$$R_{\kappa} = S_{\kappa} + \varepsilon^2 \frac{S_{\kappa}}{2\ae} \left\{ R R' \ln \frac{S_{\kappa}}{R} + \left(R^2 - S_{\kappa}^2\right)\left(\ln S_{\kappa}\right)' \right\} . \tag{20}$$

Соотношения (I5) - (20) определяют потери давления в пласте $\frac{\Delta P}{p_0}$ в зависимости от V_c в случае $V_c = O(V_*)$ и $V_c \gg V_*$.

Автор приносит благодарность С.В. Фальковичу за советы при обсуждении работы.

Л и т е р а т у р а

I. Е н т о в В.М., М и р з а д ж а н з а д е А.Х., М и щ е в и ч В.И. Об искривлении диаграмм скважин в трещиновато-пористых коллекторах.- ПМТФ, I97I, 4, с.95-I00.
2. Л е й б е н з о н Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.-Л., Гостехиздат, I947.
3. В а н - Д а й к М. Методы возмущений в механике жидкости. М., "Мир", I967.
4. М о г и л е в и ч Л.И. О плоскорадиальной фильтрации жидкости при наличии двух зон с нелинейным и линейным законами сопротивления. - В сб.: Аэродинамика. Изд-во Саратовского ун-та, I974, вып.3 (6), с.I3I-I38.
5. М о г и л е в и ч Л.И. К теории фильтрации сжимаемой жидкости.- В сб.: Аэродинамика. Изд-во Саратовского ун-та, I975, вып.4 (7), с. I59-I66.

УДК 532.5I7.2 + 536.2 + 538.4

В.Г. Ш а х о в

ЕСТЕСТВЕННАЯ ЛАМИНАРНАЯ ПОЛНОСТЬЮ РАЗВИТАЯ МГД КОНВЕКЦИЯ МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ С ПОСТОЯННЫМИ ТЕМПЕРАТУРАМИ

Рассмотрим естественную ламинарную конвекцию жидкости с постоянными физическими свойствами между параллельными вертикальными стенками длиной ℓ, отстоящими друг от друга на расстоянии h. Перпендикулярно этим стенкам направлено однородное магнитное поле с индукцией B_0 . Температура стенок поддерживается постоянной. Если учесть, что магнитное число Рейнольдса мало, отношение $h/\ell \ll 1$ и пренебречь диссипативным и джоулевым нагревом, то уравнения, описывающие задачу, примут вид

$$\frac{\sigma B_0^2}{\rho} u + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = \nu \frac{d^2 u}{dy^2} + g\beta (T - T_0);$$

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \qquad (1)$$

где u, T, p – скорость, температура и давление в жидкости;
$\rho, \nu, k, \sigma, c_p, \beta$ – плотность, кинематическая вязкость, теплопроводность, электропроводность, теплоемкость при постоянном давлении и коэффициент объемного теплового расширения жидкости;
T_0 – температура жидкости вне канала;
g – ускорение свободного падения.

Задача (1) должна быть решена при следующих граничных условиях

$$y = 0: \quad u = 0, \quad T = T_2 = const;$$

$$y = h: \quad u = 0, \quad T = T_1 = const, \quad T_1 \neq T_0 . \qquad (2)$$

Введем безразмерные величины [1] :

$$U = \frac{h^2 u}{\ell \nu Gz}; \quad X = \frac{x}{\ell Gz}; \quad Y = \frac{y}{h}; \quad P = \frac{(p - p_0) h^4}{\rho \ell^2 \nu^2 Gz^2};$$

$$\sigma = \frac{\mu c_p}{k}; \quad \mu = \nu \rho; \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}; \quad G_z = \frac{g\beta (T_1 - T_0) h^4}{\ell \nu^2}$$

и дополнительно

$$S^2 = \frac{\sigma B_0^2}{\rho g \beta (T_1 - T_0)},$$

где p_0 – давление жидкости вне канала.

Тогда (1) и (2) преобразуются

$$\frac{dP}{dX} + S^2 U - \frac{d^2 U}{dY^2} = \theta; \qquad U(0) = U(1) = 0; \qquad (3)$$

$$\sigma U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}; \quad \theta(0) = z = \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}; \quad \theta(1) = 1. \qquad (4)$$

Вычисляя из уравнения (3) $\partial\theta/\partial X$ и $\partial^2\theta/\partial Y^2$ и подставляя результат в (4), получаем

3-8825

$$\frac{d^4U}{dY^4} - s^2\frac{d^2U}{dY^2} + \sigma U\frac{d^2P}{dX^2} = 0.$$ (5)

Из этого уравнения следует, что

$$\frac{d^2P}{dX^2} = \alpha = const.$$

Интегрирование полученного результата при граничных условиях $P(0) = P(L=1/\theta_z) = 0$, дает

$$P = \frac{\alpha}{2}X(X-L).$$ (6)

Подстановка уравнения (6) в (3) позволяет записать распределение температуры в виде

$$\theta = \frac{\alpha}{2}X(X-L) + s^2U - \frac{d^2U}{dY^2}.$$ (7)

Уравнение (7) удовлетворяет граничным условиям (4), если

$$\alpha = 0;\quad \left.\frac{d^2U}{dY^2}\right|_{Y=0} = -z;\quad \left.\frac{d^2U}{dY^2}\right|_{Y=1} = -1.$$ (8)

Тогда из выражений (3), (5) и (8) имеем

$$\frac{d^4U}{dY^4} - s^2\frac{d^2U}{dY^2} = 0;$$ (9)

$$U(0) = U(1) = 0;\quad \left.\frac{d^2U}{dY^2}\right|_{Y=0} = -z;\quad \left.\frac{d^2U}{dY^2}\right|_{Y=1} = -1.$$

Решением задачи (9) является соотношение

$$U = \frac{C_1 + C_2(1-e^s)}{s^2(e^s - e^{-s})}e^{-sY} - \frac{C_1 + C_2(1-e^{-s})}{s^2(e^s - e^{-s})}e^{sY} + \frac{C_1Y + C_2}{s^2};$$ (10)

$$C_1 = 1 - z;\quad C_2 = z.$$

Из уравнений (7), (8) и (10) следует

$$\theta = C_2 + C_1Y.$$ (11)

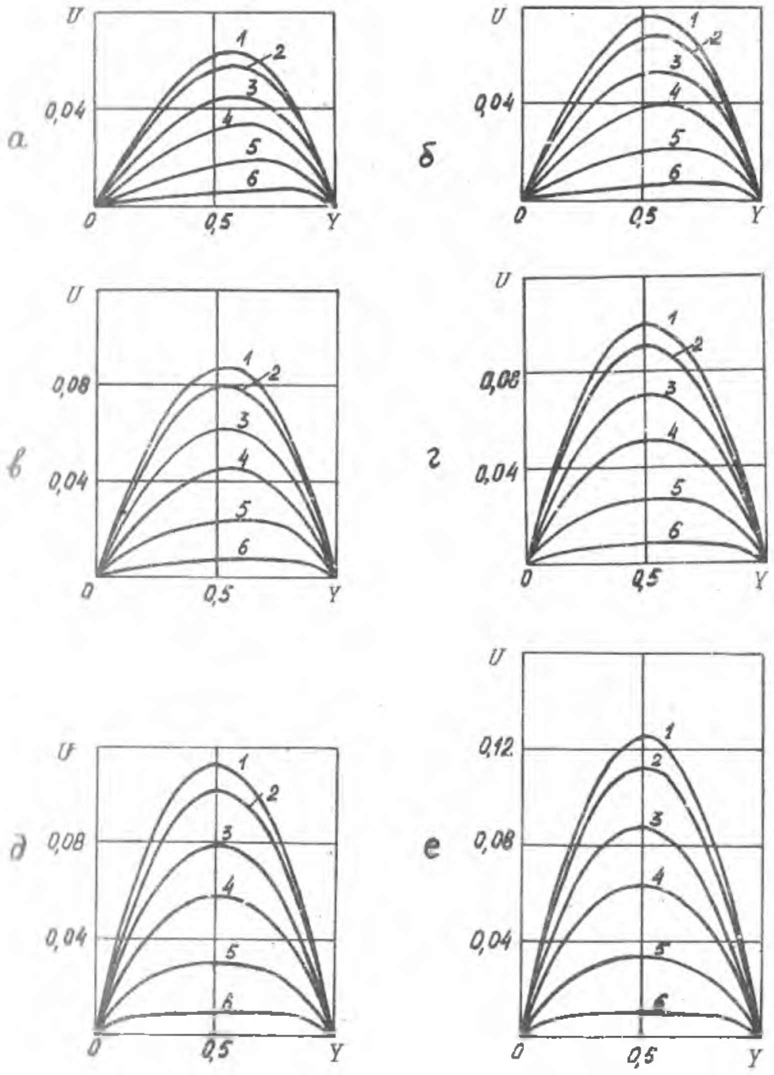
Отсюда можно заключить, что профиль температуры (10) остается линейным, как и в случае обычной гидродинамики [1].

Раскрывая в (10) неопределенность при $s \to 0$, получаем результат [1]:

$$U = \frac{2z+1}{6}Y - \frac{z}{2}Y^2 + \frac{z-1}{6}Y^3.$$

Безразмерный расход жидкости и поглощаемое при этом тепло в зазоре между плоскими пластинами определяются соотношениями

$$M = \int_0^1 U\,dY = \frac{1}{s^2}\left(\frac{1-ch\,s}{s\,sh\,s} + \frac{1}{2}\right)(C_1 + 2C_2);$$ (12)



Р и с. I. Влияние температуры стенок и величины магнитного поля на профиль скорости: а – $z = 0$; б – 0.2; в – 0.4; г – 0.6; д – 0.8; е – I.0; I – $s = 0$; 2 – I; 3 – 2 ; 4 – 3; 5 – 5; 6 – I0

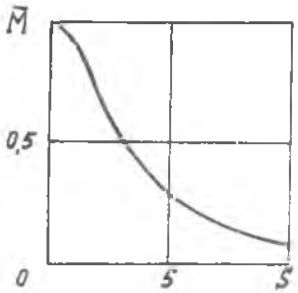
$$Q=\int_0^1 V\theta\,dY = C_2 M + C_1\left(\frac{2C_1+3C_2}{6s^2} - \frac{s\,ch s - sh s}{s^4\,sh s}\,C_1 - \frac{ch s - 1}{s^3\,sh S}\,C_2\right). \qquad (I3)$$

При $s \to 0$ из (I2) и (I3) следует [I] :

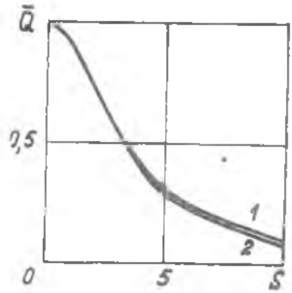
$$M_0 = \frac{z+1}{24}\ ; \quad Q_0 = \frac{4z^2+7z+4}{180}\ .$$

На рис. I-3 приведены результаты расчетов, где для удобства обозначено

$$\bar M = \frac{M}{M_0}\ ; \quad \bar Q = \frac{Q}{Q_0}\ .$$



Р и с.2. Влияние величины магнитного поля на расход жидкости между пластинами



Р и с.3. Влияние температуры стенок и величины магнитного поля на поглощаемое жидкостью тепло: I - z = 0; 2 - I

Анализ графиков (см.рис. I) приводит к выводу, что с увеличением магнитного поля конвективное течение быстро замедляется. Это же подтверждает и рис.2, где $\bar M$ не зависит от z и быстро убывает при увеличении s . Поглощаемое тепло $\bar Q$ также уменьшается при приложении магнитного поля, почти не зависит от z и практически совпадает с $\bar M$, т.е. $\bar Q \sim \bar M$.

Литература

I. Aung W. Fully developed laminar free convection between vertical plate, heated asymmetrically. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1972, 15, N8, 1569-1572.

УДК 532.517.2+66.015.23

Л.А. Полякова

МАССООБМЕН ПРИ ЛАМИНАРНОМ ОБТЕКАНИИ ШЕРОХОВАТОЙ СТЕНКИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Распределение скоростей, необходимое при решении задачи стационарной диффузии примеси, концентрация которой на одной из стенок постоянна, находится из решения следующей гидродинамической задачи.

Движение несжимаемой жидкости в плоском канале с шероховатой стенкой в безразмерных переменных описывается системой уравнений [I]:

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re}\nabla^2 U;$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re}\nabla^2 V; \qquad (I)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$

где y, U, V - продольная и поперечная координаты и компоненты скорости;

p - давление;

за единицу измерения длины, скорости, времени выбраны ℓ - полуширина канала;

V_{max} - максимальная скорость в канале и их отношение ℓ/V_{max}.

Число Рейнольдса $Re = V_{max}\,\ell/\nu$, где ν - кинематическая вязкость. При переходе к функции тока ψ, определяемой соотношениями

4-6925