Анализ интенсивности на каустике автофокусирующихся чирп-пучков

А.В. Устинов
Институт систем обработки изображений - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН
Самара, Россия
andr@ipsiras.ru

Е.О. Монин
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
monin23.23@yandex.ru

***Аннотация*—Для автофокусирующихся пучков, формируемых обобщённой линзой, получено выражение для амплитуды и интенсивности поля вдоль линии каустики. Рассмотрено два вида амплитуды падающего пучка: постоянная и степенная. В обоих случаях зависимость интенсивности от расстояния будет степенной.**

Ключевые слова— автофокусировка, обобщённая линза, каустика.

1. Введение

Свойство автофокусировки имеют пучки, для которых в исходном поперечном распределении присутствует градиент фазы. К этому типу относятся круговые пучки Эйри [1-5], пучки Пирси [6-8], аберрационные пучки [9-11], а также зеркальные и обобщённые пучки Эйри [12, 13]. Наиболее используемый фокусирующий элемент – это линза, которая имеет квадратичную зависимость фазы от радиуса, т. е. линейный чирп (частота растёт линейно с увеличением радиуса). Круговые пучки Эйри с зависимостью фазы, близкой к $r^{3/2}$, соответствуют сублинейному чирпу [2, 14].

Ещё одно семейство пучков данного типа – это пучки, имеющие радиальную зависимость фазы r^q, причём q принимает любое положительное значение, в том числе $q > 2$ (сверхлинейный чирп). Оптические элементы с такой зависимостью фазы называются обобщёнными линзами [15, 16].

В работе [17] было доказано, при каких условиях при освещении обобщённой линзы плоским пучком формируется линия каустики и получено её уравнение. В [9] рассмотрен несколько другой падающий пучок, а в [18] приведены дополнительные подробности. Однако не было вычислено распределение амплитуды/ интенсивности вдоль линии каустики. Именно рассмотрение этого вопроса представляется основной целью данного доклада.

2. Теоретическое рассмотрение

Теоретическое рассмотрение распространения поля, в том числе явления автофокусировки, будем проводить в рамках преобразования Френеля (предполагаем, что его использование правомерно). Если на обобщённую линзу падает пучок с амплитудой $A(r)$, то начальное поле $f(r,\varphi)$ будет радиально симметричным: $f(r,\varphi)=A(r)\exp\left(-i(k\alpha r)^q\right)$ В этом случае преобразование Френеля записывается в виде:

$$E(\rho,z)=-\frac{ik}{2\pi z}\exp\left(\frac{ik}{2z}\rho^2\right)\times \\ \times\int_0^\infty f(r)\exp\left(\frac{ik}{2z}r^2\right)r\,\mathrm{d}r\int_0^{2\pi}\exp\left\{-\frac{ik}{z}\rho r\cos(\varphi)\right\}\mathrm{d}\varphi \quad (1)$$

В [17, 18] обосновано, что для анализа линии каустики целесообразно использовать следующее приближение выражения (1). (Это приближение было приведено ранее в [2], но без объяснения, как оно получено.) Необходимо отметить, что это выражение неприменимо вблизи оптической оси (при малом ρ).

$$E(\rho,z)\approx -ie^{i\pi/4}\sqrt{\frac{k}{2\pi z\rho}}\exp\left(ik\frac{\rho^2}{2z}\right)\times \\ \times\int_0^\infty f(r)\exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right)\exp\left(-ik\frac{\rho r}{z}\right)\sqrt{r}\,\mathrm{d}r \quad (2)$$

Ранее на основе метода стационарной фазы получено уравнение линии каустики, которая существует только при $q > 2$. Если обозначить $\psi(r)=(k\alpha r)^q-\frac{kr^2}{2z}+\frac{kr\rho}{z}$, то линия каустики даётся выражением $\rho(z)=r_0(q-2)/(q-1)$, где $r_0=\left[k^{-1}(k\alpha)^q(q-1)z\right]^{-1/(q-2)}$ – стационарная точка. Амплитуда *на линии каустики* при $A(r)=1$ равна.

$$E(\rho,z)\approx -ie^{i\pi/4}A_1\sqrt{\frac{k}{2\pi\rho z}}\exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right)e^{-i\psi(r_0)}\sqrt{r_0}\cdot\sqrt[3]{\frac{6}{\psi'''(r_0)}} \quad (3)$$

Здесь A_1 – константа. Выражение (3) получено с помощью метода стационарной фазы для случая отсутствия слагаемого второй степени. После преобразований получаем выражение для амплитуды.

$$E(\rho,z)=A_2\cdot\frac{\sqrt{q-1}}{\sqrt{q-2}}\cdot\alpha^{-\left(\frac{q}{3(q-2)}\right)}(q-1)^{-\left(\frac{1}{3(q-2)}\right)}\cdot(kz)^{-\left(\frac{q}{6(q-2)}\right)} \quad (4)$$

Опустив постоянные и чисто фазовые множители, получим интенсивность на каустике:

$$I(\rho,z)\sim(kz)^{-\left(\frac{q}{3(q-2)}\right)} \quad (5)$$

Так как $q > 2$, интенсивность *монотонно убывает* с увеличением z. Например, при $q = 3$ $I\sim z^{-1}$; при $q = 4$ $I\sim z^{-2/3}$; при $q = 6$ $I\sim z^{-1/2}$; при очень большой величине q зависимость стремится к $I\sim z^{-1/3}$.

Дополнительная степень свободы появляется, если амплитуда падающего пучка не единичная, а имеет вид

$A(r)=1/(\beta r)^p$. При этом в (3) появится дополнительный множитель $1/(\beta r_0)^p$, а зависимость интенсивности принимает вид

$$I(\rho,z)\sim z^{\frac{-q+6p}{3(q-2)}} \tag{6}$$

Как и в (5) зависимость от z является степенной, то есть по-прежнему монотонной, но теперь *не обязательно убывающей*. Если $p>q/6$, то интенсивность *растёт* с ростом z. Наиболее интересны два случая.

1) $p = q/6$, тогда каустика *равномерно освещена*.

2) $p = 1/3$, тогда из (6) следует, что зависимость $I\sim 1/\sqrt[3]{z}$ одна и та же *независимо от значения степени* q, от которого зависит лишь коэффициент пропорциональности.

Необходимо отметить, что рост интенсивности при росте z *не противоречит физическому смыслу*. Причина в том, что линия каустики на самом деле *не является неограниченной*. Хотя уравнение для $\rho(z)$ определяет неограниченную кривую, похожую на гиперболу и асимптотически приближающуюся к оптической оси, если учесть примечание перед равенством (2), то получим, что приведённые выражения верны только для *ограниченного участка* этой кривой. Поэтому суммарная энергия вдоль линии каустики будет конечной, так как она вычисляется на отрезке аналитической кривой конечной длины.

3. Заключение

В данном докладе мы сделали очередной шаг в рассмотрении автофокусирующихся пучков, формируемых при освещении обобщённой линзы. При освещении пучком постоянной амплитудой интенсивность монотонно убывает к нулю. Если амплитуда описывается степенной функцией, то возможно получение постоянной интенсивности (с учётом ограничений, накладываемых физической реализуемостью). Это достигается, если показатель степени в знаменателе функции амплитуды в 6 раз меньше показателя степени в функции фазы.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-07-00505 и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26).

Литература

[1] Efremidis, N.K. Abruptly autofocusing waves / N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35(23). – P. 4045-4047. DOI: 10.1364/OL.35.004045.

[2] Chremmos, I. Pre-engineered abruptly autofocusing beams / I. Chremmos, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides // Opt. Lett. – 2011. – Vol. 36(10). – P. 1890-1892. DOI: 10.1364/OL.36.001890.

[3] Davis, J.A. Abruptly autofocusing vortex beams / J.A. Davis, D.M. Cottrell, D. Sand // Opt. Express. – 2012. – Vol. 20(12). – P. 13302-13310. DOI: 10.1364/OE.20.013302.

[4] Porfirev, A.P. Generation of the azimuthally modulated circular superlinear Airy beams / A.P. Porfirev, S.N. Khonina // J. Opt. Soc. Am. B. – 2017. – Vol. 34(12). – P. 2544-2549. DOI: 10.1364/JOSAB.34.002544.

[5] Siviloglou, G.A. Accelerating finite energy Airy beams / G.A. Siviloglou, D.N. Christodoulides // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32(8). – P. 979-981.

[6] Ring, J. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams / J. Ring, J. Lindberg, A. Mourka, M. Mazilu, K. Dholakia, M. Dennis // Opt. Express. – 2012. – Vol. 20(17). – P. 18955-18966. DOI: 10.1364/OE.20.018955.

[7] Ковалев, А.А. Структурно-устойчивые трёхмерные и двумерные лазерные половинные пучки Пирси / А.А. Ковалев, В.В. Котляр, С.Г. Засканов // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 193-197. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-2-193-197.

[8] Chen, X. Nonparaxial propagation of abruptly autofocusing circular Pearcey Gaussian beams / X. Chen, D. Deng, J. Zhuang, X. Yang, H. Liu, G. Wang // Appl. Opt. – 2018. – Vol. 57(28). – P. 8418-8423. DOI: 10.1364/AO.57.008418.

[9] Khonina, S.N. Aberration laser beams with autofocusing properties / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // Appl. Opt. – 2018. – Vol. 57(6). – P. 1410-1416. DOI: 10.1364/AO.57.001410.

[10] Reddy, A.N.K. Generating autofocused aberration laser beams with different spectral performance / A.N.K. Reddy, S.N. Khonina, V. Pal // J. Opt. – 2020. – Vol. 22. – P. 045606. DOI: 10.1088/2040-8986/ab7838.

[11] Dev, V. Autofocusing and self-healing properties of aberration laser beams in a turbulent media / V. Dev, A.N.K. Reddy, A.V. Ustinov, S.N. Khonina, V. Pal // Physical Review Applied. – 2021. – Vol. 16. – P. 014061. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.16.014061.

[12] Belafhal, A. Theoretical introduction and generation method of a novel nondiffracting waves: Olver beams / A. Belafhal, L. Ez-Zariy, S. Hennani, H. Nebd // Opt. Photon. J. – 2015. – Vol. 5(7). – P. 234-246. DOI: 10.4236/opj.2015.57023.

[13] Khonina, S.N. Fractional Airy beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // J. Opt. Soc. Am. A. – 2017. – Vol. 34(11). – P. 1991-1999. DOI: 10.1364/JOSAA.34.001991.

[14] Degtyarev, S.A. Sublinearly chirped metalenses for forming abruptly autofocusing cylindrically polarized beams / S.A. Degtyarev, S.G. Volotovsky, S.N. Khonina // J. Opt. Soc. Am. B. – 2018. – Vol. 35(8). – P. 1963-1969. DOI: 10.1364/JOSAB.35.001963.

[15] Устинов, А.В. Обобщенная линза: анализ осевого и поперечного распределения / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 307-315. DOI: 10.18287/0134-2452-2013-37-3-307-315.

[16] Gorelick, S. Axilenses: Refractive micro-optical elements with arbitrary exponential profiles / S. Gorelick, D.M. Paganin, A. Marco // Appl. Photonics. – 2020. – Vol. 5. – P. 106110.

[17] Khonina, S.N. Sudden autofocusing of superlinear chirp beams / S.N. Khonina, A.P. Porfirev, A.V. Ustinov // Journal of Optics. – 2018. – Vol. 20. – P. 025605.

[18] Устинов, А.В. Свойства внеосевых каустик автофокусирующихся чирп-пучков / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 721-727. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-794.