

$$x_{onm} = x_{1onm} - 0,3 (1 - \epsilon)^2, \quad (5)$$

где ϵ - степень парциальности.

Полученные результаты по формуле (5) хорошо согласуются с данными других исследований [3].

Л и т е р а т у р а

1. С и м а н о в и ч А.А. Турбоактивная горелка для сжигания природного газа в топках отопительных котлов - "Газовая промышленность", 1971, № 2, с.40.
2. С и м а н о в и ч А.А. К вопросу расчета турбоактивных горелок низкого давления. Материалы III научно-технической конференции молодых ученых. Саратов, 1971, с. II4-II7.
3. К и р и л л о в И.И. и др. Аэродинамика проточной части паровых и газовых турбин. М., Машгиз, 1958.

УДК 532.2.22

Г.В. Филиппов, В.Я. Давыдов,
Р.Х. Сандт, М.В. Цыганов

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА О РАВНОВЕСИИ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМ В СЛАБЫХ СИЛОВЫХ ПОЛЯХ

Если кроме капиллярных и массовых сил включить в число действующих поверхностную силу, то получим достаточно гибкий метод управления границей раздела жидкость-газ.

В [1] данная задача сформулирована математически и аналитические решения приведены для однородного и неоднородного поля поверхностных сил в плоском случае.

Ниже приводятся результаты анализа этой задачи в осесимметричном случае.

Поставим задачу нахождения равновесной формы границы раздела жидкость-газ в цилиндрическом сосуде радиуса a . Кроме поля тяжести, на границу раздела действует поверхностная сила в пределах цилиндрической области радиуса a . Математически эта задача формулируется в виде [1]:

найти решение уравнения равновесия

$$\frac{\zeta_2}{(1-\zeta_2^2)^{3/2}} + \frac{\zeta_2}{z(1+\zeta_2^2)^{1/2}} + \frac{f}{1+\zeta_2^2} = c + \beta \zeta_2 \quad (1)$$

удовлетворяющее краевому условию на стенке сосуда

$$\frac{\zeta_2}{(1+\zeta_2^2)^{1/2}} = \cos \gamma \quad \text{или} \quad \zeta_2 = \operatorname{ctg} \gamma \quad \text{при} \quad z=1 \quad (2)$$

и изопериметрическому условию, согласно которому объем жидкости, заключенный между свободной поверхностью и стенками сосуда равен объему жидкости при отсутствии поверхностного натяжения

$$\int_0^1 \psi(z) z dz = 0. \quad (3)$$

Здесь все линейные размеры отнесены к радиусу сосуда R_0 ;

$$B = \frac{\rho g R_0^2}{\sigma};$$

z - радиальная координата; γ - контактный угол; f - параметр поля поверхностных сил; σ - поверхностное натяжение жидкости; ρ - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения.

Нижний индекс z указывает на дифференцирование по этой переменной.

Постоянная c в уравнении (1) определяется в процессе решения задачи.

Сформулированная задача является сложной нелинейной краевой задачей. Однако в данном случае, возможно сведение ее к эквивалентной задаче Коши путем простого однопараметрического преобразования координат.

$$\text{Пусть} \quad \zeta = Az; \quad z = A\rho, \quad (4)$$

где z, ρ - новые переменные.

Подставляя значения (4) в (1) и выполняя преобразования, получаем

$$\frac{z\rho\rho}{(1+z^2)^{3/2}} + \frac{z\rho}{\rho(1+z^2)^{1/2}} + \frac{Af}{1+z^2} = Ac + \beta A^2 z. \quad (5)$$

Если обозначить

$$F = Af; \quad C' = Ac; \quad B = \beta A^2, \quad (6)$$

то уравнение (5) записывается в форме, тождественно совпадающей с (1) :

$$\frac{z\rho\rho}{(1+z^2)^{3/2}} + \frac{z\rho}{\rho(1+z^2)^{1/2}} + \frac{F}{1+z^2} = C' + Bz. \quad (7)$$

Граничные условия для этого уравнения (7) запишем в виде:

$$z = z_p = 0 \quad \text{при} \quad \rho = 0. \quad (8)$$

Параметр преобразования A в (4) и (6) определим так, чтобы удовлетворялись условия (2)

$$\frac{z_p}{(1+z_p^2)^{1/2}} = \cos \gamma \quad \text{или} \quad z_p = \operatorname{ctg} \gamma \quad (9)$$

на стенке сосуда. Это делается следующим образом: решается задача Коши (7), (8) до тех пор, пока не выполнится условие (9) при некотором значении ρ , равном ρ_* . Так как оно имеет место при $z = 1$, то используя второе соотношение в уравнении (4) имеем

$$A = \frac{1}{f_*}.$$

Для выполнения изопараметрического условия (3) достаточно в процессе решения задачи (7), (8) вычислить величину

$$d = 2 \int_0^{\rho_*} z(\rho) \rho d\rho,$$

а затем определить новое значение

$$z_1 = z - d;$$

пересчитать полученные значения z и ρ на "старые" переменные ξ и ζ

$$\xi = \frac{z_1}{\rho_*}; \quad \zeta = \frac{\rho}{\rho_*}$$

и по заданным F и B найти параметры интенсивности поля поверхностных сил f и число Бонда β

$$f = \rho_* F; \quad \beta = \rho_* B.$$

Для решения этой задачи была составлена программа для машины типа БЭСМ - 4. Расчеты проводились для случая, когда

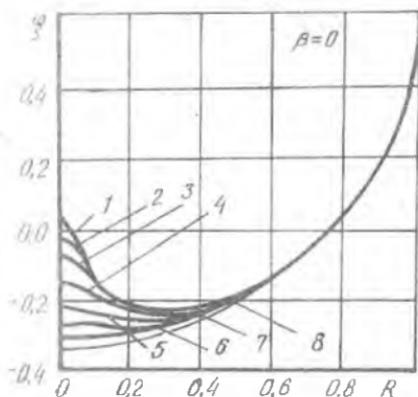
$$F = \begin{cases} F_0 = \text{const}; & 0 \leq \rho \leq \rho_a; \\ 0 & \rho_a < \rho < \rho_* \end{cases}.$$

В этом случае радиус цилиндрического поля поверхностных сил определяется соотношением

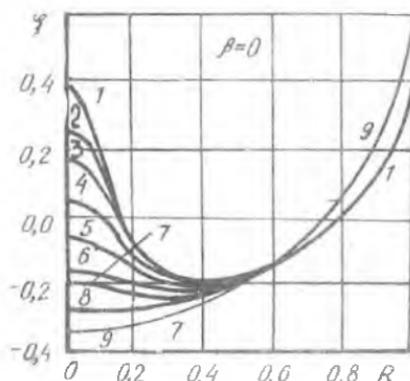
$$a = \frac{\rho_a}{\rho_*}.$$

На рис. 1-2 приведены некоторые результаты расчетов в случае отсутствия массовых сил ($\beta = 0$) для двух различных радиусов поля поверхностных сил $a \approx 0,1$ и $0,18$. На этих рисунках хорошо видно, что с ростом мощности поля поверхностных сил (которая пропорциональна произведению $a^2 f$) заметно значительное повышение уровня в центральной части сосуда, где действует поверхностная сила.

Рис. 3 иллюстрирует влияние на границу раздела числа Бонда при



Р и с. 1. Граница раздела сред



Р и с. 2. Граница раздела сред

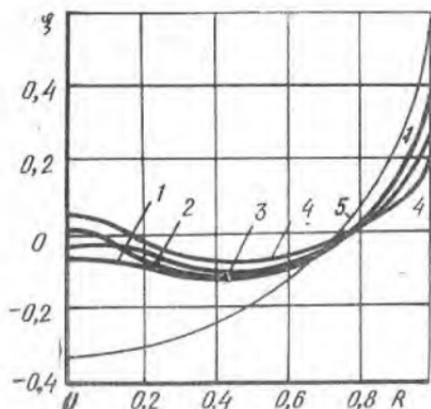
| N | f | a | $a^2 f$ |
|-----|-------|-------|---------|
| 1 | 109.4 | 0.091 | 0.908 |
| 2 | 65.41 | 0.092 | 0.523 |
| 3 | 48.41 | 0.092 | 0.347 |
| 4 | 21.37 | 0.094 | 0.192 |
| 5 | 10.43 | 0.096 | 0.094 |
| 6 | 6.165 | 0.097 | 0.055 |
| 7 | 2.017 | 0.099 | 0.020 |
| 8 | 0 | - | 0 |

| N | f | a | $a^2 f$ |
|-----|-------|-------|---------|
| 1 | 119.4 | 0.168 | 3.343 |
| 2 | 71.43 | 0.168 | 2.000 |
| 3 | 47.58 | 0.169 | 1.380 |
| 4 | 23.43 | 0.171 | 0.679 |
| 5 | 11.38 | 0.176 | 0.353 |
| 6 | 6.602 | 0.182 | 0.218 |
| 7 | 4.288 | 0.187 | 0.150 |
| 8 | 2.075 | 0.193 | 0.077 |

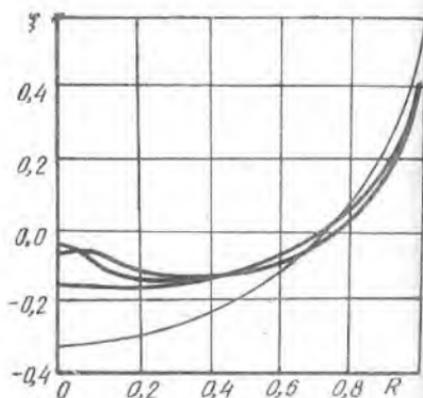
примерно одинаковом значении энергетического параметра $a^2 f = 0,34$, а рис. 4 - влияние параметра $a^2 f$ при $\beta = 3,9$. На этих рисунках граница действия поля поверхностных сил отмечена кружком.

На рис. 5 приведены результаты расчета равновесной границы раздела в отсутствии массовых сил при $a \approx 0,25$ для различных значений энергетического параметра.

Всду на графиках окружность единичного радиуса с координатой центра $\zeta = 0,67$ соответствует нулевому уровню всех полей. В расчетах принималось, что контактный угол γ во всех случаях равен нулю.



Р и с. 3. Граница раздела сред



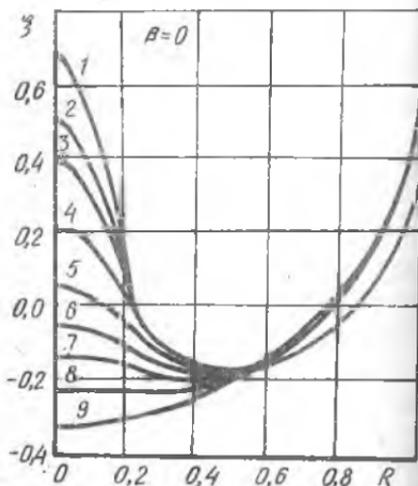
Р и с. 4. Граница раздела сред

| N | β | f | a | $a^2 f$ |
|-----|---------|-------|-------|---------|
| 1 | 4.367 | 4.179 | 0.287 | 0.343 |
| 2 | 5.327 | 11.54 | 0.174 | 0.346 |
| 3 | 8.787 | 4.192 | 0.186 | 0.344 |
| 4 | 20.17 | 9.527 | 0.189 | 0.343 |
| 5 | 0 | 0 | - | 0 |

| N | β | f | a | $a^2 f$ |
|-----|---------|-------|-------|---------|
| 1 | 3.821 | 19.55 | 0.101 | 0.196 |
| 2 | 3.852 | 5.888 | 0.204 | 0.247 |
| 3 | 3.968 | 2.817 | 0.142 | 0.056 |
| 4 | 0 | 0 | - | 0 |

Р и с. 5. Граница раздела сред

| N | f | a | $a^2 f$ |
|-----|-------|-------|---------|
| 1 | 124.4 | 0.232 | 6.718 |
| 2 | 77.44 | 0.233 | 4.182 |
| 3 | 51.45 | 0.233 | 2.778 |
| 4 | 25.43 | 0.236 | 1.424 |
| 5 | 12.21 | 0.242 | 0.720 |
| 6 | 7.169 | 0.251 | 0.452 |
| 7 | 4.597 | 0.261 | 0.313 |
| 8 | 2.164 | 0.277 | 0.167 |
| 9 | 0 | - | 0 |



Л и т е р а т у р а

- Г. Д а в ы д о в В.Я., Ф и л и п п о в Г.В. О равновесии газожидкостных систем в слабых силовых полях. - В межуз. сб.: Гидрогазодинамика. КуАИ, 1974, вып.2, с.44-49.

УДК 54.1:522.582

Р.Х. С а н д т,
Г.В. Ф и л и п п о в

О РАВНОВЕСИИ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЕЙ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКЕ

Одним из частных вопросов при изучении механизма кипения жидкости и способов его интенсификации является определение размеров паровых пузырей, отрывающихся от поверхности нагрева. Большое количество статей, критический обзор которых можно найти в [1], посвящено исследованию отрыва пузырей под действием архимедовой силы и вынужденной конвекции жидкости.

Ниже приводятся результаты по определению отрывного диаметра пузыря, находящегося под действием активных сил, как массовых, так и поверхностных. Исследование ограничено случаем коллинеарности активных сил, что соответствует случаю вертикальной стенки. Углы смачивания предполагаются малыми и, следовательно, форма пузырька близкой к сфере.

Рассмотрим основные силы, действующие на газовый пузырь - архимедова сила при плотности газа значительно меньшей плотности жидкости записывается следующим образом:

$$F_a = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho_f g.$$

Поверхностную силу примем пропорциональной площади поперечного сечения пузыря и зависящей от координаты, отсчитываемой вдоль стенки

$$F_n = k \pi r_0^2 \varphi(x).$$

При движении жидкости вдоль стенки на газовый пузырь будет действовать сила гидродинамического сопротивления, коэффициент которой в широком диапазоне чисел Рейнольдса определяется формулой

$$C_x = \frac{11,5}{Re^{2/3}}.$$