

УДК 621.923.1:536.5

В.А.Барвинок, Ф.П.Урвынский

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ  
В ДЕТАЛЯХ С УЧЕТОМ РАЗРЫВНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Температуры, возникающие в зоне контакта шлифовального круга с изделием, оказывают решающее влияние на качество обработанной поверхности и режущие свойства кругов. Поэтому в последние годы изучению температурных полей при шлифовании уделяется большое внимание. Существующие методы расчета температур при шлифовании пока еще не дают решений, которые бы одновременно учитывали влияние охлаждения и тепловые потери в направлении движения детали.

В настоящей работе дается решение задачи для двумерного поля с учетом охлаждения и теплопереноса в направлении движения детали. Задача решена с помощью метода разделения функции комплексного переменного.

Решение задачи рассмотрено на примере круглого наружного шлифования с охлаждением, для которого на основании работ [1-5] и наших исследований можно принять следующие допущения:

1. Тепловой поток в зоне шлифования равномерно распределен по длине дуги контакта круга с изделием и постояен во времени;

2. Влияние теплопереноса в направлении продольной подачи стола пренебрежимо мало, так как  $S_{np} \ll V_{уз}$  ;

3. Теплофизические параметры обрабатываемых материалов и шлифовальных кругов считать постоянными и равными средним значениям для определенного интервала температур.

На основании того, что при круглом наружном шлифовании с охлаждением величина  $(\frac{y_{\max}}{R})^2 \ll 1$ , вводим ортогональные координаты  $(X_I, Y_I)$ , где точка  $O$  жестко связана с некоторой точкой детали (то есть система координат  $X_I O Y_I$  - подвижная). Здесь  $y_{\max}$  - максимальная глубина прогрева,  $R$  - радиус детали. Указанная замена координат дает погрешность в нашем случае не более 0,5%.

Исходя из принятых допущений, была сформулирована задача: на поверхности детали радиуса  $R$  действует непрерывный источник постоянной интенсивности  $q$  и конечной длины, равной длине дуги контакта круга с изделием  $l$ . На остальном участке поверхности детали происходит вынужденный конвективный теплообмен. Требуется найти распределение температуры по поверхности и глубине детали.

Уравнение теплопроводности для подвижной системы координат будет иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_I^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y_I^2} \right),$$

где  $T$  - температура детали, в  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\tau$  - время;  $\alpha$  - коэффициент температуропроводности.

Рассмотрим другую систему координат -  $X, Y$ . Начало этой системы поместим в некоторой точке в зоне контакта и тогда новая система координат будет неподвижной, а температурное поле (на основании принятых допущений) - стационарным, то есть независимым от  $\tau$ .

Связь между подвижной и неподвижной системами координат определяется по уравнениям

$$\begin{aligned} X &= X_I + V \tau \\ Y &= Y_I \end{aligned}$$

где  $V$  - скорость перемещения детали. Тогда дифференциальное уравнение в неподвижной системе координат запишется в виде

$$V \frac{\partial T}{\partial X} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \quad (I)$$

а задачу (в силу малости  $\frac{y_{\max}}{R}$ ) можно интерпретировать как нагрев полубесконечной плоскости, движущейся со скоростью  $V$  в положительном направлении оси  $X$ , бесконечной системой источников тепла, размещенных на расстоянии  $2\pi R$  друг от друга.

Схема тепловых потоков на поверхности детали представлена на рис. I. Граничные условия на основании перечисленных допущений будут иметь вид

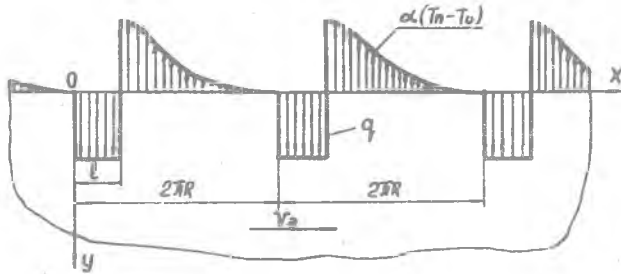


Рис. I. Схема тепловых потоков

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = q, \quad 0 \leq x \leq l \quad (2)$$

при

$$\left[ -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \alpha(T - T_0) \right]_{y=0} = 0 \quad l < x \leq 2TR,$$

где  $q$  - удельный тепловой поток в деталь в контактной зоне,  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности детали;  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи;  $T_0$  - температура среды, принятая равной  $20^\circ\text{C}$ ;  $l$  - длина дуги контакта круга с изделием;  $2TR$  - длина окружности детали;  $R$  - радиус обрабатываемой детали.

Величина  $q$  находится с помощью калориметрования или расчетным путем по формулам, приведенным в работе [2]. Коэффициент  $\alpha$  берется по данным [2, 4].

Введем безразмерные величины

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{R}, \quad \bar{y} = \frac{y}{R}, \quad \delta = \frac{l}{R}, \quad \bar{q} = \frac{R \cdot q}{\lambda \cdot T_0}, \quad K = \frac{\alpha \cdot R}{\lambda}.$$

Тогда (1) и (2) представятся как

$$Pe \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=0} = \bar{q} \quad \text{при } 0 \leq \bar{x} \leq \delta \quad (4)$$

$$\left[ -\frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} + k\theta \right]_{\bar{y}=0} = 0 \quad \text{при } \delta < \bar{x} \leq 2\tau.$$

В уравнении (3)  $Pe = \frac{v \cdot R}{\alpha}$  число Пекле.

Частное решение дифференциального уравнения (3) будем искать в виде

$$\theta = \exp(\alpha_n \bar{y} + i n \bar{x}), \quad (5)$$

где  $\alpha_n$  - комплексное число,  $n = \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$

Подставляя (5) в (3), получим уравнение для определения  $\alpha_n$ , решая которое имеем

$$\beta_n = -\sqrt{\frac{n^2}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{Pe}{n}\right)^2} + 1 \right]} \quad (6)$$

$$\gamma_n = -\frac{n Pe}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{n^2}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{Pe}{n}\right)^2} + 1 \right]}} \quad (7)$$

где  $\beta_n$  и  $\gamma_n$  - действительные числа.

Общее решение дифференциального уравнения (3) можно записать в форме

$$\theta(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(\alpha_n \bar{y} + i n \bar{x}), \quad (8)$$

где  $A_n$  - постоянная (в общем случае комплексная), определяемая из граничных условий (4).

Распределение температуры будет выражаться действительной частью уравнения (8)

$$\theta(\bar{x}, \bar{y}) = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(\alpha_n \bar{y} + i n \bar{x}), \quad (9)$$

где  $\text{Re}$  - действительная часть комплексного числа.

После подстановки (6) и (7) в (9) и замены суммирования от  $-\infty$  до  $+\infty$  суммированием от 1 до  $\infty$ , получим решение дифференциального уравнения (3) в виде

$$\Theta(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{\beta_n \bar{y}} [C_{1n} \cos(\gamma_n \bar{y} + n\bar{x}) + C_{2n} \sin(\gamma_n \bar{y} + n\bar{x})],$$

где  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  - постоянные действительные коэффициенты.

Они находятся из граничных условий (4) с помощью разложения периодической функции  $\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=0}$  в ряд Фурье в комплексной форме и определяются из системы уравнений:

$$\begin{cases} C_{1m} = \Pi_{1m} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} A_{mn} + C_{2n} B_{mn}) \\ C_{2m} = \Pi_{2m} - \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} D_{mn} - C_{2n} E_{mn}) \end{cases} \quad (10)$$

где  $m = 1, 2, 3, 4 \dots$

$$\Pi_{1m} = \frac{q}{2\pi m} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} [\gamma_m (1 - \cos m\delta) - \beta_m \sin m\delta]$$

$$\Pi_{2m} = \frac{q}{2\pi m} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} [\beta_m (\cos m\delta - 1) - \gamma_m \sin m\delta]$$

$$A_{mn} = \begin{cases} \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left\{ \gamma_m \left[ \frac{1 - \cos(m-n)\delta}{m-n} + \frac{1 - \cos(m+n)\delta}{m+n} \right] - \beta_m \left[ \frac{\sin(m+n)\delta}{m+n} + \frac{\sin(m-n)\delta}{m-n} \right] \right\} & (m \neq n) \\ \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left[ \gamma_m \frac{\sin^2 m\delta}{m} - \beta_m \left( \frac{\sin 2m\delta}{2m} + \delta - 2\pi \right) \right] & ; \end{cases}$$

$$B_{mn} = \begin{cases} \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left\{ \beta_m \left[ \frac{1 - \cos(m-n)\delta}{m-n} - \frac{1 - \cos(m+n)\delta}{m+n} \right] + \gamma_m \left[ \frac{\sin(m-n)\delta}{m-n} - \frac{\sin(m+n)\delta}{m+n} \right] \right\} & (m \neq n) \\ \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left[ \gamma_m \left( \delta - 2\pi - \frac{\sin 2m\delta}{2m} \right) - \beta_m \frac{\sin^2 m\delta}{m} \right] & (m=n) \end{cases}$$

$$\mathcal{D}_{mn} = \begin{cases} \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left[ \gamma_m \left[ \frac{\sin(m+n)\delta}{m+n} + \frac{\sin(m-n)\delta}{m-n} \right] + \beta_m \left[ \frac{1 - \cos(m-n)\delta}{m-n} + \frac{1 - \cos(m+n)\delta}{m+n} \right] \right] & (m \neq n) \\ \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left[ \gamma_m \left( \frac{\sin 2m\delta}{2m} + \delta - 2\pi \right) + \beta_m \frac{\sin^2 m\delta}{m} \right] & (m=n) \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_{mn} = \begin{cases} \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left\{ \gamma_m \left[ \frac{1 - \cos(m-n)\delta}{m-n} - \frac{1 - \cos(m+n)\delta}{m+n} \right] - \beta_m \left[ \frac{\sin(m-n)\delta}{m-n} - \frac{\sin(m+n)\delta}{m+n} \right] \right\} & (m \neq n) \\ \frac{K}{2\pi} \cdot \frac{1}{\beta_m^2 + \gamma_m^2} \left[ \beta_m \left( \frac{\sin 2m\delta}{2m} + 2\pi - \delta \right) - \gamma_m \frac{\sin^2 m\delta}{m} \right] & (m=n) \end{cases}$$

Значения коэффициентов  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  будем искать методом последовательного приближения, для чего систему (IO) представим в виде

$$\begin{aligned} C_{1m}^{(L)} &= \Pi_{1m} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n}^{(L-1)} \cdot A_{mn} + C_{2n}^{(L-1)} \cdot B_{mn}) \\ C_{2m}^{(L)} &= \Pi_{2m} - \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n}^{(L-1)} \cdot \mathcal{D}_{mn} - C_{2n}^{(L-1)} \cdot \mathcal{E}_{mn}), \end{aligned} \quad (II)$$

где верхний индекс  $L$  означает номер приближения. Так как величина  $\delta$  очень мала, то для того, чтобы начать процесс последовательного приближения, в качестве нулевого приближения можно взять коэффициенты, соответствующие точечному источнику  $\delta \rightarrow 0$ , то есть

$$C_{1m}^{(0)} = -\frac{\bar{q}\delta}{\pi} \cdot \frac{\beta_m}{\beta_m^2 + \gamma_m^2}, \quad C_{2m}^{(0)} = -\frac{\bar{q}\delta}{\pi} \cdot \frac{\gamma_m}{\beta_m^2 + \gamma_m^2}$$

Подставляя найденные значения  $C_{1m}^{(0)}$  и  $C_{2m}^{(0)}$  в правую часть системы (II), находим коэффициенты первого приближения. Затем, подставляя найденные коэффициенты первого приближения в правую часть этой системы, находим коэффициенты второго приближения и т.д. до тех пор, пока не достигнем требуемой точности. Последние и будут являться искомыми коэффициентами нашего решения.

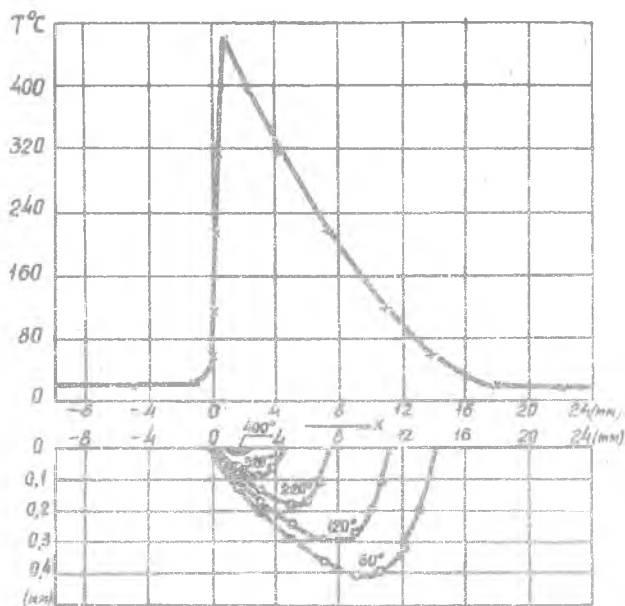


Рис. 2. Температурное поле в детали при круглом наружном шлифовании с охлаждением.

а) распределение температуры по поверхности детали,  
 б) распределение температуры по глубине детали. (Обрабатываемый материал ЭИ643. Круг АСО12-Б4-100. Режим шлифования:  $V_{кр} = 26$  м/сек,  $V_{изг} = 46$  м/мин,  $S_{пр} \approx 0,5$  м/мин,  $t = 0,01$  мм/прох. Охлаждение - 3%-ый раствор эвдомасляной эмульсии).

Предложенная методика расчета позволяет найти максимальную температуру детали в зоне контакта круга с изделием и ее распределение по поверхности и глубине.

В работе были рассчитаны температурные поля в деталях на ЭИМ "Урал-2" с заданной точностью 0,05% для различных условий шлифования высокопрочных сталей. Один из вариантов расчета представлен на рис. 2.

Для оценки точности предлагаемого метода проводилось экспериментальное определение температур с помощью закладных и приваренных посредством конденсаторной сварки термомпар. В качестве регистрирующего прибора применялся электронный осциллограф С1-19Б. Результаты исследований показали, что максимальные температуры детали в зоне контакта круга с изделием, полученные теоретическим и экспериментальным путем, хорошо согласуются. Разница не превышает 8%.

Установлено, что охлаждение поливом при расходе жидкости 2,5-5 л/мин не оказывает заметного влияния на максимальную температуру детали в зоне шлифования. Однако, глубина нагрева детали при работе с охлаждением в зависимости от условий шлифования уменьшается примерно в 1,4-1,6 раза.

Заметное влияние охлаждение оказывает и на распределение температуры по поверхности детали. При работе с охлаждением элемент детали, выйдя из зоны контакта круга с изделием, за время одного оборота детали охлаждается до температуры окружающей среды, тогда как при работе без охлаждения он не успевает охладиться за это время.

Результаты теоретического расчета и экспериментального исследования температурных полей показали, что на максимальную температуру детали в зоне шлифования и распределение температуры по поверхности и глубине изделия значительное влияние оказывает мощность теплового источника и скорость его перемещения. Увеличение глубины шлифования от 0,0025 до 0,02 мм/прох., продольной подачи стола от 0,25 до 1;5 м/мин., скорости вращения круга от 16 до 38 м/сек приводит к росту удельного теплового потока. Увеличение мощности теплового потока, в свою очередь, приводит к повышению максимальной температуры детали, росту градиента температур и увеличению зон нагрева по поверхности и глубине изделия. Так, например, при изменении глубины шлифования в указанных пределах наблюдается увеличение зоны нагрева детали по поверхности примерно от 5 до 36 мм, а по глубине - от 0,34 до 0,6 мм.

Увеличение скорости перемещения детали, то есть рост критерия Пекле, приводит к снижению максимальной температуры и уменьшению зон нагрева по поверхности и глубине изделия.



Приведенная методика расчета температурных полей позволяет с достаточной точностью провести тепловое моделирование процесса шлифования и выяснить влияние теплового фактора на качество обработанной поверхности.

#### Литература

1. Исаев А.И. и Силин С.С. Методика расчета температур при шлифования. "Вестник машиностроения" № 5, 1957.
2. Подзей А.В. Определение температурного поля в деталях при обработке шлифованием. Труды МАИ, вып. 129, 1960.
3. Совкин В.Ф. и др. Повышение производительности и улучшение качества поверхности при шлифования. Куйбышевское книжное издательство. Куйбышев, 1963.
4. Резников А.Н. Теплофизика резания. М., "Машиностроение", 1969.
5. Сипайлов В.А. и др. Расчет температур при шлифования. "Вестник машиностроения" № 8, 1966.