Оценка критических параметров паров радиофосфора $^{32}_{15}P$ и $^{33}_{15}P$

Ю.Л. Ратис

Введение

В работе [1] впервые была сформулирована гипотеза о том, что шаровая молния представляет собой область пространства, в которой протекает цепная ядерная реакция индуцированного β - распада в связанное состояние. Внешний наблюдатель при этом видит свечение объекта, имеющего сферическую форму. В наблюдаемое свечение вносят вклад внутреннее тормозное излучение, а также излучение, испускаемое атомами и молекулами, содержащимися в объеме шаровой молнии, перешедшими в возбужденное состояние за счет различных вторичных процессов, протекающих при β - распаде.

Основанием для выдвижения столь экстравагантной гипотезы послужили результаты теоретических [2-4] и экспериментальных [5,6] работ.

Целью настоящей работы является оценка критических параметров $^{32}_{15}P$, необходимых для стационарного течения самоподдерживающейся цепной ядерной реакции β - распада в связанное состояние, а также проверка результатов работы [1] на внутреннюю непротиворечивость.

1. Феноменологические оценки

Вначале проделаем энергетические оценки, основанные на описаниях очевидцев. Согласно этим описаниям шаровая молния, попавшая в ведро с дождевой водой, нагрела эту воду до температуры порядка 90^0 С.

Как будет показано ниже, в ведре воды, нагревшейся до 90^0 С, содержалось $10^{22}-10^{23}$ атомов радиофосфора. При его распаде выделилось около 1 МДж в виде ВТИ (мы полагаем, что распалось около 10% ядер радиофосфора, после чего течение самоподдерживающейся реакции прекратилось из-за сильного поглощения в воде мягкого рентгеновского излучения, за счет которого инициируется реакция β - распада в связанное состояние). Все дело в том, что вода в 1000 раз плотнее воздуха. И, кроме того, длина свободного пробега γ - квантов с энергией в 440 эВ в воде намного меньше, чем в воздухе. Сильное поглощение этих фотонов приводит к тому, что для инициации реакции в воде обязательно нужен внешний источник этих фотонов – «налетающая шаровая молния». Кроме того, в воде присутствует только фосфорная кислота H_3PO_4, а пятиокиси фосфора P_2O_5 в водном растворе фосфорной кислоты нет. Следовательно, в воде невозможно стационарное течение реакции, ибо коэффициент β_{22} в этом случае близок к нулю [1]. Поэтому в описанном случае ведро воды нагрелось по объему за счет наведенной, а не самоподдерживающейся реакции β - распада в связанное состояние.

При каждом акте распада выделялось примерно (по порядку величины) 1 КэВ энергии в виде ВТИ, кинетической энергии Оже- электронов и дополнительной кинетической энергии дочернего ядра, принимающего на себя импульс отдачи. Кроме того, небольшой вклад в общий энергетический баланс внесла экзотермическая реакция растворения серной кислоты в воде. Более аккуратный расчет показывает, что при каждом акте β - распада в связанное состояние выделяется $1 < \Delta E < 6$ КэВ полезной энергии.

При обычном β - распаде электрон уносит до 1.709 МэВ энергии, поскольку граница энергетического спектра β - электронов для радиофосфора приходится на $E_{max} = 1.709$ МэВ. Кроме того, часть энергии уносит нейтрино.

Согласно данным, приведенным в работе [7]:

$$\begin{aligned} &M({}^{32}_{15}P) = 31.9739087\ e \\ &M({}^{32}_{16}S) = 31.9720728\ e \\ &M({}^{32}_{15}P) - M({}^{32}_{16}S) = 0.0018359\ e = 1.715\ \mathrm{MeV} \\ &1e = 932481\ \mathrm{KeV}. \end{aligned} \tag{3}$$

Однако в нашем случае на канал β - распада в непрерывный спектр приходится лишь около 3% полезного выхода энергии, и в оценочных расчетах мы его учитывать не будем.

Предположим, что в ведре содержалось 5 л воды. Нагрелась она примерно на $\Delta T \approx 50^0$ (речь идет о порядках величин, не более того). Это означает, что термодинамическая оценка величины выделившейся энергии по макроскопическому проявлению реакции равна:

$$Q = Cm\Delta T = 4190 \cdot 5 \cdot 50 \sim 10^6 \text{ Дж}. \qquad (4)$$

Соответствующая микроскопическая оценка этой величины равна:

$$\Delta E = N_d \cdot \sum_i E_{\gamma,i}^{IBR} \sim 10^{22} \cdot 10^3 \text{ eV} \sim 10^6 \text{ Дж}. \qquad (5)$$

Совершенно очевидно, что оценки (4) и (5) практически совпадают.

Глазомерная оценка также говорит о том, что взрыв шаровой молнии происходит, если $N_{10} > 10^{19}$. Все перечисленные оценки хорошо согласуются с данными работы [1].

Микроскопические оценки

Полученные выше соотношения позволяют оценить длину свободного пробега мягких рентгеновских квантов в теле шаровой молнии.

В соответствии с вышесказанным имеем:

$$N_{10} \sim 10^{19}, \qquad (6)$$

поэтому

$$l_1 = \frac{1}{n\sigma_1} \sim 10^{-1} \text{ м}, \qquad (7)$$

где n - концентрация паров радиофосфора, а σ_1 - сечение возбуждения L - оболочки атома $^{32}_{15}P$. Этой оценке соответствует величина сечения фотовозбуждения L - оболочки атома радиофосфора $\sigma_1 \sim 10^{-21}$ м^2. Именно поэтому мы можем оценить величину N_2^{st}.

Согласно результатам работы [1] выполняется соотношение:

$$N_2^{st} = \frac{\beta_{21} N_1 - \lambda_0}{\beta_{22}}, \qquad (8)$$

причем $\beta_{22} \sim 10^{-20}$ с$^{-1}$, $\lambda_0 \sim 10^{-3}$ с$^{-1}$, $\beta_{21} \sim 10^{-21}$ с$^{-1}$. Отсюда немедленно вытекает, что $N_2^{st} \sim 10^{18}$ в полном соответствии с приведенными выше оценками.

Оценим размеры шаровой молнии, исходя из условия стационарного горения:

$$\langle n_{photon} \rangle = \langle n_2^{st} \rangle. \tag{9}$$

В самом деле, если каждое распадающееся ядро радиофосфора испускает два рентгеновских кванта, а один из них поглощается невозбужденным атомом радиофосфора, то, очевидно, число выбывших ядер будет равно числу атомов радиофосфора, перешедших в возбужденное состояние. Это и есть условие стационарности процесса.

Учитывая, что для поддержания динамического равновесия необходимо, чтобы на фотовозбуждение фосфора расходовался один из двух ВТИ-фотонов с энергией $E_\gamma \sim 440$ эВ, запишем условие стационарности процесса в следующем виде:

$$\frac{N_2^{st}}{2} = \iiint\limits_V \left\langle \exp\left(-l(\vec{r}) \cdot n_1(\vec{r}) \cdot \sigma_{ads}\right)\right\rangle n_2^{st}(\vec{r}) d\vec{r}, \tag{10}$$

где $n_2^{st} = \dfrac{N_2^{st}}{V}$, $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$ - объем шаровой молнии, а R - ее радиус. То есть из зоны реакции ровно половина рентгеновских квантов уходит, не вызвав возбуждения L - оболочки атомов радиофосфора.

Предположим, что течение паров радиофосфора в воздухе представляет собой ламинарную струйку, внутри которой концентрация $^{32}_{15}P$ практически постоянна. Тогда соотношение (10) перепишется в виде:

$$\frac{N_2^{st}}{2} = \frac{1}{4\pi R^2} \int\limits_S d\vec{R} \int\limits_V d\vec{r}\, n_2^{st}(\vec{r}) \exp\left(-\left|\vec{R} - \vec{r}\right| \cdot n_1 \cdot \sigma_L\right), \tag{11}$$

причем внешний интеграл берется по поверхности, ограничивающей объем шаровой молнии. В правой части соотношения (11) фигурирует пятикратный интеграл. Воспользуемся сферической симметрией задачи. Тогда в приближении постоянной плотности $n = const$, переходя к сферическим координатам, легко приходим к следующему выражению:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4\pi R^2} \int\limits_S d\vec{R} \int\limits_V d\vec{r} \exp\left(-\left|\vec{R} - \vec{r}\right| \cdot n_1 \cdot \sigma_L\right) = \int\limits_V d\vec{r} \exp\left(-\left|\vec{R}\big|_{z=R,\,0=0} - \vec{r}\right| \cdot n_1 \cdot \sigma_L\right) = \\ &= 2\pi \int\limits_0^\pi d\theta \sin\theta \int\limits_0^R dr r^2 \exp\left(-\sqrt{R^2 - 2Rr\cos\theta + r^2} \cdot n_1 \cdot \sigma_L\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Подставляя (12) в (11) и делая замену переменных $r = R\zeta$; $\xi = \cos\theta$, получаем:

$$3\int_0^1 d\zeta\zeta^2 \int_{-1}^1 d\xi \exp\left(-\sqrt{1-2\zeta\xi+\zeta^2}\cdot n_1\cdot R\cdot\sigma_L\right)=1\,. \qquad (13)$$

Исследуем соотношение (13) в приближении $n_1\cdot R\cdot\sigma_1 << 1$. В этом случае

$$3\int_0^1 d\zeta\zeta^2 \int_{-1}^1 d\xi \left(1-\sqrt{1-2\zeta\xi+\zeta^2}\cdot n_1\cdot R\cdot\sigma_L\right)\approx 1\,. \qquad (14)$$

Выражение (14) тривиально приводится к виду:

$$\frac{4\pi R^2}{9N_{10}\sigma_L}\approx\int_0^1 d\zeta\zeta^2\int_{-1}^1 d\xi\sqrt{1-2\zeta\xi+\zeta^2}\,. \qquad (15)$$

Все интегралы, входящие в соотношение (15),являются табличными. В частности:

$$\int(ax+b)^{n+1/2}dx=\frac{2}{(2n+3)a}(ax+b)^{n+3/2}\,, \qquad (16)$$

причем в нашем случае $n=0,\ a=-2\zeta,\ b=1+\zeta^2$, поэтому

$$\int_0^1 d\zeta\zeta^2\int_{-1}^1 d\xi\sqrt{1-2\zeta\xi+\zeta^2}=\frac{1}{3}\left[\int_0^1 d\zeta\zeta\left(6\zeta+2\zeta^3\right)\right]=\frac{1}{3}\left[2+\frac{2}{5}\right]=\frac{12}{15}=0.8\,. \qquad (17)$$

Таким образом, мы приходим к соотношению

$$\frac{4\pi R^2}{9N_{10}\sigma_1}\approx 0.8\,, \qquad (18)$$

откуда немедленно вытекает оценка размеров шаровой молнии:

$$R\sim\frac{1}{2}\sqrt{N_1\sigma_L}\sim\frac{1}{2}\sqrt{10^{19}\cdot 10^{-21}}\sim 0.05\ \text{м}. \qquad (19)$$

Дадим улучшенную оценку величины R посредством точного вычисления интеграла в уравнении (13).

Обозначим $\kappa=n_1\cdot R\cdot\sigma_1$ и введем переменную интегрирования $y(\xi)=\sqrt{1-2\zeta\xi+\zeta^2}$, подразумевая при этом, что во внутреннем интеграле в формуле (13) переменная ζ выступает в роли параметра. Тогда, очевидно, что: $y^2=1-2\zeta\xi+\zeta^2$; $2ydy=-2\zeta d\xi$; $y_{up}=1-\zeta$; $y_{down}=1+\zeta$ и уравнение (13) существенно упрощается:

$$-3\int_0^1 d\zeta\zeta^2\int_{1+\zeta}^{1-\zeta}\frac{ydy}{\zeta}\exp(-\kappa\cdot y)=1\,. \qquad (20)$$

Очевидно, что интеграл (20) вычисляется точно методом дифференцирования по параметру. Поэтому после несложных вычислений мы приходим к уравнению

$$\frac{d}{d\kappa}\left[\frac{\exp(-\kappa)}{\kappa}\frac{d}{d\kappa}\left(\frac{\exp(\kappa)-\exp(-\kappa)}{\kappa}\right)\right]=-\frac{1}{3}, \tag{21}$$

которое легко приводится к виду:

$$\kappa^4-\left[6\kappa^2+12\kappa+9\right]\exp(-2\kappa)-6\kappa+9=0. \tag{22}$$

Это уравнение имеет корни $\kappa_0=0$ и $\kappa_r=0.6022789...$. Первый корень этого уравнения отвечает за природу НЛО («летающие тарелки» имеют форму сплюснутого эллипсоида, поскольку соединения радиофосфора медленно опускаются к поверхности Земли в виде тонких слоев, причем толщина этих слоев намного меньше поперечных размеров НЛО), а второй соответствует шаровой молнии (также имеющей форму сплюснутого эллипсоида, однако в этом случае толщина слоя радиофосфора и радиус зоны реакции соизмеримы). Поэтому для шаровой молнии выполняется соотношение:

$$\kappa_r=n_L\cdot R\cdot\sigma_L. \tag{23}$$

Отсюда немедленно следует, что

$$R=k_r\sqrt{N_{10}\sigma_L}, \tag{24}$$

где $k_r=\sqrt{\dfrac{3}{4\pi\kappa_r}}\approx 0.63$.

Следовательно, уточненный радиус шаровой молнии равен

$$R=k_r\sqrt{N_{10}\sigma_L}\sim\left(\frac{3\cdot10^{19}\cdot10^{-21}}{4\cdot3.14\cdot0.6}\right)^{1/2}\approx 0.063\ \text{м}, \tag{25}$$

что соответствует объему шаровой молнии 1,05 литра в полном согласии с предыдущими оценками.

Проверим на внутреннюю согласованность оценку величины сечения σ_L. Для этого отметим, что величина боровского радиуса для электрона, находящегося на $\mathbf{L}$ - оболочке атома радиофосфора, равна:

$$r_L\sim\frac{n^2\hbar^2}{Zme^2}=\frac{n^2}{Z}\cdot a_b\sim\frac{4}{15}\cdot0.529\cdot10^{-10}\approx1.4\cdot10^{-11}\ \text{м}, \tag{26}$$

где $\mathbf{a}_B$ - боровский радиус для атома водорода.

Квазиклассическая оценка сечения фотовозбуждения L - оболочки тривиальна:

$$\sigma_1 \sim \pi r_1^2 \sim 3.14 \cdot 2.56 \cdot 10^{-22} \sim 0.8 \cdot 10^{-21} \text{ м}^2. \qquad (27)$$

Учитывая грубость указанной оценки, а также тот факт, что кулоновские сечения всегда больше сечений, рассчитанных в приближении геометрической оптики (приближении «черного диска»), мы приходим к выводу о том, что оценки (7) и (27) не противоречат друг другу.

Заключение

Резюмируем вышесказанное следующим образом.

1. Оценки, выполненные в настоящей работе, согласуются с оценками работы [1].
2. Предложенная модель шаровой молнии внутренне непротиворечива и согласуется с наблюдательными данными.
3. Решающее слово, как всегда, остается за экспериментом.

Список литературы

1. Ратис Ю.Л. Естествознание. Экономика. Управление. Специальный выпуск. Самара, СГАУ, 2003, с. 4.
2. Daudel R., Jean M., and Lecoin M., J. Phys. Radium **8**, 238 (1947).
3. Bahcall J.N., Phys. Rev. **124**, 495 (1961)
4. Неменов Л.Л. ЯФ, **31**, вып. 1, 1980, с. 221.
5. Jung M. *at al.* Phys. Rev. Lett., **69**, №15, 2164 (1992).
6. Bosh F., *at al* Phys. Rev. Lett., **77**, №26, 5190 (1996).
7. Кравцов В.А. Массы атомов и энергии связи ядер// М.: Атомиздат, 1974, 343 с.