# Исследование фокусировки цилиндрическиполяризованных пучков дифракционным аксиконом с использованием высокопроизводительных компьютерных систем

Д.А. Савельев 1,2

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34A, Самара, Россия, 443086 <sup>2</sup>Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

**Аннотация.** В работе проведено исследование влияния острой фокусировки на пространственное распределение компонент электрического поля гауссовых пучков с цилиндрической поляризацией первого порядка (радиальной, азимутальной и гибридной). Фокусировка цилиндрически-поляризованных пучков производилась высокоапертурным дифракционным аксиконом. Численное моделирование дифракции рассматриваемых пучков проводилось методом конечных разностей во временной области (FDTD) с использованием высокопроизводительных компьютерных систем.

### 1. Введение

Световые пучки с фазовыми и поляризационными особенностями востребованы во многих приложениях [1-10], включая микроскопию, литографию, нелинейную оптику, обработку материалов, телекоммуникации. Взаимосвязь между фазовой сингулярностью скалярного поля и различными поляризационными сингулярностями векторных полей [11-16] в угловом моменте фотонов была обнаружена достаточно давно [17] и в настоящее время успешно используется при оптическом манипулировании микро- и наночастицами [18-20], а также при уплотнении каналов оптической связи [21, 22].

Цилиндрически-поляризованные пучки [2], особенно пучки с радиальной и азимутальной поляризацией, в силу своих особых свойств все больше привлекают внимание исследователей. В связи с этим растет число публикаций, посвященных различным способам формирования таких пучков [23-27].

Особенности острой фокусировки гауссовых пучков и пучков Гаусса-Лагерра в зависимости от состояния однородной (линейной и круговой) поляризации были изучены в [28-31], где было показано, что состояние поляризации оказывает наибольшее влияние на продольную составляющую светового поля. В работах [32-35] продемонстрирована эффективность применения дифракционных оптических элементов с высокой числовой апертурой.

Хорошо известно, что оптический элемент, называемый аксиконом, формирует бесселевый пучок нулевого порядка на 37% меньше линзы с той же числовой апертурой (NA). Диаметр

центрального пятна, которого по полуспаду интенсивности (FWHM) равен 0,36 длины волны, деленную на числовую апертуру [36].

В данной работе проведены численные исследования фокусировки дифракционным аксиконом гауссовых пучков в ближней зоне при азимутальной, радиальной и разных вариантах гибридных поляризациях. Моделирование дифракции выполнялось при использовании метода конечных разностей во временной области (FDTD) с использованием высокопроизводительных компьютерных систем [37-40]. Расчеты проводились на вычислительном кластере мощностью 850 ГФлоп.

## 2. Цилиндрически-поляризованные лазерные пучки

Декартовы компоненты электрической составляющей монохроматического электромагнитного поля в фокальной области при фокусировке аксиконом можно представить в следующем виде [32]:

$$\mathbf{E}(\rho, \theta, z) = \begin{pmatrix} E_{x}(\rho, \theta, z) \\ E_{y}(\rho, \theta, z) \\ E_{z}(\rho, \theta, z) \end{pmatrix} =$$

$$= i^{2m} \exp(im\theta) \int_{\sigma_{1}}^{\sigma_{2}} \mathbf{Q}_{m}(k\sigma\rho, \theta) \left[ \int_{0}^{R} \tau(r) \begin{pmatrix} E_{0x}(r) \\ E_{0y}(r) \end{pmatrix} J_{m}(kr\sigma) r \, dr \right] \exp\left[ikz\sqrt{1 - \sigma^{2}}\right] \sigma \, d\sigma$$

$$(1)$$

где  $(\rho, \theta, z)$  – цилиндрические координаты в фокальной области,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны, f – фокусное расстояние, R – радиус аксикона,  $\mathbf{Q}_m(k\sigma\rho,\theta)$  - вектор, компоненты которого являются комбинацией функций Бесселя [32-34], а вид комбинаций зависит от поляризации падающего излучения.

В работах [41-45] рассмотрены различные типы цилиндрических поляризаций высокого порядка, которые можно объединить формулой:

$$\mathbf{C}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(p\phi + \phi_0) \\ \sin(p\phi + \phi_0) \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Используя формулу (2) можно получить различные частные случаи — радиальную поляризацию при  $\phi_0 = 0$ , p > 0 (3), азимутальную поляризацию при  $\phi_0 = \pi/2$ , p > 0 (4), квазирадиальную поляризацию при  $\phi_0 = 0$ , p < 0 (5), квази-азимутальную поляризацию при  $\phi_0 = \pi/2$ , p < 0 (6):

$$\mathbf{C}_{Rad}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(p\phi) \\ \sin(p\phi) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$\mathbf{C}_{Az}(\phi) = \begin{pmatrix} -\sin(p\phi) \\ \cos(p\phi) \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{C}_{qRad}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(p\phi) \\ -\sin(p\phi) \end{pmatrix}$$
 (5)

$$\mathbf{C}_{qAz}(\phi) = \begin{pmatrix} \sin(p\phi) \\ \cos(p\phi) \end{pmatrix} \tag{6}$$

## 3. Фокусировка цилиндрически-поляризованных пучков дифракционным аксиконом

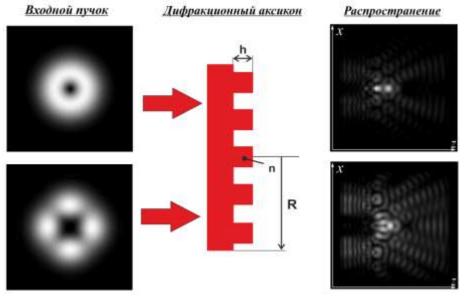
В данном разделе исследуется фокусировка цилиндрически-поляризованных пучков первого порядка (p=1) дифракционным аксиконом. В качестве падающего пучка рассматривался

Гауссов пучков с соответствующей поляризаций (3)-(6). В частности, при радиальной поляризации:

$$G_{Rad}(r,\phi) = r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{pmatrix} = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где σ - радиус Гауссова пучка.

Параметры моделирования: длина волны  $\lambda = 0.532$  мкм, размер вычислительной ячейки x, y, z  $\in$  [-3,8 $\lambda$ ; 3,8 $\lambda$ ]. Толщина поглощающего слоя PML  $\sim$  1.3 $\lambda$ , шаг выборки по пространству –  $\lambda$ /21, шаг по времени –  $\lambda$ /(42c), где с скорость света. В качестве входного лазерного излучения рассматривались цилиндрически-поляризованные гауссовые пучки. Показатель преломления дифракционного аксикона и подложки n был равен 1.5. Числовая апертура (NA) фокусирующего дифракционного аксикона составила 0.95. Вид элемента показан на рисунке 1.



**Рисунок 1.** Рассматриваемый оптический элемент и сечения распространения в плоскости xz для аксиконов с NA = 0.95.

Результаты численного моделирования в плоскости хz, а также внешний вид пучков показан в таблице 1. Для радиальной поляризации значение полуширины по полуспаду интенсивности (FWHM) для общей интенсивности электрического поля вне элемента составило FWHM =  $0.55\lambda$ , для интенсивности компоненты z электрического поля FWHM =  $0.53\lambda$ . Глобальный максимум находится внутри оптического элемента и его значение для общей интенсивности и интенсивности компоненты z электрического поля составило FWHM<sub>max</sub> =  $0.38\lambda$ .

В дальнейшем было проведено моделирование для более сложного типа поляризации, который также является неоднородной локально-линейной поляризацией:

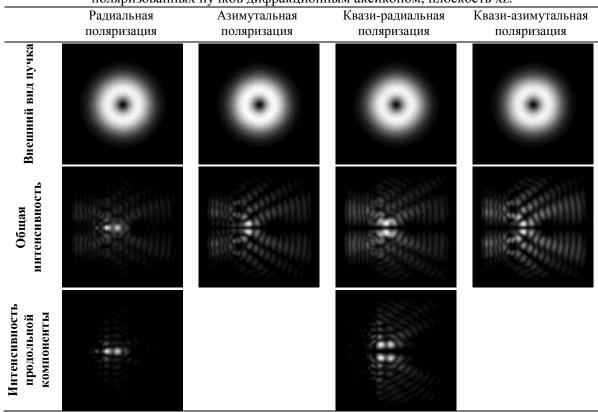
$$\tilde{G}_{rad}(r,\phi) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix}$$
 (8)

$$\tilde{G}_{az}(r,\phi) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \begin{pmatrix} -y^2 \\ x^2 \end{pmatrix}$$
 (9)

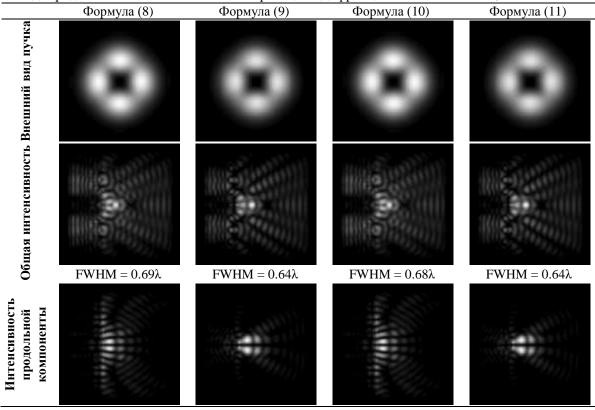
$$\tilde{G}_{rad}(r,\phi) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \begin{pmatrix} x^2 \\ -y^2 \end{pmatrix}$$
 (10)

$$\tilde{G}_{az}(r,\phi) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \begin{pmatrix} y^2 \\ x^2 \end{pmatrix}$$
 (11)

**Таблица 1.** Результат численного моделирования фокусировки цилиндрическиполяризованных пучков дифракционным аксиконом, плоскость хz.



**Таблица 2.** Результат численного моделирования фокусировки гауссовых пучков при неоднородной локально-линейной поляризацией дифракционным аксиконом, плоскость хz.



Так как ни один из типов поляризации (8)-(11) не является классической азимутальной поляризацией, то при острой фокусировке должна появиться компонента z электрического поля [32]. И данный факт подтверждается исследованиями, приведенными в таблице 2.

При анализе результатов, приведенных в таблицах 1-2 стоит отметить, что для радиальной поляризации первый максимум образуется внутри оптического элемента, второй максимум вне его, но фокальное пятно в этом случае шире (FWHM =  $0.55\lambda$  и FWHM =  $0.69\lambda$ , соответственно). При неоднородной локально-линейной поляризацией радиального типа формируемый основной максимум находится вне оптического элемента. Также отметим, что для всех рассмотренных неоднородно локально-линейных поляризаций происходит формирование фокального пятна на оптической оси в отличие от стандартной азимутальной, квази-радильной, квази-азимутальной поляризаций. Также для этого типа поляризации стоит отметить усиление компоненты z электрического поля.

#### 4. Заключение

В данной работе численно с помощью метода FDTD выполнено сравнительное моделирование дифракции цилиндрически-поляризованных пучков на высоко-апертурном дифракционном аксиконе. Проведено исследование влияния изменения типа поляризации (радиальной, азимутальной, квази-радильной, квази-азимутальной и неоднородной локально-линейной поляризацией) на пространственное распределение гауссовых пучков.

Показано, что при рассмотренной неоднородной локально-линейной поляризации радиального и азимутального типа можно добиться смещения основного максимума за пределы оптического элемента. Для неоднородной локально-линейной поляризации радиального типа фокальное пятно шире (FWHM =  $0.69\lambda$ ), чем для радиальной поляризации (FWHM =  $0.55\lambda$ ). Для неоднородной локально-линейной поляризации азимутального типа происходит формирование фокального пятна на оптической оси в отличие от стандартной азимутальной поляризации. Также для этого типа поляризации стоит отметить усиление продольной компоненты электрического поля.

### 5. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-29-20045 мк), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание 3.3025.2017/4.6, грант Президента Российской Федерации МК-1797.2019.2, ведущая научная школа НШ-6307.2018.8), а также в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение №007-ГЗ/Ч3363/26).

#### 6. Литература

- [1] Dennis, M.R. Singular Optics: Optical Vortices and Polarization Singularities / M.R. Dennis, K. O'Holleran, M.J. Padgett // Progress in Optics, Elsevier. 2009. Vol. 53. P. 293-363.
- [2] Zhan, Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications // Advances in Optics and Photonics. 2009. Vol. 1(1). P. 1-57.
- [3] Khonina, S.N. How low can STED go? Comparison of different write-erase beam combinations for stimulated emission depletion microscopy / S.N. Khonina, I. Golub // JOSA A. 2012. Vol. 29(10). P. 2242-2246.
- [4] Kraus, M. Microdrilling in steel using ultrashort pulsed laser beams with radial and azimuthal polarization / M. Kraus, M.A. Ahmed, A. Michalowski, A. Voss, R. Weber, T. Graf // Optics Express. 2010. Vol. 18(21). P. 22305.
- [5] Hnatovsky, C. Polarization-dependent ablation of silicon using tightly focused femtosecond laser vortex pulses / C. Hnatovsky, V.G. Shvedov, N. Shostka, A.V. Rode, W. Krolikowski // Optics Letters. 2012. Vol. 37(2). P. 226-228.
- [6] Varin, C. Direct electron acceleration with radially polarized laser beams / C. Varin, S. Payeur, V. Marceau, S. Fourmaux, A. April, B. Schmidt, P.-L. Fortin, N. Thiré, T. Brabec, F. Légaré, J.-C. Kieffer, M. Piché // Appl. Sci. 2013. Vol. 3(1). P. 70-93.

- [7] Ehmke, T. Molecular orientation sensitive second harmonic microscopy by radially and azimuthally polarized light / T. Ehmke, T.H. Nitzsche, A. Knebl, A. Heisterkamp // Biomed. Opt. Express. 2014. Vol. 5(7). P. 2231-2246.
- [8] Milione, G. Using the nonseparability of vector beams to encode information for optical communication / G. Milione, T.A. Nguyen, J. Leach, D.A. Nolan, R.R. Alfano // Opt. Lett. 2015. Vol. 40(21). P. 4887-4890.
- [9] Khonina, S.N. Inverse energy flux of focused radially polarized optical beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.A. Degtyarev // Physical Review A. 2018. Vol. 98. P. 043823.
- [10] Degtyarev, S.A. Metasurfaces with continuous ridges for inverse energy flux generation / S.A. Degtyarev, D.A. Savelyev, S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy // Optics Express. 2019. Vol. 27(11). P. 15129-15135.
- [11] Soskin, M.S. Singular optics / M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov // Progress in Optics, Elsevier. 2001. Vol. 42. P. 219-276.
- [12] Freund, I. Stokes singularity relations / I. Freund, A.I. Mokhun, M.S. Soskin, O.V. Angelsky, I.I. Mokhun // Optics letters. 2002. Vol. 27(7). P. 545-547.
- [13] Berry, M.V. Polarization singularities in isotropic random vector waves / M.V. Berry, M.R. Dennis // Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2001. Vol. 457(2005). P. 141-155.
- [14] Khonina, S.N. Analysis of polarisation states at sharp focusing / S.N. Khonina, D.A. Savelyev, N.L. Kazanskiy // Optik-International Journal for Light and Electron Optics. 2016. Vol. 127(6). P. 3372-3378.
- [15] Porfirev, A.P. Polarization conversion when focusing cylindrically polarized vortex beams / A.P. Porfirev, A.V. Ustinov, S.N. Khonina // Scientific Reports. 2016. Vol. 6(6). P. 1-9.
- [16] Khonina, S.N. Polarization conversion under focusing of vortex laser beams along the axis of anisotropic crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Paranin, A.A. Morozov // Physics Letters A. 2017. Vol. 381. P. 2444-2455.
- [17] Beth, R.A. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light // Physical Review. 1936. Vol. 50(2). P. 115.
- [18] Simpson, N.B. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner / N.B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, M.J. Padgett // Optics letters. 1997. Vol. 22(1). P. 52-54.
- [19] Padgett, M. Tweezers with a twist / M. Padgett, R. Bowman // Nat. photonics. 2011. Vol. 5. P. 343.
- [20] Shi, P. Structured spin angular momentum in highly focused cylindrical vector vortex beams for optical manipulation / P. Shi, L. Du, X. Yuan // Opt. Express. 2018. Vol. 26. P. 23449-23459.
- [21] Huang, H. 100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization, and wavelength / H. Huang, G. Xie, Y. Yan, N. Ahmed, Y. Ren, Y. Yue, D. Rogawski, M.J. Willner, B.I. Erkmen, K.M. Birnbaum, S.J. Dolinar, M.P.J. Lavery, M.J. Padgett, M.Tur, A.E. Willner // Opt. Lett. 2014. Vol. 39(2). P. 197-200.
- [22] Khonina, S.N. Recognition of polarization and phase states of light based on the interaction of nonuniformly polarized laser beams with singular phase structures / S.N. Khonina, A.P. Porfirev, S.V. Karpeev // Optics Express. 2019. Vol. 27(13). P. 18484-18492.
- [23] Bomzon, Z. Radially and azimuthally polarized beams generated by space variant dielectric subwavelength gratings /Z. Bomzon, G. Biener, V. Kleiner, E. Hasman // Opt. Lett. 2002. Vol. 27. P. 285-287.
- [24] Fadeyeva, T. Natural shaping of the cylindrically polarized beams / T. Fadeyeva, V. Shvedov, N. Shostka, C. Alexeyev, A. Volyar // Opt. Lett. 2010. Vol. 35. P. 3787-3789.
- [25] Khonina, S.N. Generation of cylindrical vector beams of high orders using uniaxial crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, V.A. Soifer // Journal of Optics. 2015. Vol. 17. P. 065001-11.
- [26] Fu, S. Anisotropic polarization modulation for the production of arbitrary poincaré beams / S. Fu, C. Gao, T. Wang, Y. Zhai, C. Yin // J. Opt. Soc. Am. B. 2018. Vol. 35. P. 1-7.

- [27] Khonina, S.N. Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multisector phase plates / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.A. Fomchenkov, A.P. Porfirev // Scientific Reports. – 2018. – Vol. 8. – P. 14320.
- [28] Савельев, Д.А. Максимизация продольной электрической компоненты при дифракции на бинарном аксиконе линейно-поляризованного излучения / Д.А. Савельев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36, № 4. С. 511-517.
- [29] Khonina, S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions // Optical Engineering. 2013. Vol. 52(9). P. 091711-7.
- [30] Савельев, Д.А. Особенности острой фокусировки вихревых пучков Гаусса–Лагерра / Д.А. Савельев, С.Н. Хонина //Компьютерная оптика. 2015. Т. 39, № 5. С. 654-662.
- [31] Khonina, S.N. Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric field by means of higher-order laser beams / S.N. Khonina, S.V. Alferov, S.V. Karpeev // Optics Letters. 2013. Vol. 38(17). P. 3223-3226.
- [32] Хонина, С.Н. Высокоапертурные бинарные аксиконы для формирования продольной компоненты электрического поля на оптической оси при линейной и круговой поляризации освещающего пучка / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. − 2013. − Т. 144, № 4(10). − С. 718-726.
- [33] Khonina, S.N. Diffraction at binary microaxicons in the near field / S.N. Khonina, P.G. Serafimovich, D.A. Savelyev, I. Pustovoi // Journal of Optical Technology. 2012. Vol. 79(10). P. 626-631.
- [34] Хонина, С.Н. Экспериментальная демонстрация формирования продольной компоненты электрического поля на оптической оси с помощью высокоапертурных бинарных аксиконов при линейной и круговой поляризации освещающего пучка / С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, С.В. Алферов, Д.А. Савельев // Компьютерная оптика. − 2013. − Т. 37, № 1. − С. 76-87.
- [35] Khonina, S.N. 3D transformations of light fields in the focal region implemented by diffractive axicons / S.N. Khonina, A.P. Porfirev // Applied Physics B. 2018. Vol. 124. P. 191-193.
- [36] Kalosha, V.P. Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution / V.P. Kalosha, I. Golub // Optics letters. 2007. Vol. 32(24). P. 3540-3542.
- [37] Savelyev, D.A. The calculation of the diffraction of the laser beams with a phase singularity on the micro-axicons with using high-performance computing / D.A. Savelyev, S.N. Khonina // Journal of Physics: Conference Series. 2014. Vol. 490(1) P. 012213.
- [38] Khonina, S.N. A longitudinally polarized beam generated by a binary axicon / S.N. Khonina, S.A. Degtyarev // Journal of Russian Laser Research. 2015. Vol. 36(2). P. 151-161.
- [39] Khonina, S. Optimization of the Optical Microelements Using High-Performance Computer Systems / S. Khonina, D. Savelyev // Radiophysics & Quantum Electronics. 2015. Vol. 57(8-9). P. 650-658.
- [40] Savelyev, D.A. Simulation of pulses propagation in a waveguide with a diffraction grating using high-performance computer systems / D.A. Savelyev, S.V. Krasnov // Optical Technologies for Telecommunications. International Society for Optics and Photonics. 2019. Vol. 11146. P. 1114609.
- [41] Stalder, M. Linearly polarized light with axial symmetry generated by liquid-crystal polarization converters / M. Stalder, M. Schadt // Optics Letters. 1996. Vol. 21(23). P. 1948-1950.
- [42] Rashid, M. Focusing of high order cylindrical vector beams / M. Rashid, O.M. Maragò, P.H. Jones // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. 2009. Vol 11(6). P. 065204.
- [43] Pu, J. Tight focusing of spirally polarized vortex beams / J. Pu, Z. Zhang // Optics & Laser Technology. 2010. Vol. 42(1). P. 186-191.
- [44] Zhe-Hai, Z. Tight focusing of axially symmetric polarized vortex beams / Z. Zhe-Hai, G. Yang-Kuan, Z. Lian-Qing // Chinese Physics B. 2014. Vol. 23(4). P. 044201.
- [45] Khonina, S.N. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions // Applied Physics B. 2019. Vol. 125(6). P. 100.

# Investigation of the cylindrically polarized beams focusing by a diffractive axicon using high-performance computer systems

D.A. Savelyev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086 <sup>2</sup>Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

**Abstract.** The study of the influence of tight focusing on the spatial distribution of the electric field components of Gaussian beams with first-order cylindrical polarization (radial, azimuthal, and hybrid) is carried out. The cylindrical-polarized beams were focused by a high-aperture diffraction axicon. Numerical simulation of the diffraction of the beams under consideration was carried out using the finite difference time domain method (FDTD) using high-performance computer systems.