

# Аппроксимация резонансов Фабри-Перо в структурах серебро/кварц/серебро

Д.В. Нестеренко<sup>1,2</sup>, Ш. Хаяши<sup>3,4</sup>, В.А. Сойфер<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

<sup>3</sup>Optics and Photonics Center, Moroccan Foundation for Science, Innovation and Research (MAScIR), Rabat, Morocco, 10100

<sup>4</sup>Graduate School of Engineering, Kobe University, Kobe 657-8501, Japan

**Аннотация.** Мы рассматриваем слоистые структуры металл/диэлектрик/металл на основе серебра и кварца, поддерживающие возбуждение мод резонатора Фабри-Перо в случае падения света, близкого к нормальному. Резонансные линии в спектрах пропускания этих структур могут быть описаны резонансной формой линий Лоренца. На основе аналитических выражений для определения характеристик резонансов в структурах с потерями получены оценки ширины, высоты и наклона линий резонансов Фабри-Перо. Описание характеристик резонансов Фабри-Перо может найти применения в оптоинформатике, сенсорике.

## 1. Введение

Пространственная фильтрация на основе резонансных структур находит множество применений в сенсорике, спектроскопии, лазерной оптике, оптической обработке изображений [1-3]. Существенный интерес для проектирования резонансных структур и определения их оптимальных структурных параметров представляют оценки резонансного усиления поля и формы резонансных линий в спектральном отклике. Аппроксимации спектральных линий резонансными профилями Фано позволили получить аналитические выражения для характерных особенностей спектральных резонансов структур, поддерживающих возбуждение мод поверхностных-плазмон поларитонов (ППП) на границе раздела сред металл/диэлектрик [4, 5], взаимодействие волноводной и ППП мод [6] и мод Фабри-Перо [7].

Структура резонатора Фабри-Перо представляется двумя параллельными зеркалами с высокими коэффициентами отражения, разделёнными диэлектрической средой на небольшом расстоянии друг от друга [8, 9]. Коэффициенты отражения и пропускания резонатора зависят от угла падения света и его длины волны. Таким образом, пространственная и частотная фильтрация может быть осуществлена на основе структур металл/диэлектрик/металл.

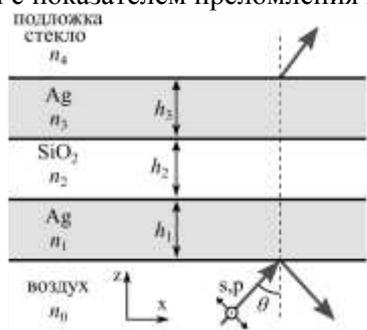
Слоистые структуры металл/диэлектрик/металл могут быть классифицированы как резонаторы Фабри-Перо с поглощающими зеркалами. Аппроксимации спектров пропускания Фабри-Перо резонатора представляют их как сумму резонансных форм линий Лоренца, ширина которых определяется потерями в резонаторе [10]. Аналитические выражения, описывающие

характерные особенности отдельных резонансов Лоренца были получены в [7] для резонаторов с потерями.

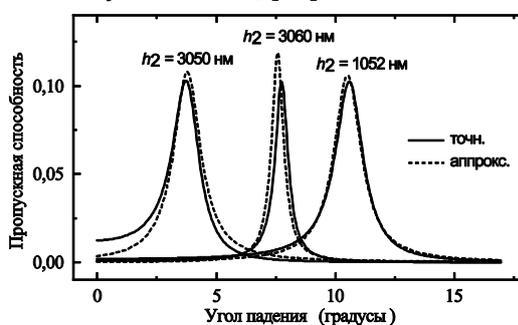
В данной работе проводится анализ резонансных характеристик мод Фабри-Перо структур на основе серебра (Ag) и кварца (SiO<sub>2</sub>) проводится на основе аппроксимации резонансов в слоистых структурах металл/диэлектрик/металл в рамках точной электромагнитной теории с учётом потерь для случая падения света, близкого к нормальному.

## 2. Описание структуры

Моделируемая структура металл/диэлектрик/металл схематично показана на рисунке 1. Проведём расчёт резонансных характеристик структуры Ag/SiO<sub>2</sub>/Ag в случае падения света с длиной волны 532 нм. Падение волны на структуру происходит в полубесконечном слое с показателем преломления  $n_0 = 1,0$ , представляющем собой воздух. Слои структуры последовательно расположены на подложке с показателем преломления  $n_4 = 1,5191$ , соответствующим стеклу К8. Набор слоёв включает в себя два слоя металла с показателем преломления  $n_1 = n_3 = 0,05424 + i3,293271$ , соответствующим Ag, разделённых диэлектрическим слоем с показателем преломления  $n_2 = 1,4607$ , соответствующим SiO<sub>2</sub> [11].



**Рисунок 1.** Структура Ag/SiO<sub>2</sub>/Ag на стеклянной подложке.



**Рисунок 2.** Спектры пропускания, рассчитанные точной электромагнитной теорией, и их аппроксимации функцией Лоренца для ряда значений толщины центрального слоя.

На основе анализа электромагнитного поля в структурах металл/диэлектрик/металл, поддерживающих моды резонатора Фабри-Перо, проведённого в рамках строгой электромагнитной теории, были получены аналитические выражения для аппроксимаций резонансных характеристик этих структур [7]. Так, в случае близкого к нормальному падения плоской волны на структуру под углом  $\theta$  эффективный показатель преломления моды Фабри-Перо  $\gamma_{FP}$  пятислойной структуры приближённо определяется как  $\gamma_{FP} = \gamma \{1 - \kappa_\gamma [\sigma_2(\gamma) + \eta(\gamma)]\}$ , где  $\gamma$  – эффективный показатель преломления моды непоглощающего трёхслойного резонатора Фабри-Перо,  $\kappa_\gamma$  – комплексная амплитуда моды трёхслойного резонатора Фабри-Перо с учётом поглощения,  $\sigma_2(\gamma)$  – коэффициент рассинхронизации поля в диэлектрическом слое резонатора,  $\eta(\gamma)$  – коэффициент самовоздействия моды вследствие переотражений в слоях металлических слоёв. Полная ширина резонанса на полувысоте (FWHM) оценивается как

$$FWHM = 2\gamma''_{FP}, \quad (1)$$

где  $\gamma_{FP} = \gamma'_{FP} + i\gamma''_{FP}$ . Высота резонанса  $H$  может быть оценена, принимая во внимание падение пучка и регистрацию прошедшего излучения в воздухе, как

$$H = \frac{|\gamma \kappa_\gamma P|^2 \gamma'^2_{FP}}{|\gamma_{FP}|^2 \gamma''^2_{FP}}, \quad (2)$$

Наклон резонансной кривой  $S = H/FWHM$  может быть оценён в виде

$$S = \frac{1}{2} \frac{|\gamma \kappa_\gamma P|^2}{|\gamma_{FP}|^2} \frac{\gamma'_{FP}{}^2}{\gamma''_{FP}{}^3}, \quad (3)$$

Коэффициент пропускания  $t$  для рассматриваемой структуры может быть аппроксимирован в виде резонанса Лоренца

$$t = P \frac{\gamma}{\alpha - \gamma \{1 - \kappa_\gamma [\sigma_2(\gamma) + \eta]\}} \kappa_\gamma, \quad (4)$$

где  $\alpha = n_0 \sin \theta$ ,  $P$  – коэффициент, определяющий изменение высоты резонанса, вследствие эффектов передачи поля в слоях металла.

### 3. Численные результаты

Рассмотрим структуру с толщиной слоев Ag  $h_1 = h_3 = 65$  нм. Пространственный спектр пропускной способности  $|t|^2$  структуры рассчитан для толщин центрального слоя  $h_2 = 1052, 3050$  и  $3060$  нм и показан на рисунке 2. Для использованных значений  $h_2$  наблюдаются резонансы с высотой около 0,1 и FWHM  $0,6^\circ$ – $1,5^\circ$ . Спектральные резонансные кривые, полученных в рамках точной электромагнитной теории, хорошо аппроксимируются формулой Лоренца (4).

Расчёты ширины на полувысоте, высоты и наклона резонанса были проведены на основе выражений (1), (2) и (3), соответственно, как функции толщины внутреннего  $h_1$  и внешнего  $h_3$  металлических слоёв. В расчётах значения толщины этих слоёв изменялись в диапазоне от 1 до 100 нм с шагом 1 нм. Распределение значений ширины резонанса представлено на рисунке 3. Можно заметить, что одновременное увеличение толщины обоих слоёв металла вызывает экспоненциальное уменьшение значений ширины. Зависимость высоты резонанса  $H$  от толщины слоёв металла демонстрируется на рисунке 4. Максимальные значения высоты достигаются при примерно равных толщинах слоёв металла, при этом меньшая толщина приводит к более высоким резонансам. Область максимального наклона резонансной кривой  $S$  на распределении, показанном на рисунке 5, локализована при некоторых оптимальных значениях толщины  $h_1$  и  $h_3$  около 50 нм.

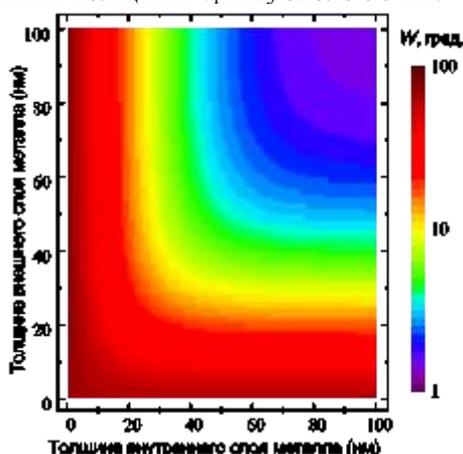


Рисунок 3. Карта распределения ширины резонанса FWHM.

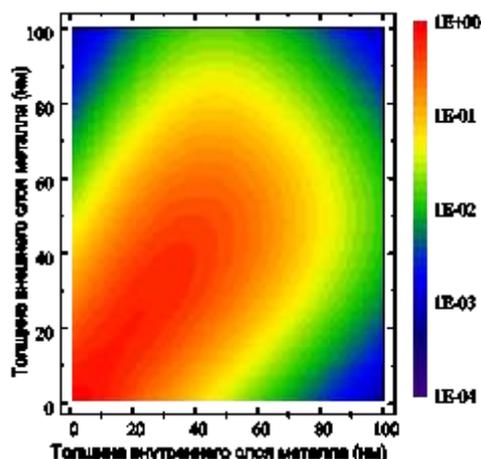


Рисунок 4. Карта распределения высоты резонанса  $H$ .

Проведём расчёт электромагнитного поля, генерируемого в структуре с толщинами слоёв  $h_1 = h_3 = 65$  нм,  $h_2 = 3060$  нм падающей s поляризованной волной, методом передаточных матриц  $2 \times 2$  [12]. Распределение коэффициента усиления электромагнитного поля в пространстве представлено на рисунке 6 в виде цветового распределения отношения квадратов амплитуд y-компонент электрического поля в структуре и поля падающей волны как функции угла падения  $\theta$  и позиции  $z$  в структуре. Граница раздела сред воздух/Ag соответствует  $z = 0$ . В

области нормального падения в центральном диэлектрическом слое структуры наблюдается интерференция прямых и обратных волн с модуляцией от 0 до 0,32. Коэффициент усиления прошедшей волны в подложке принимает значения около 0,001. Вблизи  $\theta = 7,5^\circ$  наблюдаются области высоких значений коэффициента усиления поля в центральном диэлектрическом слое около 20 и поля пройденной волны в подложке до 0,105.

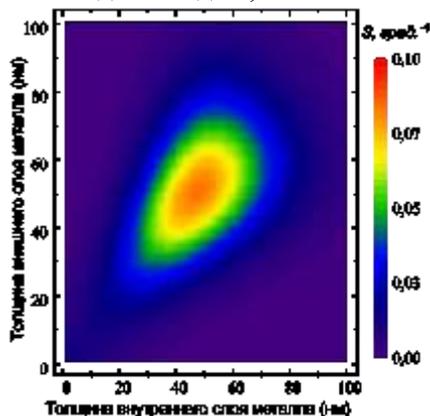


Рисунок 5. Карта распределения наклона резонансной кривой  $S$ .

Распределение фазы электрического поля показано на рисунке 7. В области нормального падения наблюдается минимальное изменение фазы с ростом  $\theta$ . В области  $7^\circ < \theta < 8^\circ$  наблюдается скачок фазы на  $\pi$ , что характерно для резонансного возбуждения собственной моды. В окрестности  $\theta = 7,5^\circ$  изменение фазы – максимально. Таким образом, резонансное усиление поля и быстрое изменение фазы в центральном слое и подложке соотносятся с возбуждением распространяющейся моды асимметричного резонатора Фабри-Перо.

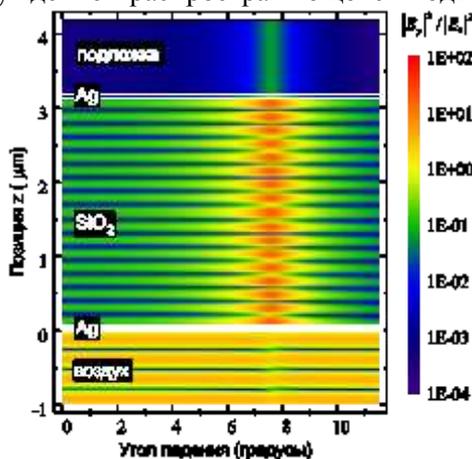


Рисунок 6. Карта распределения усиления поля в случае возбуждения  $s$  поляризованной волной.

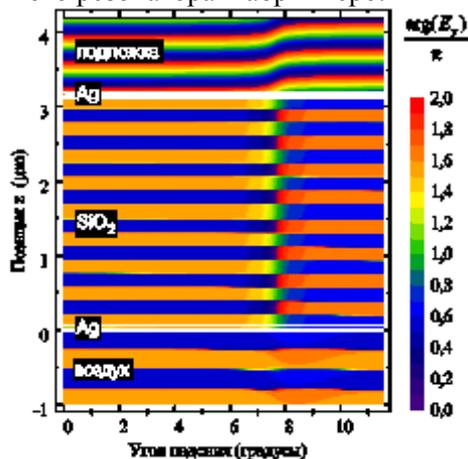


Рисунок 7. Карта распределения фазы в случае возбуждения  $s$  поляризованной волной.

#### 4. Заключение

В работе была проведена оценка характеристик резонансных линий в спектрах пропускания структур  $Ag/SiO_2/Ag$  на основе аппроксимаций резонансными линиями Лоренца. Показано, что минимальные значения ширины резонанса достигаются при больших значениях толщины слоёв металла. Максимальные значения высоты резонанса достигаются при равных значениях толщины слоёв металла, при этом меньшие значения толщины приводят к большим значениям высоты. Это определяет возможность нахождения оптимальных значений толщины слоёв металла, при которых достигаются максимальные значения наклона резонансной линии. Численное моделирование характеристик поля однозначно свидетельствует о возбуждении мод

резонатора Фабри-Перо. Результаты работы могут найти применения в сенсорике и оптической обработке изображений.

## 5. Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение №007-ГЗ/Ч3363/26) и Российского фонда фундаментальных исследований (номера проектов 18-29-20006 и 18-07-00613).

## 6. Литература

- [1] Головастиков, Н.В. Дифференцирование и интегрирование трёхмерного оптического импульса во времени с использованием брэгговских решёток с дефектным слоем / Н.В. Головастиков, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 1. – С. 13-21. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-1-13-21.
- [2] Zhu, T. Plasmonic computing of spatial differentiation / T. Zhu, Y. Zhou, Y. Lou, H. Ye, M. Qiu, Z. Ruan, S. Fan // Nature Communications. – 2017. – Vol. 8. – P. 15391.
- [3] Нестеренко, Д.В. Оптическое дифференцирование на основе эффекта Брюстера / Д.В. Нестеренко, М.Д. Колесникова, А.В. Любарская // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 5. – С. 758-763. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-758-763.
- [4] Nesterenko, D.V. Asymmetric surface plasmon resonances revisited as Fano resonances / D.V. Nesterenko, S. Hayashi, Z. Sekkat // Phys. Rev. B. – 2018. – Vol. 97. – P. 235437.
- [5] Нестеренко, Д.В. Оценка резонансных характеристик однослойных плазмонных сенсоров в жидких средах аппроксимацией Фано в видимом и инфракрасном диапазонах / Д.В. Нестеренко, Р.А. Павелкин, Ш. Хаяши // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 4. – С. 596-604. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-596-604.
- [6] Nesterenko, D.V. Fano approximation for coupled modes in metal-dielectric multilayer structures // J. Phys.: Conf. Ser. – 2019. – Vol. 1368. – P. 052046.
- [7] Нестеренко, Д.В. Резонансные характеристики пропускающих оптических фильтров на основе структур металл/диэлектрик/металл // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44. (в печати).
- [8] Fabry, C. Théorie et applications d'une nouvelle méthode de spectroscopie interférentielle / C. Fabry, A. Pérot // Ann. de Chim. et de Phys. – 1899. – Vol. 16(7). – P. 115-144.
- [9] Vaughan, J.M. The Fabry-Perot Interferometer: History, Theory, Practice and Applications / J.M. Vaughan – New York: Taylor & Francis Group, 1989. – 604 p.
- [10] Ismail, N. Fabry-Pérot resonator: spectral line shapes, generic and related Airy distributions, linewidths, finesse, and performance at low or frequency dependent reflectivity / N. Ismail, C.C. Kores, D. Geskus, M. Pollnau // Opt. Express. – 2016. – Vol. 24. – P. 16366.
- [11] Malitson, I. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica // J. Opt. Soc. Am. A. – 1965. – Vol. 55. – P. 1205-1209.
- [12] Katsidis, C.C. General transfer-matrix method for optical multilayer systems with coherent, partially coherent, and incoherent interference / C.C. Katsidis, D.I. Siapkas // Appl. Opt. – 2002. – Vol. 41(19). – P. 3978-87.

## Approximation of the resonances Fabri-Perot in silver/ quartz/silver structures

D.V. Nesterenko<sup>1,2</sup>, S. Hayashi<sup>3,4</sup>, V.A. Soifer<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

<sup>2</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

<sup>3</sup>Optics and Photonics Center, Moroccan Foundation for Science, Innovation and Research (MAScIR), Rabat, Morocco, 10100

<sup>4</sup>Graduate School of Engineering, Kobe University, Kobe 657-8501, Japan

**Abstract.** We consider planar metal/dielectric/metal structures on a dielectric transparent substrate as a Fabry-Pérot resonator, which support resonance excitation of Fabry-Pérot modes by light at normal and oblique incidence. The excitation of the modes is manifested as the resonance line shapes in spatial spectra. Based on the analysis of spectra by electromagnetic theory we obtain approximations of the resonances by Fano formula that are in good agreement with those obtained by rigorous calculations. The analytical expressions for resonance characteristics found from the approximations are applied for estimation of mode field enhancement, width and height of resonances.