ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОТОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОВЫХ РАСХОДНЫХ МАШИНАХ

В.Т. Волов

В статье проведен анализ эффективности широкого класса газовых машин, в котором в явном виде технической работы не совершается – это вихревые устройства различного предназначения, химические газовые реакторы, эжекторы, плазматроны, смесители, акустические газовые устройства и т.д. На основе ранее доказанной автором теоремы построен предельный цикл указанного класса машин. Автором представлено графическое обобщение всего пространства тепловых машин.

В работе автора [1] доказана предельная энергетическая теорема для широкого класса теплоэнергетических устройств, в которых техническая работа не реализуется в явном виде ($\mathbf{L}_{тех}=0$).

В данной работе под термином «расходная тепловая машина» подразумевается система или устройство, в котором специально организованный газовый поток осуществляет полезную внутреннюю работу[1] над самим рабочим телом.

Например, в сверхзвуковом закрученном потоке газа в вихревых трубах происходит сепарация энергии на холодную (на оси трубы) и горячую (на периферии) составляющую потока газа [2]. В данном случае полезной внутренней работой является работа сепарации газового потока за счет сил турбулентного трения.

Другим примером полезной внутренней работы в расходных тепловых машинах могут служить газовые акустические устройства, в которых происходит преобразование части энергии газового потока в энергию акустических колебаний среды.

К данному классу расходных тепловых машин могут быть отнесены следующие устройства:

1. Химические газовые реакторы различных типов.
2. Тепломассообменные газовые устройства (вихревые трубы различных типов, эжекторы, смесители, газовые акустические устройства и т.д.).
3. Энергетические устройства, имеющие в качестве рабочего тела до- и сверхзвуковой потоки газа (лазеры и плазматроны различных типов и т.д.).
4. Химические сепараторы и др.

Общим свойством указанного класса тепловых машин является тот факт, что их эффективность тем выше, чем выше степень преобразования энергии газового потока в потенциальную энергию давления (в ракетных двигателях, например, полная энергия преобразуется в кинетическую). На рис. 1 представлена принципиальная схема тепловых машин указанного типа.

В простейшем варианте для случая одного входа и выхода (рис.1) предельная энергетическая теорема может быть сформулирована и доказана следующим образом:

ТЕОРЕМА ВОЛОВА:

К.п.д. расходной тепловой машины не может превысить величины $\Delta\bar{\mathbf{N}}_{max}$,

где $$\Delta\bar{\mathbf{N}}_{max} = \frac{\frac{1}{\mathbf{k}}\eta_{Карно} + \frac{\bar{\dot{\mathbf{Q}}}}{\mathbf{k}}}{\mathbf{1} + \bar{\dot{\mathbf{Q}}}};$$

$$\bar{\dot{Q}} = \frac{\dot{Q}}{C_p T_1^* \dot{G}};\quad k = C_p / C_v;\quad \eta_{Карно} = \mathbf{1} - \frac{\mathbf{T}_1}{\mathbf{T}_K}. \qquad (1)$$

К.п.д. расходной тепловой машины – это отношение полезной внутренней работы, совершаемой газовым потоком, к полной энергии, подведенной к машине.

---

[1] Внешняя полезная работа - это техническая работа, которая для данного класса машин равна нулю ($L_{тех} = 0$)

Доказательство:

Введем следующие обозначения:

P_1, ρ_1, v_1, P_2, ρ_2, v_2 – давление, плотность и скорость на входе в рабочую камеру и выходе из диффузора соответственно; **C_v, C_p**, T_1^*, $\dot{G}$, $\dot{Q}$ - теплоемкости при постоянном объеме и давлении, температура торможения на входе в рабочую камеру, расход и подведенная в рабочую камеру тепловая мощность соответственно; T_K, T_1 – статическая температура на входе и выходе из сопла (С) соответственно.

В случае отсутствия технической работы $(L_{тех} = 0)$ и разности геометрических высот входа и выхода $g(z_2 - z_1) = 0$ уравнение теплового баланса имеет вид:

$$C_v T_1 \dot{G} + \frac{P_1}{c_1}\dot{G} + \frac{v_1^2}{2}\dot{G} + \dot{Q} = C_v T_2 \dot{G} + \frac{P_2}{c_2}\dot{G} + \frac{v_2^2}{2}\dot{G}. \qquad (2)$$

Отсюда $\Delta\mathbf{U} = \Delta\mathbf{N}$, где $\Delta\mathbf{U} = \mathbf{C}_v(\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1)\dot{\mathbf{G}}$ - изменение внутренней энергии потока в единицу времени.

Изменение мощности газового потока и подведенной извне тепловой мощности на входе и выходе равно:

$$\Delta\mathbf{N} = \left(\frac{\mathbf{P}_1}{\rho_1} + \frac{\mathbf{v}_1^2}{2}\right)\dot{\mathbf{G}} + \dot{\mathbf{Q}} - \left(\frac{\mathbf{P}_2}{\rho_2} + \frac{\mathbf{v}_2^2}{2}\right)\dot{\mathbf{G}}. \qquad (3)$$

Отнесем изменение $\Delta\mathbf{N}$ в расходной тепловой машине к полной тепловой мощности на входе и определим предел этого выражения при стремлении к нулю выходной скорости $v_2 \to 0$.

Получим следующее выражение:

$$\Delta\overline{\mathbf{N}}_{max} = \lim_{v_2 \to 0} \frac{\left[\left(\frac{\mathbf{P}_1}{\rho_1} + \frac{\mathbf{v}_1^2}{2}\right)\dot{\mathbf{G}} + \dot{\mathbf{Q}} - \left(\frac{\mathbf{P}_2}{\rho_2} + \frac{\mathbf{v}_2^2}{2}\right)\dot{\mathbf{G}}\right]}{\mathbf{C}_p \mathbf{T}_1^* \dot{\mathbf{G}} + \dot{\mathbf{Q}}}. \qquad (4)$$

В результате обезразмеривания, учета уравнения энергии и элементарных преобразований окончательно получаем:

$$\Delta\overline{\mathbf{N}}_{max} = \frac{\left(1 + \frac{\lambda_1^2}{k+1}\right)\frac{k-1}{k} + \overline{\dot{Q}}}{1 + \overline{\dot{Q}}} - \frac{k-1}{k} = \frac{\frac{1}{k}\cdot\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2 + \frac{1}{k}\overline{\dot{Q}}}{1 + \overline{\dot{Q}}}. \qquad (5)$$

Газодинамический к.п.д. цикла Карно для теплоизолированного сопла определяется по формуле:

$$\eta_{Карно} = 1 - \frac{T_1}{T_K} = 1 - \frac{T_1^*\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2\right)}{T_1^*} = \frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2, \qquad (6)$$

где $\lambda_1 = \sqrt{\frac{2k}{k+1}RT_1^*}$ - коэффициент скорости потока на входе в рабочую камеру; статическая температура после компрессора **T_K** равна полной температуре на входе в сопло $T_K = T_1^*$.

Следовательно, формулу (5) можно переписать в следующем виде:

$$\Delta\overline{\mathbf{N}}_{max} = \frac{1/k\,\eta_{Карно} + 1/k\,\overline{\dot{Q}}}{1 + \overline{\dot{Q}}}. \qquad (7)$$

Максимальный к.п.д. расходной тепловой машины:

$$\eta_{G>0}^{\max} = \Delta\bar{N}_{\max}. \tag{8}$$

В формуле (8) индекс ($G > 0$) означает, что расход через тепловую машину не равен нулю.

Выражение (7) представляет собой максимально возможное значение относительной доли мощности потока и подведенной тепловой мощности, потерянной и (или) утилизированной в расходной тепловой машине.

Вследствие того, что скорость отводящих газов отлична от нуля и всегда имеются потери, к.п.д. расходной тепловой машины будет меньше предельного значения (7):

$$\eta < \eta_{\max}^{ideal}. \tag{9}$$

Что и требовалось доказать. Таким образом, получена мажорантная оценка к.п.д. расходной тепловой машины при $L_{тех} = 0$.

Следствие. Глобальный максимум утилизированной и (или) потерянной мощности в тепловой расходной машине при $L_{тех} = 0$ равен:

$$\lim_{\substack{\lambda_j \to \lambda_{\max} \\ Q \to 0}} \Delta\bar{N} = \lim_{Q \to \infty} \Delta\bar{N}_{\max} = \lim_{\substack{\lambda_j \to \lambda_{\max} \\ Q \to 1}} \Delta\bar{N}_{\max} = \frac{1}{k}$$

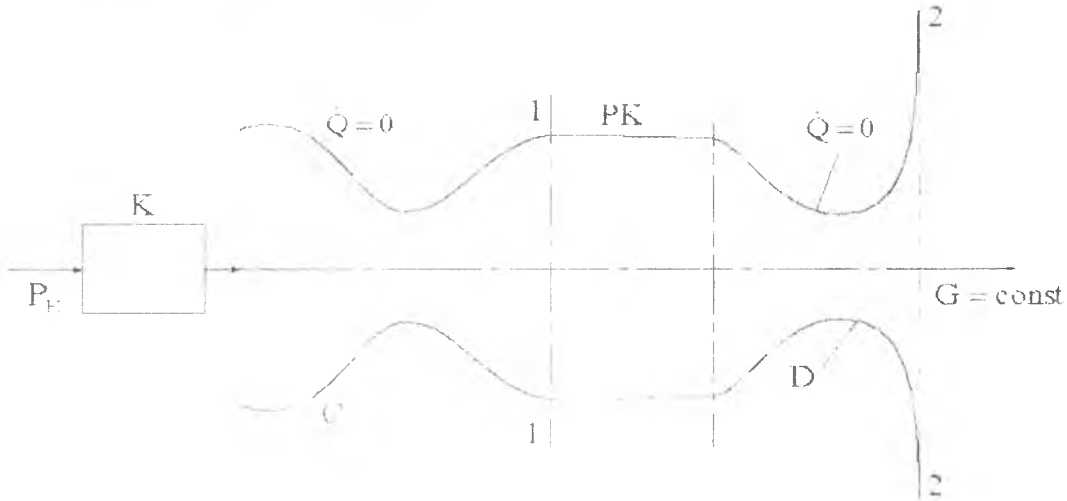

Рис. 1. Принципиальная схема расходной тепловой машины ($L_{тех}=0$):
К – компрессор; РК – рабочая камера; D – диффузор; P_H, P_K – давление на входе и на выходе из компрессора соответственно; С – сопло

Из рис. 1 видно, что указанный тип тепловых машин включает сопло, рабочую камеру и диффузор с бесконечно большим расширением. Как отмечено выше рассматриваемый класс машин имеет тем большую эффективность, чем выше степень утилизации кинетической энергии $E_{кин}$ в энергию давления $E_{давл}$. Для идеальной тепловой машины указанного класса максимальная степень утилизации кинетической энергии достигается при бесконечном уширении диффузора $S_{иф} \to \infty$, а значит скорость на выходе из диффузора стремится к нулю ($v_2 \to 0$) при постоянном расходе (G = const).

На рис. 2 представлен условный холостой цикл для указанного класса машин при $\dot{Q}_1 \to 0$.

Следует отметить, что тепловые машины указанного класса являются принципиально открытыми. Однако использование графического изображения рабочего цикла, также как для ВРД, РД (цикл Брайтона), допустимо.

Идеальный цикл, представленный на рис. 2, состоит из одной изотермы (Н-К), двух идеальных адиабат (К-3, 4-Н) и одной ударной адиабаты Гюгонио (4-3). Следует отметить, что при сверхзвуковом режиме течения $(\lambda_1 > 1)$ всегда имеет место скачок уплотнения, так как режим течения в сопле является нерасчетным [3].

Потерянная $(\Delta\overline{N})$ или утилизированная мощность $(\eta_{G>0})$ в тепловой машине указанного класса не может превысить максимальную возможную величину ($\Delta\overline{N}_{max}$ или $\eta_{G>0}^{max}$), определяемую теоремой [1].

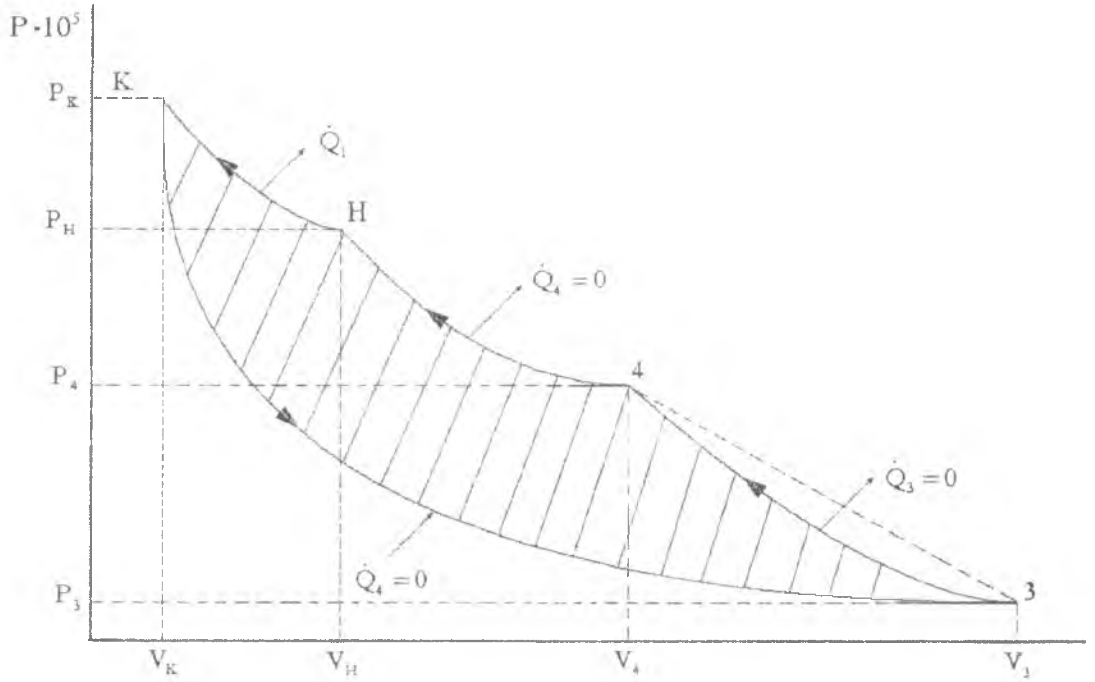

Рис. 2. Условный предельный цикл холостого хода тепловой расходной машины

$\dot{\mathbf{Q}}_i$ – отведение, подведение теплоты к машине, $(\dot{L}_{тех} = 0)$

Заштрихованная площадь Н–К–3–4-Н, отнесенная к общей площади по кривой К-Н-4-3, и представляет собой относительную долю потерянной $\Delta\overline{N}_{max}$ или утилизированной $\eta_{G>0}$ мощности.

$$\eta_{G>0} = \Delta\overline{N} = 1 - \frac{\int_{K}^{3} Pdv}{\int_{H}^{K} Pdv + \int_{3}^{4} Pdv + \int_{4}^{H} Pdv}. \tag{10}$$

Как утверждает теорема, данная величина не может превысить соответствующее максимальное значение, определяемое [1] по формуле (1):

$$\eta_{G>0} \le \eta_{G>0}^{max} = \Delta\overline{N}_{max}. \tag{11}$$

Следует отметить, что в координатах P-V в общем случае траектория ударной адиабаты Гюгонио не определена, а имеются только начальные (P_3, V_3) и конечные (P_4, V_4) значения траектории. Для случая слабых ударных волн в работе [4] получено решение задачи о кривизне траектории адиабаты Гюгонио $\left(\partial^2 v / \partial P^2 > 0 \right)$. Однако экстраполяция данного результата в области сильных ударных волн не аргументирована.

Второе начало термодинамики и теорема о минимуме производства энтропии И. Пригожина [5] не позволяет определить форму кривой 4-3 без допущения о локальном равновесии в зоне скачка уплотнения. Производная по времени от производства энтропии будет отрицательной:

$$\frac{dP}{dt} \le 0, \qquad \text{где } P = \frac{dS}{dt} \ge 0, \text{ т.е. } dS \ge 0. \tag{12}$$

Таким образом, устойчивость термодинамического процесса выполняется при варьировании формы кривой в широком диапазоне.

Для выяснения формы кривой на участке (4-3) используется значение $\eta^{max}_{G>0}$ для случая $\dot{\bar{Q}} = 0$:

$$\eta^{max}_{G>0} = \Delta\bar{\mathbf{N}}_{max} = \frac{1}{\mathbf{k}}\eta_{Карно} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{k}}\frac{\mathbf{k-1}}{\mathbf{k+1}}\lambda_1^2. \tag{13}$$

Площадь цикла по формуле (10) численно определялась для $\eta = \Delta\bar{\mathbf{N}}$ при варьировании давления на выходе из машины (P_H) и фиксированном значении $P_K = P_K^*$.

В первом приближении на участке 3-4 использовалась линейная зависимость между **P** и **V**.

В этом случае площадь под кривой 3-4 определяется как площадь трапеции:

$$\int_4^3 PdV = \frac{(P_3 + P_4)}{2}(V_3 - V_4). \tag{14}$$

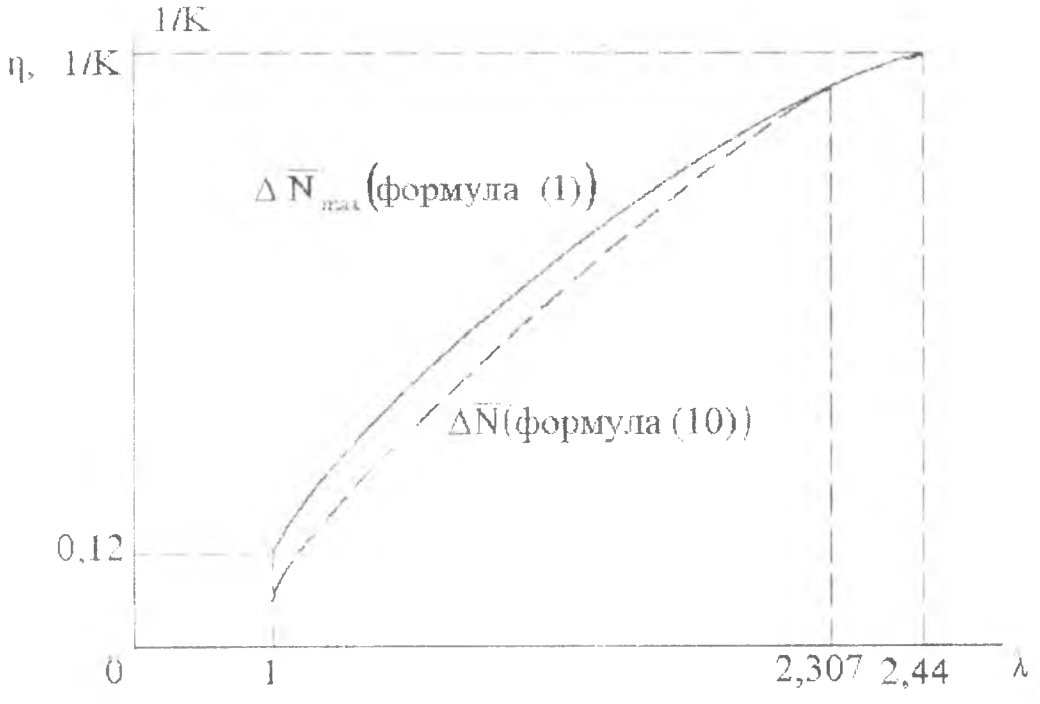

Рис. 3. Сравнение величин $\Delta\bar{\mathbf{N}}$

На рис.3 показано, что утверждение теоремы удовлетворяется в диапазоне до $P_H = 0{,}05 \cdot 10^5$ Па, т.е. до скоростей на входе в камеру $\lambda_1 = \mathbf{2{,}307}$.

При дальнейшем понижении давления на выходе из диффузора $\mathbf{P_H} < 0{,}05$ $\eta = \Delta\bar{\mathbf{N}}$ становится больше, чем η^{max}, что запрещается теоремой.

Теорема будет удовлетворена при выполнении условия

$$\int_4^3 PdV < \frac{(P_3 + P_4)}{2}(V_3 - V_4), \tag{15}$$

т.е. траектория 3-4 должна быть вогнута (рис. 2).

Таким образом, теорема [1] позволяет определить форму траектории условного процесса на участке ударной адиабаты в **P-V**- координатах.

Теорема И. Пригожина [5] (формула (4)) в данном случае выполняется автоматически:

$$\frac{dS^2}{dt^2} < 0, \qquad \text{где } S = C_V \ln \frac{PV^K}{P_3 V_3^K} + S_3, \tag{16}$$

где **S** – термодинамическая энтропия; C_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; P_3, V_3, **P**, **V** – давление и удельный объем перед скачком и после него на участке 3-4; S_3 – значение энтропии потока перед скачком при $V = V_3$ и $P = P_3$.

На рис. 4 холостой цикл тепловой машины представлен в **T–S**–координатах. Так как цикл замкнут, то согласно определению энтропии (16), несмотря на участок с необратимыми потерями (скачок уплотнения 3-4), суммарное изменение энтропии равно нулю. Следовательно. учитывая, что на участках адиабатического расширения (2-3) и сжатия (4-1) по определению изменение энтропии равно нулю, повышение энтропии на участке скачка уплотнения (3-4) в точности равно понижению энтропии на участке изотермического сжатия в компрессоре (1-2):

$$\Delta S_{34} = |\Delta S_{12}| = R\ln\frac{P_2^*}{P_1^*} = R\ln\frac{P_3^*}{P_4^*}; \quad \Delta S^{\Sigma} = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34} + \Delta S_{41} = 0. \tag{17}$$

В отличие от цикла Карно, где движение возможно в прямом и обратном направлении, в данном цикле движение возможно только в одном направлении, т.е. цикл является необратимым при суммарном изменении энтропии равном нулю.

При этом указанный цикл, в отличие от цикла Карно, где прямой цикл соответствует циклу двигателя, а обратный – холодильной машине, может работать в одном и том же направлении как холодильная машина (например, вихревые трубы) и в ином качестве (например, газовые эжекторы).

Эффективность энергетических установок рассматриваемого класса тепловых машин может быть определена индикатором качества поточного процесса I, равного отношению полезной внутренней работы к максимально возможной доле энергии, которая может быть утилизирована в данный момент:

$$I = \frac{A_{пол}}{\Delta N_{max}}, \tag{18}$$

где $A_{пол}$ – полезная внутренняя работа рабочего тела.

Полная эффективность указанного класса машин определяется следующим образом:

$$\eta^{\Sigma} = \prod_{i=1}^{N} \eta_i, \tag{19}$$

где **i =1, 2, … n**.

Например, для проточного газового лазера с электрической накачкой полная эффективность (или к.п.д.) запишется так:

$$\eta^{\Sigma}_{laser} = \eta_{г.т.} \cdot \eta_{обсл.} \cdot \eta_{эо} \cdot \eta_{кв}, \tag{20}$$

где $\eta_{г.т.} = I \cdot \eta^{ideal}_{max}$ - эффективность газового тракта; $\eta_{обсл.}$ - эффективность обслуживающего лазера; $\eta_{эо}$, $\eta_{кв}$ - это электрооптическое и квантовое к.п.д. газового лазера.

Так для CO_2-лазера $\eta_{кв} \approx 0{,}4$, а для СО-лазера $\eta_{кв} \sim 0{,}8$ соответственно, т.е. полное к.п.д. лазерной установки даже в идеальном случае ($\eta_{эо} = \eta_{обсл} = 1$) не может превысить для CO_2 и СО-лазеров соответственно величин:

$$\eta^{\Sigma}_{\substack{ideal\\CO_2}} = \frac{1}{K}\eta^{CO_2}_{кв} \approx 0{,}25 \qquad \text{и} \qquad \eta^{\Sigma}_{\substack{ideal\\CO}} = \frac{1}{K}\eta^{CO}_{кв} \approx 0{,}5.$$

В табл. 1 представлена классификация тепловых машин, характеризующаяся направлением преобразования полной энергии, подведенной к тепловой машине.

Таблица 1

Классификация тепловых машин по способу преобразования полной энергии рабочего тела

Класс тепловых машин	I	II	III
Расход газообразного рабочего тела	$G = 0$	$G > 0$ $G \to G_{max}$	$G > 0$ $(G \to G_{max})$
Скорость газа на выходе из тепловой машины	$V_{вых} \approx 0$	$V_{вых} > 0$ $(V_{вых} \to V_{max})$	$V_{вых} \to 0$ $(S_{вых} \to \infty)$
Направление преобразования полной энергии газового потока	Полная (внутренняя) энергия преобразуется в механическую работу $E_{пол} = E_{внутр} \Leftrightarrow A_{мех}$	Полная энергия преобразуется в кинетическую энергию $E_{пол} \to E_{кин}$	Полная энергия преобразуется в потенциальную энергию давления $E_{пол} \to E_{пот}$
Коэффициент полезного действия	$\eta^{ideal}_{Карно} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$; $\eta_{Стирлинга}$ и т.д.	$\eta = 1 - \left(\frac{P_a}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ $\lim\limits_{P_1 \to \infty} \eta \to \eta^{ideal}_{Карно}$	а) $L_{тех} = 0$ $\eta^{ideal}_{G>0} = \frac{1}{k} \eta^{ideal}_{Карно}$ б) $Q_{внеш} = 0$; $L_{тех} \neq 0$ $\eta^{ideal} = \eta^{ideal}_{Карно} - Гl$
Цикл тепловой машины	Цикл Карно Цикл Стирлинга	Цикл Брайтона	Цикл расходной тепловой машины (рис.2)

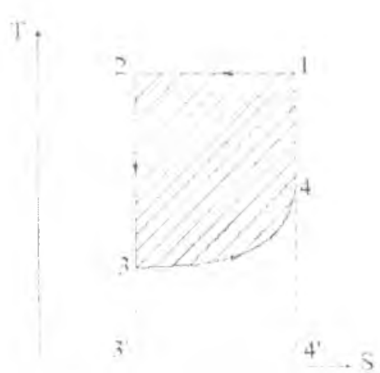

Рис. 4. Предельный цикл тепловой машины в T-S координатах: 1-2 – изотермическое сжатие в компрессоре; 2-3 – адиабатическое расширение в сопле; 3-4 – скачок уплотнения; 4-1 – адиабатическое сжатие в диффузоре

На рис. 5 представлена графическая иллюстрация таблицы 1. Видно, что классы тепловых машин (I, II, III) можно изобразить в виде куба со сторонами $E_{пол}$ - $A_{мех}$ - $E_{пол}$ – $E_{кин}$, $E_{пот}$ – $E_{дав}$ ı

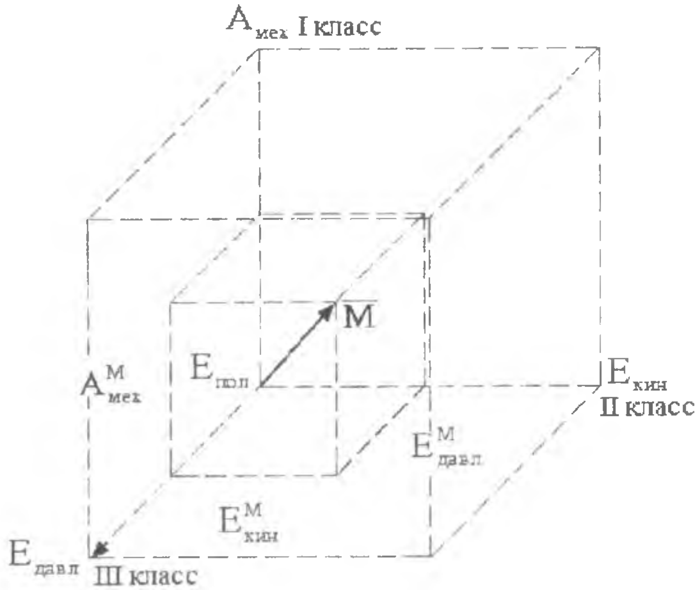

Рис. 5. Принципиальная схема пространства тепловых машин

Весь объем пространства куба представляет собой всё многообразие комбинированных схем указанных классов тепловых машин. Вектор $\overline{M}$ определяет энергетические характеристики некоторой тепловой машины М.

Список литературы

1. Волов В.Т. Предельная энергетическая теорема для расходной тепловой машины //ДАН. Т. 381. № 4. 2001. С. 387-391.
2. Меркулов А.П. Вихревой эффект и и его применение в технике. М.: Машиностроение, 1969. – 187 с.
3. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика.- М.: Наука. 1991. – 687 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц М.Е. Гидродинамика.- М.: Наука, 1983. – 871 с.
5. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций.- М.: Мир, 1973. – 279 с.