

ЖЕСТКОСТЬ И ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ СПИД

Е.М. Маркушин, Л.Л. Саввин, А.П.Котельников

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОСАДОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ

Надежность, долговечность и точность современных машин и приборов в значительной степени зависят от процессов, протекающих в зоне контакта сопряженных деталей.

Физико-механические свойства, рельеф поверхности, обусловленный характером обработки, оказывают существенное влияние на контактную жесткость и формирование фактической площади касания деталей.

Теоретические работы по расчету жесткости и фактической площади контакта основаны на моделировании поверхности в виде тел, имеющих правильную геометрическую форму. Для пары контактирующих выступов используются уравнения теории упругости и пластичности. Обжатие деталей, даже при очень больших нагрузках, не приводит к значительному изменению рельефа их поверхностей, что подтверждает предположение [1] о вдавливании выступов в упругую плоскость, на которой они расположены. В этом случае для пары контактирующих выступов, условно изображенных в виде цилиндра с радиусом основания R (рис.1), можно применить известное уравнение [2]

$$P = \frac{ER\alpha}{1,1(1-\mu^2)}, \quad (1)$$

где P - сжимающая сила;
 E - модуль упругости материала;
 R - радиус основания выступа;
 μ - коэффициент Пуассона;

$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ - сближение контактирующих тел.

В принятой схеме контактирования единичной пары микронеровностей форма самих выступов не оказывает влияния на величину их вдавливания в плоскость, поэтому результаты дальнейших расчетов справедливы для сфер, цилиндров, усеченных конусов и пирамид, имеющих одинаковую площадь основания.

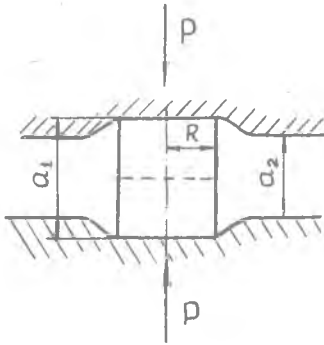


Рис.1. Модель вдавливания выступов в упругую плоскость

Минимальный зазор двух контактирующих тел равен максимальной высоте выступов

$$a^* = h_{\max} \quad (3)$$

Рассмотрим поверхность, для которой волны или выступы неровностей имеют вид системы подобных штампов разной высоты и радиуса. Введем случайную векторную величину \bar{z}_i - характеристику одиночного выступа с номером i (рис.2)

$$\bar{z}_i = f(R_i, h_i), \quad (2)$$

где R_i - радиус одиночного выступа;

h_i - высота одиночного выступа.

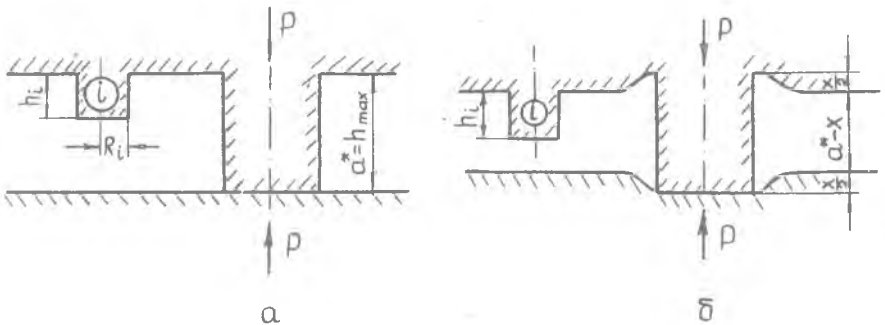


Рис.2. Схема контактирования поверхностей:
а - $P=0$; б - $P \neq 0$

Пусть под действием силы P произошло относительное смещение контактирующих поверхностей от положения начального контакта. Тогда смещение a_i для каждого выступа h_i может быть найдено по уравнению

$$a_i = h_i - (a^* - x) = h_i + x - a^*, \text{ если } h_i + x - a^* > 0 \quad (4)$$

$$\text{и } a_i = 0, \text{ если } h_i + x - a^* \leq 0. \quad (4a)$$

Обе формулы (4), (4a) можно объединить в одну

$$a_i = (h_i + x - a^*) \eta(h_i + x - a^*), \quad (5)$$

где $\eta(h_i + x - a^*) = \eta(y)$ - единичная функция

$$\eta(y) = \begin{cases} 1, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Из условия равновесия можно найти связь между смещением X и усилием P

$$P = \sum \frac{P_i}{V_i} = \frac{E}{1,4(1-\mu^2)} \sum \frac{R_i}{V_i} a_i \eta(a_i). \quad (7)$$

Эта формула точно описывает связь между смещением X и усилием P , но характер вхождения в контакт с упругой плоскостью каждого штампа с номером i остается неизвестным. Пусть случайная величина \bar{z} имеет распределение нормального вида [3]

$$f(R, h) = \frac{1}{2\pi \sigma_R \sigma_h \sqrt{1-r^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{(R-\bar{R})^2}{\sigma_R^2} - \frac{2r(R-\bar{R})(h-\bar{h})}{\sigma_R \sigma_h} + \frac{(h-\bar{h})^2}{\sigma_h^2} \right] \right\} \quad (8)$$

В выражении (7) сумму можно заменить двойным интегралом Лебега-Стилтьеса [4] вида

$$\sum \frac{R_i}{V_i} a_i \eta(a_i) = \iint_{\bar{z}} R(h+x-a^*) f(R, h) dR dh, \quad (9)$$

где область \bar{z} имеет вид, представленный на рис.3.

Область интегрирования зависит от смещения X , но граница области никогда не приблизится к началу координат, так как при смыкании поверхностей с дальнейшим увеличением нагрузки смещение практически больше не растет.

Площадь фактического контакта может быть найдена с достаточной точностью по формуле

$$F_{\text{ф}} = \pi \sum \frac{R_i^2}{V_i} \eta(a_i) = \pi \iint_{\bar{z}} R^2 f(R, h) dR dh. \quad (10)$$

После вычисления интеграла (9) формула (7) дает связь усилия P со смещением X , если известны характеристики рельефа поверхности:

$$P = P(a^*, \bar{R}, \bar{h}, \sigma_R, \sigma_h, r, \mu, E, X). \quad (11)$$

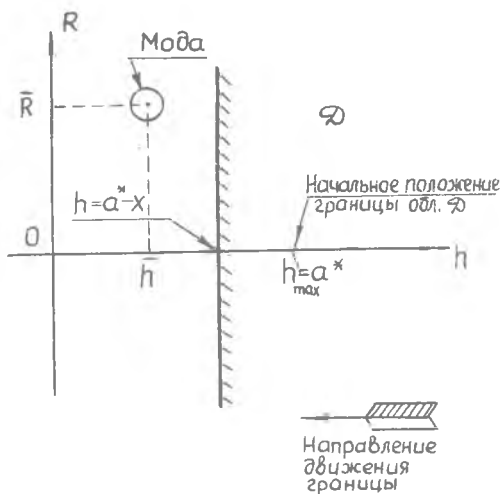


Рис.3. Область интегрирования

Первые 6 параметров характеризуют вид обработки, а последние 7 и 8-й - материал контактирующихся тел. Поэтому при данной обработке и данном материале можно считать, что

$$p = p(x).$$

С другой стороны, для тех же условий

$$F_{\varphi} = F_{\varphi}(x).$$

Следовательно, для заданного материала при определенных условиях обработки контактное напряжение определится как

$$q = \frac{p}{F_{\varphi}} = q(x) \quad (12)$$

Формула (12) с учетом (7), (9) и (10) позволяет рассчитывать контактные напряжения в соединениях деталей, если известны геометрические параметры их поверхностей и величина контактного сближения деталей.

Л и т е р а т у р а

1. Медведев Л.П. Исследование контактной жесткости металлорежущих станков. Автореферат докторской диссертации, Горьковский политехнический институт, 1965.
2. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М., "Высшая школа", 1968.
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., "Наука", 1965.
4. Шилов Г.Е. Математический анализ. М., Государственное изд-во физико-математической литературы, 1960.