

# Оптимизация числа интервалов гистограммы, аппроксимирующей распределения вероятностей яркостей, при стохастическом совмещении изображений на основе взаимной информации

Р.О. Коваленко

Ульяновский государственный технический университет  
Ульяновск, Россия  
r.kovalenko.o@gmail.com

А.Г. Ташлинский

Ульяновский государственный технический университет  
Ульяновск, Россия  
tag@ulstu.ru

**Аннотация**—Проведен анализ влияния числа интервалов группирования гистограммы, аппроксимирующей плотность распределения вероятностей яркости, при совмещении изображений с использованием адаптивных стохастических процедур на основе взаимной информации Шеннона, Реньи и Тсаллиса.

**Ключевые слова**— совмещение изображений, стохастический градиент, взаимная информация, плотность распределения вероятности, гистограмма.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Совмещение изображений одна из востребованных процедур при их анализе. Она используется при решении прикладных задач обработки изображений и видеопотоков в различных областях [1, 2]. Так, медицинские снимки компьютерной томографии содержат нужную информацию не только в системе координат, но и в смысле морфологических и/или функциональных структур на изображении. Для повышения информативности изображения от различных видов визуализации совмещают, что позволяет получить информацию для лучшей клинической диагностики. Важную роль совмещение играет при обработке спутниковых изображений, когда нужно обеспечить точную географическую привязку или метрическую корректность.

Широкое применение при оценке параметров совмещения изображений нашли рекуррентные безыдентификационные процедуры стохастической аппроксимации [3], идея которой была предложена французским математиком Огюстеном Луи Коши ещё в 1847 году. Синтез таких процедур основан на разнообразных мерах сходства изображений [4], которые используются как целевые функции (ЦФ) качества оценивания параметров совмещения. Как правило, задача сводится к рекуррентному поиску экстремума этой ЦФ в пространстве параметров. Одним из видов таких мер подобия являются корреляционно-экстремальные, в частности, взаимная информация (ВИ), меры F-информации, энтропия совместной плотности распределения вероятностей и другие. Их использование при обработке изображений длительное время сдерживалось вычислительной трудоёмкостью. Однако в последние время с развитием вычислительных средств и новых подходов к развитию плотностей распределения вероятностей (ПРВ) яркостей изображений, они находят все большее распространение [5].

Ключевой составляющей при нахождении ВИ и её стохастического градиента по оцениваемым параметрам совмещения является оценка ПРВ яркостей совмещаемых изображений и их взаимной ПРВ. Одним из подходов к решению этой задачи является использование гистограмм яркостей изображений. Но при этом возникает проблема выбора числа интервалов группирования гистограммы. Если, например, яркость кодируется байтом, то максимально возможное число интервалов группирования 256. Гистограмма с таким числом разбиений, построенная по всему изображению, адекватно характеризует ПРВ. Однако в стохастических процедурах объем локальной выборки, которая используется для очередной итерации оценивания параметров совмещения, как правило, относительно небольшой – десятки отсчетов. В этом случае при большом количестве интервалов в часть из них попадет малое число отсчетов яркостей или не попадет вовсе, что негативно сказывается на качестве аппроксимации ПРВ. С другой стороны, чем меньше число интервалов, тем с меньшей адекватностью гистограмма отражает ПРВ. Таким образом, существует оптимальное число интервалов, которое, в свою очередь является предметно ориентированным, т.е. зависит от решаемой прикладной задачи.

Отметим, что вопрос оптимизации числа интервалов группирования, например, для задачи согласованности  $\chi^2$  статистик с  $\chi^2$ -распределением Пирсона еще несколько десятилетий назад исследовался в различных работах. Предложены различные правила нахождения оптимального числа интервалов, которые связаны и с объемом исходной выборки: Старджеса [6], Хейнхолда [7], Брукса-Каррузера, Манна-Вальда, Смирнова, Скотта, Таушанова, Тонева, Фридмана-Диакониса и другие. Для статистической обработки экспериментальных результатов рекомендации по выбору числа интервалов разработаны ВНИИ Метрологии имени Д.И. Менделеева [8]. Однако для задачи стохастического оценивания параметров совмещения изображения при использовании в качестве ЦФ теоретико-информационных мер подобия изображений сведения о подобных исследованиях не известны. Поэтому целью настоящей работы было исследование влияния числа интервалов группирования гистограмм яркостей изображений на эффективность стохастических процедур совмещения изображений при использовании в качестве мер подобия изображений ВИ.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В исследованиях в качестве ЦФ использовались ВИ Шеннона [9], Реньи [10] и Тсаллиса [11], на базе которых синтезировались безыдентификационные процедуры релейного типа [12, 13]. В качестве оцениваемых параметров совмещаемых спутниковых изображений задавались вектор сдвига  $(h_x, h_y)$ , коэффициент масштаба  $k$  и угол поворота  $\phi$ . Деформированное изображение моделировалось. Оптимальное число интервалов группирования гистограмм определялось по серии экспериментов с последующим сравнением с известными аналитическими правилами нахождения оптимального числа интервалов. Для характеристики точности совмещения использовалось евклидово расстояние рассогласования (интегральная мера точности вектора параметров в совокупности).

Для примера приведем результаты исследования спутникового изображения территории Ульяновского государственного технического университета (фрагмент представлен на рис. 1а) при параметрах деформации:  $h_x = -2.2, h_y = 2.7, \phi = -1.5^\circ, k = 1.1$ . Объем локальной выборки составлял 50 отчётов. Результаты усреднены по серии из 60 экспериментов. На рис. 2б приведены графики для ВИ Шеннона, рис. 2в - Реньи, рис. 2г - Тсаллиса. По оси ординат отложено число итераций, которое потребовалось для сходимости оценок параметров, по оси абсцисс - используемое число разбиений гистограммы для оценки ПРВ. Звёздочкой обозначено медианное число итераций, точкой - среднее, которое является центром прямоугольника, половина длины которого соответствует среднеквадратическому отклонению. Крестики снизу и сверху от прямоугольника соответствуют минимальному и максимальному значениям числа итерации сходимости.

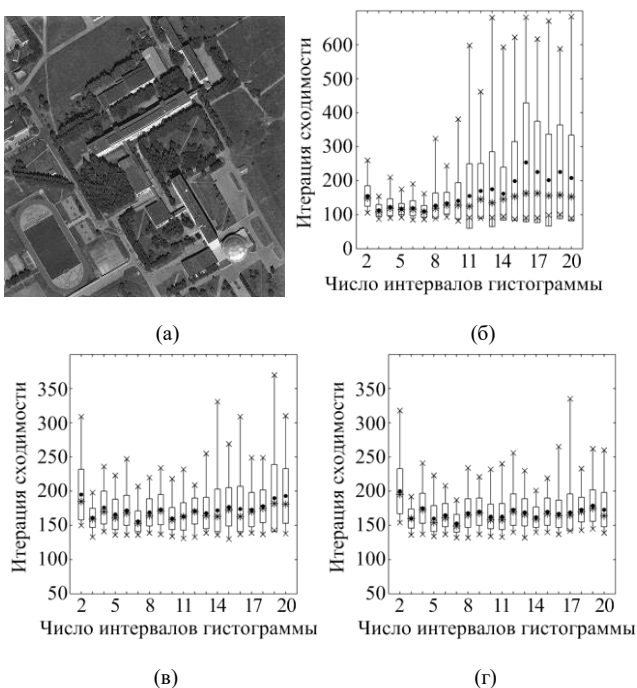


Рис. 1. Фрагмент исследуемого изображения и характеристики эффективности стохастической процедуры при использовании в качестве ЦФ различных видов ВИ

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов показал, что оптимальное число разбиения гистограмм яркостей, обеспечивающее наилучшую скорость сходимости параметров привязки существует. Так, для приведенного примера, при ВИ Шеннона и 7 интервалах разбиениями среднее время сходимости составило 110 итераций, медианное 108, а СКО составляет 17 итераций. Результаты исследований показали, что для рассматриваемой задачи могут быть рекомендованы правила нахождения оптимального числа интервалов Старджеса и Хейнхолда. Отметим также, что при аддитивном зашумлении изображений оптимальное число интервалов несколько уменьшается, а число итераций до сходимости параметров увеличивается. Изменение же в несколько раз объема локальной выборки слабо влияет на оптимальное число интервалов. По сравнению с ВИ Шеннона, ВИ Реньи и Тсаллиса более устойчивы к отклонению числа разбиений гистограммы от оптимального.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00513, <https://rscf.ru/project/22-21-00513/>.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Fida, A.D. Automated combination of optical coherence tomography images and fundus images / A.D. Fida, A.V. Gaidel, N.S. Demin, N.Y. Ilyasov, E.A. Zamyatskiy // *Computer Optics*. – 2021. – Vol. 45(5). – P. 721-727. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-892.
- [2] Magdeev, R.G. Efficiency of object identification for binary images / R.G. Magdeev, A.G. Tashlinskii // *Computer Optics*. – 2019. – Vol. 43(2). – P. 277-281. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-2.
- [3] Ташлинский, А.Г. Оценивание параметров пространственных деформаций последовательностей / А.Г. Ташлинский. – Ульяновск: Издательство УлГТУ, 2000. – 132 с.
- [4] Tashlinskii, A.G. Similarity and dissimilarity measures as objective function in image registration / A.G. Tashlinskii, S.V. Voronov // *SWorld Journal*. – 2015. – Vol. J11510. – P. 32-48.
- [5] Chehade, W.E.H. Comparison of mutual information and its point similarity implementation for image registration / W.E.H. Chehade, P. Rogelj // *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. – 2021. – Vol. 11(3). – P. 2613-2620.
- [6] Sturges, H.A. The choice of classic intervals / H.A. Sturges // *Journal of the American Statistical Association*. – 1926. – Vol. 21(153). – P. 65-66.
- [7] Heinhold, I. *Ingenieur statistic* / I. Heinhold, K.W. Gaede. – München: Springer Verlag, 1964. – 352 p.
- [8] Бурдун, Г.Д. Основы метрологии: учебное пособие / Г.Д. Бурдун, Б.Н. Марков. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 120 с.
- [9] Shannon, C.E. *The mathematical theory of communication* / C.E. Shannon, W. Weaver. – Urbana: The university of illinois press, 1994. – 132 p.
- [10] Wachowiak, M.P. Similarity metrics based on nonadditive entropies for 2D-3D multimodal biomedical image registration / M.P. Wachowiak, R. Smolikova, G.D. Tourassi, A.S. Elmaghraby // *Medical Imaging: Image Processing*. – 2003. – Vol. 5032. – P. 1090-1100.
- [11] Cvejic, N. Image fusion metric based on mutual information and Tsallis entropy / N. Cvejic, C.N. Canagarajah, D.R. Bull // *Electronics Letters*. – 2006. – Vol. 42(11). – P. 626-627.
- [12] Tashlinskii, A.G. Usage of mutual information as similarity measures for stochastic binding images / A.G. Tashlinskii, G.L. Safina, R.O. Kovalenko, R.M. Ibragimov // *IEEE Conference Proceedings*. – 2021. – P. 1-4. DOI: 10.1109/ITNT52450.2021.9649386.
- [13] Voronov, S.V. Efficiency analysis of information theoretic measures in image registration / S.V. Voronov, A.G. Tashlinskii // *Pattern recognition and image analysis*. – 2016. – Vol. 26(3). – P. 502-505. DOI: 10.1134/S1054661816030226.