

Оптимизация параметров алгоритма обобщенной дисперсии

В.Н. Клячкин¹, А.В. Алексеева^{1,2}

¹Ульяновский государственный технический университет, Северный Венец, 32, Ульяновск Россия, 432027

²Ульяновское конструкторское бюро приборостроения, Крымова, 10, Ульяновск, Россия, 432017

Аннотация

Для повышения эффективности алгоритма обобщенной дисперсии при многомерном статистическом контроле предлагается оценивать параметры алгоритма (объем выборки, интервал между выборками и положение контрольных границ) из условия минимума длительности нестабильного состояния процесса.

Ключевые слова

Многомерный статистический контроль, алгоритм обобщенной дисперсии, оптимизация параметров

1. Введение

Алгоритм обобщенной дисперсии используется при статистическом контроле процессов с целью выявления нарушений, связанных с нестабильностью многомерного рассеяния контролируемых показателей [1-2]. Часто необходимо обеспечить такой контроль, при котором длительность нестабильного состояния процесса была бы минимальной.

Одной из первых работ по оптимизации алгоритмов контроля была статья А. Дункана, в которой предлагался метод выбора параметров карты средних значений из условия минимума стоимости контроля [3]. В дальнейшем эти подходы применялись и для решения других задач [4-5]. В настоящей работе предлагается постановка задачи оптимизации параметров алгоритма обобщенной дисперсии (объема выборки, интервала между выборками и положения контрольных границ) из условия минимума длительности нестабильного состояния процесса.

2. Постановка задачи оптимизации параметров

Рассматривается многомерный статистический контроль процесса. В определенные моменты времени t берутся выборки наблюдений за контролируемыми показателями процесса. Для каждой выборки оценивается ковариационная матрица Σ и вычисляется ее определитель – обобщенная дисперсия $|S_t|$. Процесс считается стабильным по критерию многомерного рассеяния его показателей, если найденные значения лежат в границах доверительного интервала. Положение этих границ определяется на основе нормального распределения с помощью расчетных коэффициентов b_1 и b_2 на заданном уровне значимости α [1-2]. Целевое значение обобщенной дисперсии $|\Sigma_0|$ оценивается как среднее значение обобщенных дисперсий для обучающей выборки. При этом показателем нарушения процесса может быть не только выход обобщенной дисперсии за контрольные границы, но и наличие тренда, цикличности, резких скачков значений и других структур специального вида [6].

Одним из критериев эффективности контроля является длительность нестабильного состояния процесса, которая должна быть, по возможности, минимальна. Эта длительность существенно зависит от параметров контроля. Например, точность может быть повышена увеличением объема выборки n и уменьшением интервала времени h между выборками. Положение контрольных границ определяется выбранным уровнем вероятности ложной тревоги α . Меняя эти параметры в пределах, допустимых для конкретного процесса, можно существенно повысить его эффективность.

По аналогии с подходом А. Дункана процесс делится на четыре интервала, в первом из которых процесс стабилен, а в трех других – нестабилен: интервал времени, в котором нарушение произошло, но пока не обнаружено; время на взятие выборки и обнаружение нарушения; время, необходимое на идентификацию и устранение нарушения. В предположении, что время возникновения нарушения следует распределению Пуассона с параметром λ , средняя продолжительность нестабильного состояния процесса определяется формулой:

$$M(T_0) = \frac{h}{1-\beta} + \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} + ng + D,$$

где время g на расчет элемента выборки предполагается постоянным, тогда интервал времени на отбор выборки и обнаружение нарушения равен ng , D - время идентификации и устранения нарушения после его обнаружения; β - вероятность ошибки второго рода (процесс стабилен, но алгоритм показывает его нарушение) может быть найдено по формуле:

$$\beta = \Phi\left(\frac{-b_1 d-1}{\sqrt{b_2} d} + \frac{u_{1-\alpha/2}}{d}\right) - \Phi\left(\frac{-b_1 d-1}{\sqrt{b_2} d} - \frac{u_{1-\alpha/2}}{d}\right).$$

Здесь $\Phi(\cdot)$ - функция стандартного нормального распределения, $u_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения порядка $1-\alpha/2$, d - заданная характеристика допустимого увеличения рассеяния: фактическое значение обобщенной дисперсии не более, чем в d раз может превышать целевое: $|\Sigma| = d|\Sigma_0|$.

Решая эту задачу, оценивают оптимальные значения объема выборки n , интервала времени h между выборками и вероятности ложной тревоги α , определяющей положение контрольных границ.

3. Заключение

Рассмотрена постановка задачи оптимизации параметров алгоритма обобщенной дисперсии при многомерном статистическом контроле процесса (объема выборки, интервала между выборками и положения контрольных границ) с целью минимизации длительности нестабильного состояния процесса.

4. Литература

- [1] Клячкин, В.Н. Прогнозирование и диагностика стабильности функционирования технических объектов: монография / В.Н. Клячкин, В.Р. Крашенинников, Ю.Е. Кувайскова. – М.: Русайнс, 2020. – 200 с.
- [2] Montgomery, D.C. Introduction to statistical quality control / D.C. Montgomery. – New York: John Wiley and Sons, 2009. – 754 p.
- [3] Duncan, A.J. The economic design of x-chart used to maintain current control of the process // Journal of the American Statistical Association. – 1956. – Vol. 51. – P. 228-242.
- [4] Клячкин, В.Н. Оптимизация статистического контроля многопараметрического процесса / В.Н. Клячкин, Е.А. Зенцова // Радиотехника. – 2016. – № 9. – С. 48-51.
- [5] Fong-Jung, Y. An economic-statistical design of \bar{x} control chart with multiple assignable causes / Y. Fong-Jung, T. Ching-Shih, H. Kai-I, W. Zhang // Journal of quality. – 2010. – Vol. 17(4). – P.327-338.
- [6] Алексеева, А.В. Повышение эффективности статистического контроля многомерного рассеяния процесса / А.В. Алексеева // Автоматизация процессов управления. – 2020. – № 3(61). – С. 101-107.