводя новую переменную  $x(t)$  и приняв

$$y(t) = x(t) + \frac{AS_z}{c},$$

уравнение (6) запишем в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{c}{z_0} x(t) = \frac{A\delta}{z_0} [x(t) - x(t-\tau)] \quad (7)$$

или

$$\frac{dx(t)}{dt} = p \cdot x(t) + q x(t-\tau), \quad (8)$$

где  $p = \frac{A\delta - c}{z_0}$ ;  $q = -\frac{A\delta}{z_0}$ .

Уравнению (8) соответствует характеристический квазиполином

$$\Delta(\lambda) = \lambda - p - qe^{-\lambda\tau} = 0. \quad (9)$$

Тогда, выбрав начальное возмущение уравнения (8) в виде

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\tau \leq t < 0 \\ 1 & \text{при } t = 0 \end{cases},$$

в соответствии с [5] получим

$$\mathcal{L} = -\sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{1}{\Delta'(\lambda_i) \Delta'(\lambda_j) (\lambda_i + \lambda_j)}, \quad (10)$$

где  $\Delta'(\lambda_i)$  - производная от  $\Delta(\lambda)$  по  $\lambda$  при  $\lambda = \lambda_i$ , а  $\lambda_i$  - нули квазиполинома  $\Delta(\lambda)$ , расположенные в порядке убывания действительных частей.

Суммируя ряды справа в (10), получим [5]

$$L = \frac{1}{2\beta} \left[ \frac{\beta - p}{\beta + p + qe^{p\tau}} + \frac{\beta + p}{-\beta + p + qe^{-p\tau}} \right], \quad (11)$$

где  $\beta = \sqrt{p^2 - q^2}$

или

$$L = \frac{1}{2\beta} \frac{4p\beta + 2q\beta \operatorname{ch} p\tau + 2pq \operatorname{sh} p\tau}{(\beta + p + qe^{p\tau})(-\beta + p + qe^{-p\tau})}. \quad (12)$$

Если  $C > 2A\delta$ , что соответствует условиям, приведенным на рис. 3, то коэффициент  $\beta$  квадратичного интегрального критерия  $L$  действителен и для обычно применяемых угловых скоростей шпинделей станков ( $n < 30$  об/сек) может быть представлен в виде

$$L_1 = \frac{p + \beta}{2\beta(p - \beta)}. \quad (13)$$

Если  $C > 2A\delta$ , что может иметь место при увеличении вылета сверла, то квадратичный интегральный критерий устойчивости процесса сверления принимает вид

$$L_2 = \frac{\beta(p + q \cos p\tau) + p(\beta + q \sin p\tau)}{\beta[(p + q \cos p\tau)^2 + (\beta + q \sin p\tau)^2]}, \quad (14)$$

где  $\beta = \sqrt{q^2 - p^2}$ .

Критерии (13) и (14) после подстановки в них значений  $p$ ,  $q$  и  $\beta$  могут быть использованы для оценки влияния свойств обрабатываемого материала, режимов резания, геометрических и конструктивных параметров режущего инструмента и других технологических факторов на устойчивость движения, от чего, в конечном счете, зависит стойкость и прочность сверла и качество обработки.

Определяя условия минимума выражений (13) и (14), можно рекомендовать такие параметры процесса, которые обеспечивали бы



оптимальный, в отношении виброустойчивости, режим обработки.

Так, после подстановки значений  $\beta$  и  $\beta$  выражение (13) будет иметь вид

$$L_1 = \frac{[A\delta - c + \sqrt{c(c - 2A\delta)}] \cdot b_0}{2\sqrt{c(c - 2A\delta)} [A\delta - c - \sqrt{c(c - 2A\delta)}]} \quad (15)$$

Анализируя это выражение, можно сделать вывод, что процесс сверления будет тем более устойчив, чем выше жесткость сверла и чем меньше коэффициент  $K$ , зависящий от свойств обрабатываемого материала, геометрии инструмента и скорости резания.

Сказанное подтверждается данными, приведенными на рис. 4.

В тех случаях, когда пренебречь влиянием момента сил инерции на вибрационное движение сверла не представляется возможным, квадратичный критерий может быть записан следующим образом [5].

$$L = \frac{1}{2(K_2^2 - K_1^2)} \frac{m_1(n_1 \operatorname{sh} K_1 \tau + l_1 \operatorname{ch} K_1 \tau)}{z^2 + n_1 \operatorname{ch} K_1 \tau + l_1 \operatorname{sh} K_1 \tau} - \frac{m_2(n_2 \operatorname{sh} K_2 \tau + l_2 \operatorname{ch} K_2 \tau)}{z^2 + n_2 \operatorname{ch} K_2 \tau + l_2 \operatorname{sh} K_2 \tau} \quad (16)$$

где

$$m_i = \frac{1}{2K_i}; \quad n_i = z(K_i^2 + q); \quad l_i = K_i \rho \cdot z, \quad (i=1, 2);$$

$$K_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \rho^2 - 2q \pm \sqrt{(\rho^2 - 2q)^2 - 4(q - z^2)} \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\rho = \frac{b_0}{J}; \quad q = \frac{c - A\delta}{J}; \quad z = \frac{A\delta}{J}.$$

Анализируя выражение (16) с использованием электромеханических машин, можно выявить влияние технологических параметров и характеристик упругой системы на виброустойчивость сверла для более широкой области применения этого вида механической обработки.

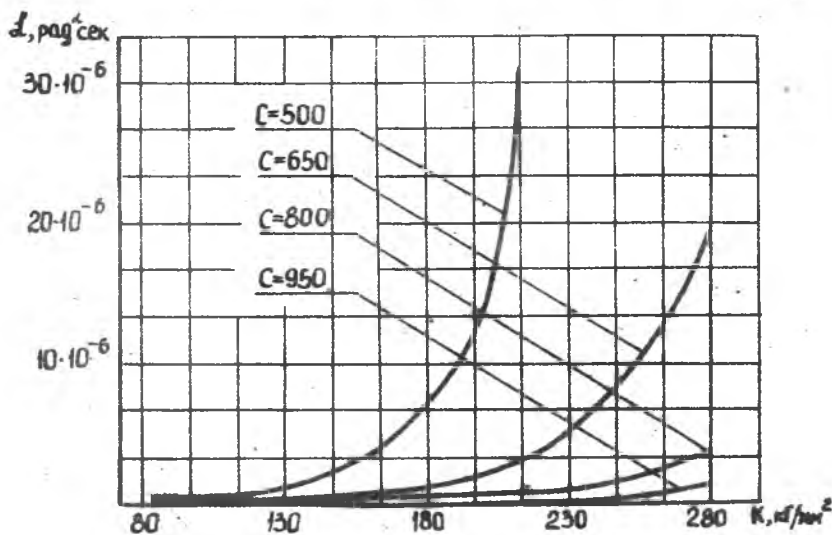
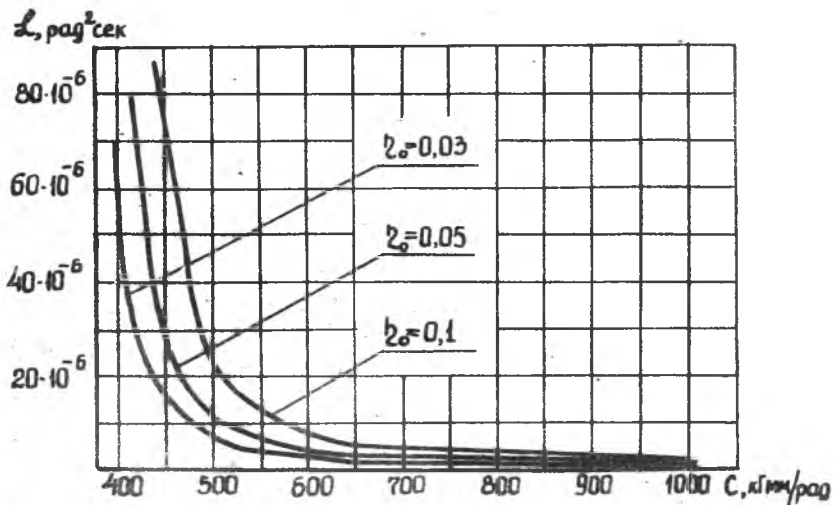


Рис.4. Влияние жесткости и коэффициента К на виброустойчивость процесса сверления

Литература

1. Резников Н.И. Учение о резании металлов. Машиз, 1947.
2. Бурмистров Е.В., Тарасов А.В. Исследование деформаций и крутильных колебаний сверл при обработке жаропрочных и титановых сплавов. "Резание и инструмент", вып. 5. Изд. Харьковского университета, Харьков, 1972.
3. Олейников И.И. Формообразование отверстий при сверлении высокомарганцовистых сталей. Автореферат диссертации, Ленинград, 1973.
4. Васильев Д.Т. Теоретические основы сверления спиральными сверлами и оптимальные условия для сверления жаропрочных материалов. Сб. "Спиральные сверла". НИИМАШ. Москва, 1966.
5. Маркушин Е.М. Оптимальные системы автоматического регулирования с запаздыванием по времени. Изд. Саратовского университета, 1971.