

Экспериментальное исследование блочного алгоритма разностного решения уравнения теплопроводности. Случай неявной разностной схемы

Д.Л. Головашкин^{1,2}, Л.В. Яблокова²

¹Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

²Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34а, Самара, Россия, 443086

Аннотация

Предлагаемая работа посвящена развитию методов построения и исследования блочных алгоритмов решения сеточных уравнений на примере разностного решения уравнения теплопроводности по неявной схеме. В ходе вычислительных экспериментов подтверждается высокая эффективность (ускорение до 4,67 раза) выбранного приема построения алгоритмов.

Ключевые слова

Неявная разностная схема для уравнения теплопроводности, блочный алгоритм

1. Введение

Традиционно численные методы компьютерной оптики связывают с решением уравнений (Максвелла, Гельмгольца, Фока–Леонтовича и других), описывающих распространение оптического излучения; зачастую не упоминая процессы теплопередачи и уравнение теплопроводности [1]. Последнее, вместе с тем, включается в математические модели: термоупругости при постановке задач силовой оптики [2], взаимодействия лазерного излучения с биологическими тканями [3], заслуживая пристального рассмотрения как относящееся к обсуждаемой предметной области – компьютерной оптике.

Интересуясь здесь исключительно проблемами ускорения расчетов при разностном решении уравнения теплопроводности, упомянем два современных направления развития, связанных с организацией параллельных [4] и векторных [5] вычислений. При этом в научной литературе незаслуженно затеняется третье направление – блочные вычисления, недавно получившее развитие при моделировании распространения электромагнитного излучения [6]. Восполнению указанного недостатка и посвящена настоящая работа.

2. Исследование блочного алгоритма

Открывая новое направление исследований, авторы решили ограничиться работой с линейным однородным одномерным нестационарным уравнением теплопроводности и простой неявной разностной схемой для него. Учитывая, что прямые методы решения трехдиагональных алгебраических уравнений не векторизуются, для такого решения использовался итерационный метод Якоби. Блочный алгоритм строился по тем же правилам, что и для ВРМ-метода из [7], чему способствовала схожесть алгоритмов – оба разрабатывались для параболических уравнений и связаны с методом Якоби.

Эксперименты по исследованию ускорения блочного алгоритма относительно не блочного варианта проводились: на процессоре Intel Core i3-4150 3,5 ГГц (кэш: L1=64Кб, L2=512Кб, L3=3Мб), материнской плате Gigabyte GA-Z97M-DS3H (частота системной шины DMI 5000 МГц), ОЗУ с памятью DIMM DDR3-1333 МГц, работающими под управлением операционной системы Ubuntu 18.04.4, использовался компилятор gfortran 7.5.0. При дискретизации сеточной области в 2×10^8 узлов по пространству и 10 узлов по времени (ускорение от этого параметра не

зависит), 20 итерациях по методу Якоби (далее принимается за высоту блока), длительность вычислений по не блочному алгоритму составила $\tau=121,04$ с. В следующих экспериментах (Таблица 1) под ускорением блочного алгоритма (S) будем понимать отношение τ ко времени расчетов T по испытываемому алгоритму. За варьируемый параметр примем ширину блока L, особое внимание следует обращать на объем блока V.

Таблица 1

Результаты экспериментов

L	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
T(с.)	15,27	15,27	17,72	20,16	67,73
V	1,17 Кб	11,75 Кб	117,19 Кб	1,14 Мб	11,44 Мб
S	4,54	4,45	3,91	3,44	1,02

Видно, как с выходом за кэш-память процессора L3 ускорение алгоритма резко упало, что свидетельствует о его блочном характере. Наибольшее ускорение $S=4,67$ получено для $L=300$, когда блок еще умещался в уровне кэша L1.

3. Заключение

В ходе экспериментального исследования блочного алгоритма разностного решения уравнения теплопроводности по неявной схеме подтверждена эффективность данного приема составления алгоритмов, позволившего значительно ускорить вычисления на той же аппаратно-системной базе. Сравнивая полученные результаты с данными из [7] отметим, что блочность более уместна при разностном решении уравнения теплопроводности, чем Фока-Леонтовича, в силу меньшей доли длительности арифметических операций в общем времени вычислений.

4. Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-07-00423 А.

5. Литература

- [1] Сойфер, В.А. Дифракционная нанофотоника. – М.: Физматлит, 2011. – 680 с.
- [2] Аполлонов, В.В. Силовая оптика / В.В. Аполлонов // Квантовая электроника. – 2014. – Т. 44, № 2. – С. 102-121.
- [3] Широкаев, А.С. Методы математического моделирования лазерного воздействия на глазное дно для оценки терапевтического эффекта / А.С. Широкаев, А.С. Кибиткина, Н.Ю. Ильясова, А.А. Дегтярев // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 809-820. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-760.
- [4] Cabral, F.L. An evaluation of MPI and OpenMP paradigms in finite-difference explicit methods for PDEs on shared-memory multi- and manycore systems / F.L. Cabral, S.L. Gonzaga de Oliveira, C. Osthoff, G.P. Costa, D.N. Brandao, M. Kischinhevsky // Concurrency Computat Pract Exper. – 2020. – Vol. 32(5642). DOI: 10.1002/cpe.5642.
- [5] Szenasi, S. GPU Accelerated Heat Transfer Simulation Supporting Heuristics to Solve The Inverse Heat Conduction Problem / S. Szenasi, Z. Fried, I. Felde // IEEE 18th World Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMII). – 2020. – P. 287-292. DOI: 10.1109/SAMII48414.2020.9108768.
- [6] Perepelkina, A.Yu. Diamond Torre Algorithm for High-Performance Wave Modeling / A.Yu. Perepelkina, V.D. Levchenko // Keldysh Institute Preprints. – 2015. – Vol. 18. – P. 20.
- [7] Golovashkin, D.L. The possibility investigation of block-algorithm construction using the BPM method / D.L. Golovashkin, L.V. Yablokova, G. Subeeva // International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). IEEE Publisher. – 2020.