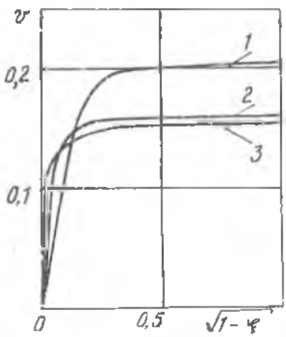
В то же время температурный напор

$$T - T_w = \frac{4\mu_w W^2}{\tau_w} \vartheta$$

возрастает со средней по расходу скоростью примерно пропорционально ее квадрату. При течении воздуха в трубе диаметром 100 мм в случае, когда $Re = 10^6$ и $T_w = 300$ К, перепад температур между стенкой и ядром достигает 10^0. Так как наиболее резко температура изменяется вблизи поверхности, то при обработке экспериментальных данных указанный перепад необходимо учитывать в первую очередь в этой области течения.



Р и с. I. Распределение температуры по сечению труб: I – $Re = 10^4$; 2 – 10^5; 3 – 10^6

УДК 532.526

А.И. Б е р, Н.Н. К о р т и к о в

ПРИСТЕНОЧНАЯ ЛАМИНАРНАЯ СТРУЯ В СПУТНОМ ПОТОКЕ НА ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Принятые обозначения

x, y – продольная и поперечная координаты

U, V – проекции вектора скорости соответственно на координатные линии x и y

$\bar{U} = \bar{u}/\sqrt{E_0/Vx}$

τ_w – касательное напряжение трения на стенке

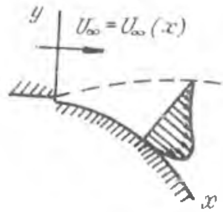
ρ – плотность

ν – коэффициент кинематической вязкости

μ – коэффициент динамической вязкости.

Рассмотрим плоскую ламинарную струю вязкой несжимаемой жидкости, бьющую из бесконечно тонкой щели вдоль твердой поверхности в спутный поток жидкости обладающий теми же физическими свойствами, что и сама струя. Введем криволинейную ортогональную систему координат. Начало координат поместим в точку расположения щели 0. Ось x направим по стенке, ось y – по нормали к ней в каждой точке поверхности (рис.I).

Гидродинамику и теплообмен в спутных пристеночных струях, распространяющихся вдоль поверхностей с незначительной кривизной, можно проанализировать с помощью уравнений первого приближения при асимптотическом разложении уравнений Навье-Стокса и энергии при больших числах Рейнольдса. При этом влияние кривизны поверхности ограничивается изменением градиента давления вдоль стенки.



Р и с. I. Схема течения

Уравнения движения, неразрывности и энергии для струи вязкой несжимаемой жидкости в приближении пограничного слоя имеют вид [I]:

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + U_\infty\frac{dU_\infty}{dx}; \qquad (I)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0;$$

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}.$$

Граничные условия запишем следующим образом:

$$U = V = 0; \quad T = T_W \quad при \quad y = 0; \qquad (2)$$

$$U = U_\infty, \quad T = T_\infty \quad при \ y \to \infty$$

(поверхность поддерживается при постоянной температуре, не равной температуре окружающей среды).

Влияние спутного потока проявляется в последнем члене уравнения (I) и в граничном условии на внешней границе пограничного слоя (2).

Используя уравнения движения и неразрывности, зададим интегральную характеристику движения, отвечающую некоторому закону сохранения и тем самым служащую количественной мерой данной полуограниченной струи [2] :

$$\int_0^\infty U(U-U_\infty)\,\psi\,dy+\int_0^x\left[\frac{1}{2}\nu U_\infty^2+\frac{dU_\infty}{dx}\int_0^\infty(U-\right.$$

$$\left.-U_\infty)\,\psi\,dy\right]dx=E_0\ , \tag{3}$$

где ψ - функция тока.

Таким образом, вдоль ламинарной струи, распространяющейся у стенки в спутном потоке, сохраняется величина E_0.

Перепишем уравнения гидродинамики и теплообмена с граничными условиями через функцию $\Phi=\frac{\psi}{U_\infty}$ и безразмерную температуру $\theta=\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}$:

$$\frac{dU_\infty}{dx}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2-\Phi\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}-1\right]+U_\infty\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right)=\nu\frac{\partial^3\Phi}{\partial y^3}; \tag{4}$$

$$U_\infty\frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial x}-\left(\frac{\partial U_\infty}{\partial x}\Phi+\frac{\partial\Phi}{\partial x}U_\infty\right)\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{\nu}{P_r}\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}; \tag{5}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y}=\Phi=0,\ \ \theta=1\ \ при\ \ y=0;$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y}=1,\ \ \theta=0\ \ при\ \ y\to\infty\ .$$

Представим функции Φ, θ и скорость на внешней границе струи U_∞ в виде рядов по степеням параметра $m=kx^p$:

$$\Phi=\frac{\sqrt[4]{E_0\nu x}}{U_\infty(0)}\sum_{i=0}^\infty m^i F_i(\eta); \tag{6}$$

$$\theta=\sum_{i=0}^\infty m^i S_i(\eta); \tag{7}$$

$$U_\infty=U_\infty(0)\sum_{i=0}^\infty a_i\frac{m^i}{i!};\quad a_i=\frac{U_\infty^{(i)}(0)}{U_\infty(0)}, \tag{8}$$

где $U_\infty(0)$ - скорость спутного потока в начальном сечении; $k,\ p$ - константы, требующие определения.

Из граничного условия на внешней границе принимаем

$$F_0'(\infty)=0,\ \ F_1'(\infty)=1,\ \ F_2'(\infty)=0,\ldots\ F_i'(\infty)=0\ .$$

откуда константы p и k определяются следующим образом

$p = \frac{1}{2}$; $k = U_\infty(0)\sqrt{\frac{\nu}{E_0}}$.

Теперь выражение для параметра разложения m можно записать в виде

$$m = kx^p = \frac{U_\infty(0)}{\sqrt{E_0/\nu x}} = \frac{U_\infty(0)}{U_m}; \quad U_m = \sqrt{E_0/\nu x}.$$

Аналогичная характерная скорость в сечении струи вводилась при исследовании автомодельного решения. Очевидно, задача имеет смысл в случае малости безразмерного параметра m, т.е. когда характерная скорость спутного потока меньше характерной скорости в сечении струи.

Подставляя разложения (6) – (8) в уравнения (4), (5), приравнивая члены при одинаковых степенях параметра m, получим после некоторых преобразований уравнения для определения любого (n-го) члена в разложениях (6), (7):

$$\frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n}\frac{1}{l!}a_l\, l\left[\sum_{i=0}^{n-l}F_i' F_{n-l-i}' - \sum_{i=0}^{n-l}F_i F_{n-l-i}''\right] - \frac{1}{4}\left[1+\operatorname{Sgn}(n-2)\right](n-2)a_{n-2}+$$

$$+\sum_{l=0}^{n}\frac{1}{l!}a_l\left\{\sum_{i=0}^{n-l}\left[\frac{1}{2}(n-l-i)-\frac{1}{2}\right]F_i' F_{n-l-i}' - \sum_{i=0}^{n-l}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{2}(n-l-\right.\right.$$

$$\left.\left.-i)\right]F_i'' F_{n-l-i}\right\} = F_n''';$$

$$\sum_{i=0}^{n}\frac{1}{i!}a_i\sum_{l=0}^{n-i}\frac{1}{2}(n-i-l)F_l' S_{n-i-l} - \sum_{i=0}^{n}\frac{1}{i!}a_i\sum_{l=0}^{n-i}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}l\right)F_l S_{n-i-l}' -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{i!}a_i\sum_{l=0}^{n-i}F_l S_{n-i-l}' = \frac{1}{P_r}S_n''.$$

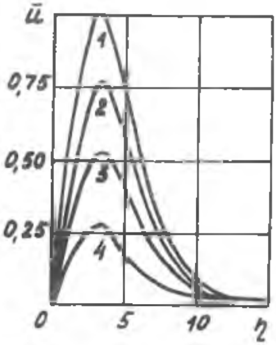
Для получения отличного от тривиального решения уравнения для нулевого члена разложения (6), используя соотношение (3), введем дополнительное интегральное условие

$$\int_0^\infty F_0 F_0'^2\, d\eta = 1.$$

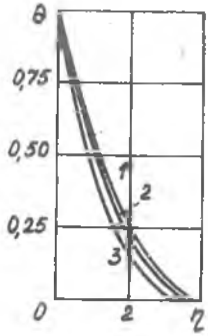
3-0926

Заметим, что все уравнения, кроме первых автомодельных, являются линейными, что позволяет легко рассчитать любое приближение задачи. В ходе работы были проведены расчеты для определения первых четырех членов разложений (6), (7). Система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась численно методом сведения краевой задачи к задаче Коши на ЭВМ "БЭСМ - 4 " с использованием стандартной программы метода Рунге-Кутта.

Численные расчеты показывают, что профиль скорости становится более градиентным при отрицательном перепаде давления в спутном потоке ($a_1 > 0$) и размывается при наличии встречного перепада давления ($a_1 < 0$) (рис.2). При благоприятном градиенте давления в спутном потоке пристеночная струя ускоряется (рис.3) и подтормаживается при противодавлении (рис.4). Характерной особенностью струйного течения с противодавлением является появление противотоков в области смыкания с внешним потоком.



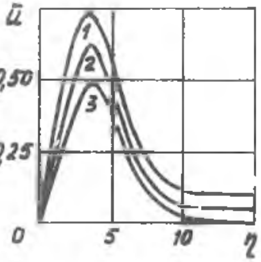
Р и с.2. Профиль скорости для $m = 0,05$:
I - a = I0; 2 - a = 5;
3 - a = 0; 4 - a = - 5



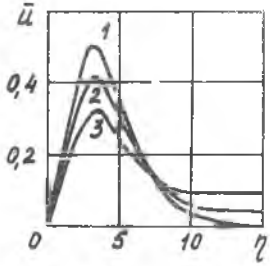
Р и с. 3. Профиль скорости для a = 2:
I - m = 0,I; 2- m=0,05;
3 - m = 0

Исследование температурных полей показало, что отрицательный градиент давления приводит к сужению безразмерного профиля температуры по мере удаления от источника струи (рис.5 и 6). Влияние числа Прандтля выражается в уменьшении температурного пограничного слоя при его увеличении (рис.7 и 8). Для предотвращения появления отрицательной избыточной температуры при больших значениях автомодельной переменной η с уменьшением числа Прандтля возникает необходимость учета большего числа членов разложения (см. рис.5).

Было исследовано влияние параметров спутного потока на трение и теплообмен на стенке. В результате интегрирования



Р и с.4. Профиль скорости для $a = -2$: I – $m = 0$; 2 – $m = 0{,}05$; 3 – $m = 0{,}1$



Р и с. 5. Профиль температуры для $P_r = 0{,}7$ и $a = 2$: I – $m = 0{,}1$; 2 – $m = 0{,}05$; 3 – $m = 0{,}1$

уравнений для нулевого и первого приближений в критериальной форме получены следующие зависимости:

$$\frac{\tau_w}{\mu \sqrt[4]{E_0 / \nu^5 x^3}} = 0{,}2210 + m(0{,}1968 + 0{,}4420\, a_1); \tag{9}$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt[4]{E_0 x / \nu^3}} = 0{,}1775 + m(0{,}1042 + 0{,}2284 a_1), \quad (P_r = 0{,}7); \tag{10}$$

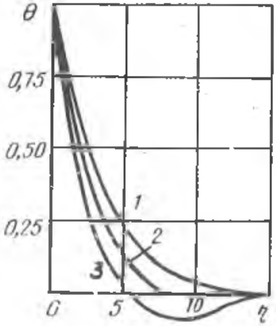
$$\frac{Nu_x}{\sqrt[4]{E_0 x / \nu^3}} = 0{,}5001 + m(0{,}1936 + 0{,}4399\, a_1), \quad (P_r = 10). \tag{11}$$

Соотношение (9) указывает на увеличение напряжения трения на стенке при наличии ускоряющегося спутного потока и потока с умеренным противодавлением ($a_1 < -0{,}445$). Приравняв в (9) трение на стенке нулю, можем приблизительно найти положение точки отрыва струи от поверхности:

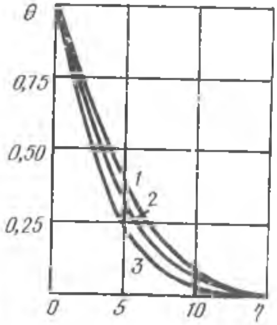
$$m_s = \frac{0.2210}{0{,}4420\, a_1 + 0{,}1968}.$$

Сравнивая зависимости (10), (11) приходим к выводу, что влияние перепада давления в спутном потоке на величину коэффициента теплоотдачи уменьшается с ростом числа Прандтля.

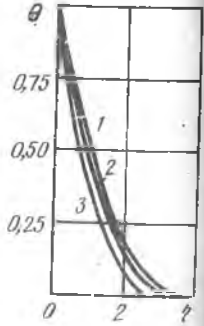
Корректность метода возмущений определяется параметрами разложения a_i и m. Расчеты показывают, что с ростом коэффи-



Р и с.6. Профиль температуры для $P_r = 0{,}7$ и $a = -2$: I – $m = 0{,}1$; 2 – $m = 0{,}05$; 3 – $m = 0$



Р и с. 7. Профиль температуры для $P_r = 10$ и $a = 2$: I – $m = 0$; 2 – $m = 0{,}05$; 3 – $m = 0{,}1$



Р и с.8. Профиль температуры для $P_r = 10$ и $a = -2$; I – $m = 0{,}1$; 2 – $m = 0{,}05$; 3 – $m = 0$

циентов разложения скорости спутного потока a_i уменьшается диапазон возможного изменения параметра m.

Л и т е р а т у р а

I. Л о й ц я н с к и й Л.Г. Механика жидкости и газа. М., "Наука", 1973.

2. А к а т н о в Н.И. Распространение плоской ламинарной струи вдоль твердой стенки. Труды ЛПИ, 1953, № 5, с.24-31.

УДК 532.517.4

В.И. К о р о б к о

ТУРБУЛЕНТНАЯ ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ СТРУЯ В СПУТНОМ ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ

Уравнения турбулентного пограничного слоя вязкой несжимаемой жидкости в случае осесимметричного движения в безграничном однородном