

АБЕРРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ В ДИФРАКЦИОННОМ ИЗОБРАЖЕНИИ ТОЧКИ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГЛАЗА

С.Е. Курушина

Новая математическая модель хрусталика глаза человека, достаточно хорошо воспроизводящая анатомическую структуру естественного хрусталика и оптические свойства системы глаза, а также результаты компьютерного моделирования траекторий произвольных лучей, которые показали хорошее соответствие математической модели системы глаза с экспериментальными биометрическими данными и данными по сферической аберрации среднего эмметропического глаза при покое аккомодации, представлены в [1].

В настоящей работе автор производит дальнейший анализ модели глаза с включенной в нее предложенной моделью хрусталика с точки зрения качества изображения, даваемого оптической системой, на основе аберрационной функции волнового фронта и распределения интенсивности в дифракционном изображении точки.

Известно, что острота зрения максимальна, если изображение приходится на центральную ямку желтого пятна сетчатки. В основном она определяется диаметром колбочек, который при наименьшем диаметре зрачка и длине волны 555 нм совпадает с диаметром дифракционного пятна рассеяния на сетчатке. Но, кроме того, острота зрения зависит и от многих других факторов [2].

Поле зрения, соответствующее желтому пятну, невелико. На него может одновременно проектироваться картина с угловыми размерами около 10° по горизонтальному направлению и около 4° по вертикальному. Поле зрения центральной ямки – около 1° по горизонтали и вертикали [3]. Далее идет зона ясного видения (соответственно 30° и 22°). В пределах этой зоны возможно распознавание предметов без различения мелких деталей. В пределах следующей зоны периферийного зрения распознавание предметов невозможно. Она служит для ориентирования в окружающем пространстве [4].

Одной из наиболее полных характеристик, описывающих качество оптической системы, является функция распределения интенсивности в дифракционном изображении точечного источника и, в частности, доля энергии в этом изображении, приходящейся на диск Эйри. Применимость этой функции может быть доведена до уровня, при котором она будет способна учесть факторы, внешние по отношению к оптической системе [5].

Доля энергии, приходящаяся на выбранную площадку S , определяется выражением

$$E(S) = \frac{1}{E_0} \iint_S I(x,y) dx dy, \quad (1)$$

где E_0 - полная энергия в изображении; x, y - отклонения исследуемой точки от центра площадки вдоль соответствующих осей. $I(x,y)$ - интенсивность дифракционного изображения, определенная в теории дифракции Кирхгофа в приближении Фраунгофера [6] как

$$I(x,y) = \frac{1}{(\pi r_m)^2} \left| \int_0^{r_m} \int_0^{2\pi} \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} \Psi(\rho, \theta) \right] \exp \left[-j \frac{2\pi \rho}{\lambda} \cdot \frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{z'_p} \right] \rho d\rho d\theta \right|^2, \quad (2)$$

где $\Psi(\rho, \theta)$ - аберрационная функция волнового фронта системы в выходном зрачке, вычисленная относительно некоторой выделенной точки плоскости изображения, в которой лежит площадка интегрирования в выражении (1). r_m - радиус выходного зрачка; ρ и θ - полярные координаты в выходном зрачке; z'_p - расстояние от выходного зрачка до плоскости изображения. В данной работе аберрационная функция волнового фронта определена относительно точки пересечения главного луча с плоскостью изображения, а площадка интегрирования помещена в точку дифракционного фокуса.

Аберрационная функция волнового фронта $\Psi(\rho, \theta)$ может быть определена как оптическая разность хода (ОРХ) луча с параметрами $(\rho, \theta; \mathbf{H})$ и главного луча $(0, 0; \mathbf{H})$, где \mathbf{H} – высота пересечения главного луча с плоскостью изображения [5]. Волновые аберрации принято выражать в длинах волн, поэтому полученную оптическую разность хода следует разделить на длину световой волны в вакууме:

$$\Psi(\rho, \theta) = \text{ОРХ}(\rho, \theta; \mathbf{H}) / \lambda_v \quad (3)$$

В нашем случае $\lambda = 555$ нм, что соответствует максимуму кривой видности среднего нормального глаза при дневном зрении.

Оптическая разность хода определяется как разность оптических длин путей (ОДП) соответствующих лучей:

$$\text{ОРХ}(\rho, \theta; \mathbf{H}) = L(\rho, \theta; \mathbf{H}) - L(0, 0; \mathbf{H}). \quad (4)$$

Вычисление ОДП в однородной среде не вызывает трудностей.

Подробно рассмотрим процедуру вычисления ОДП в среде хрусталика с эллиптическим профилем распределения показателя преломления [1]

Функцию распределения показателя преломления для каждой из компонент хрусталика можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{n} = & n_0 + n_{11}(x^2 + y^2) + n_{12}(z - c_1)^2 + n_{21}(x^2 + y^2)^2 + \\ & + n_{22}(z - c_1)^2(x^2 + y^2) + n_{23}(z - c_1)^4 \end{aligned} \quad (5)$$

где $n_0 = 1,403$ – значение показателя преломления в центре хрусталика.

Для первой градиентной среды с непрерывным эллиптическим распределением показателя преломления $n_{11} = -1,414387 \cdot 10^{-3}$, $n_{12} = 9,492293 \cdot 10^{-4}$, $n_{21} = 7,775961 \cdot 10^{-6}$, $n_{22} = -6,469414 \cdot 10^{-4}$, $n_{23} = -9,042730 \cdot 10^{-3}$; для второй градиентной среды: $n_{11} = -1,417010 \cdot 10^{-3}$, $n_{12} = 3,962276 \cdot 10^{-4}$, $n_{21} = 7,837970 \cdot 10^{-6}$, $n_{22} = -2,689787 \cdot 10^{-4}$, $n_{23} = -1,575603 \cdot 10^{-3}$, а c_1 – максимальная толщина первой компоненты дублета.

Оптическая длина пути луча в неоднородной среде хрусталика определяется интегралом

$$L = \int \mathbf{n} \, dl, \quad (6)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{n}(x, y, z)$ – распределение показателя преломления среды относительно системы координат, связанной с вершинной плоскостью первой преломляющей поверхности хрусталика (5), $dl = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$ – элемент геометрической длины луча [6].

Для вычисления этого интеграла автором был использован численный метод, предложенный в работе [7], который дает наилучшее соотношение между точностью вычислений и затратами компьютерного времени.

В этом методе в качестве независимой переменной используется параметр

$$t = \int dl / \mathbf{n}. \quad (7)$$

В качестве вектора, определяющего направление луча, используется оптический направляющий вектор:

$$\beta = \mathbf{n} \frac{d\mathbf{r}}{dl} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (8)$$

где \mathbf{r} – радиус – вектор произвольной точки луча, а траектория луча аппроксимируется ломаной параболой с элементами, определяемыми длиной шага Δt . Оптическая длина луча, прошедшего через неоднородную среду, рассчитывается по формуле

$$L = L_0 + \sum_{i=0}^{i-1} \left[\frac{1}{2} \Delta t_i (N_i + N_{i+1}) - \frac{(\Delta t_i)^2}{12} (S_{i+1} - S_i) \right], \quad (9)$$

где i – номер шага, $N_i = \mathbf{n}^2(x_i, y_i, z_i)$ и $S_i = \beta \cdot \nabla \mathbf{n}^2|_{t=t_i}$, значения величин N_i и S_i при $i = 0$ относятся к точке входа луча в среду (после его преломления на поверхности входа), а при

$i = I$ - к точке выхода луча из среды (до его преломления на поверхности выхода). Длина шага Δt выбирается исходя из требуемой точности вычисления волновой aberrации.

Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 1 - 5.

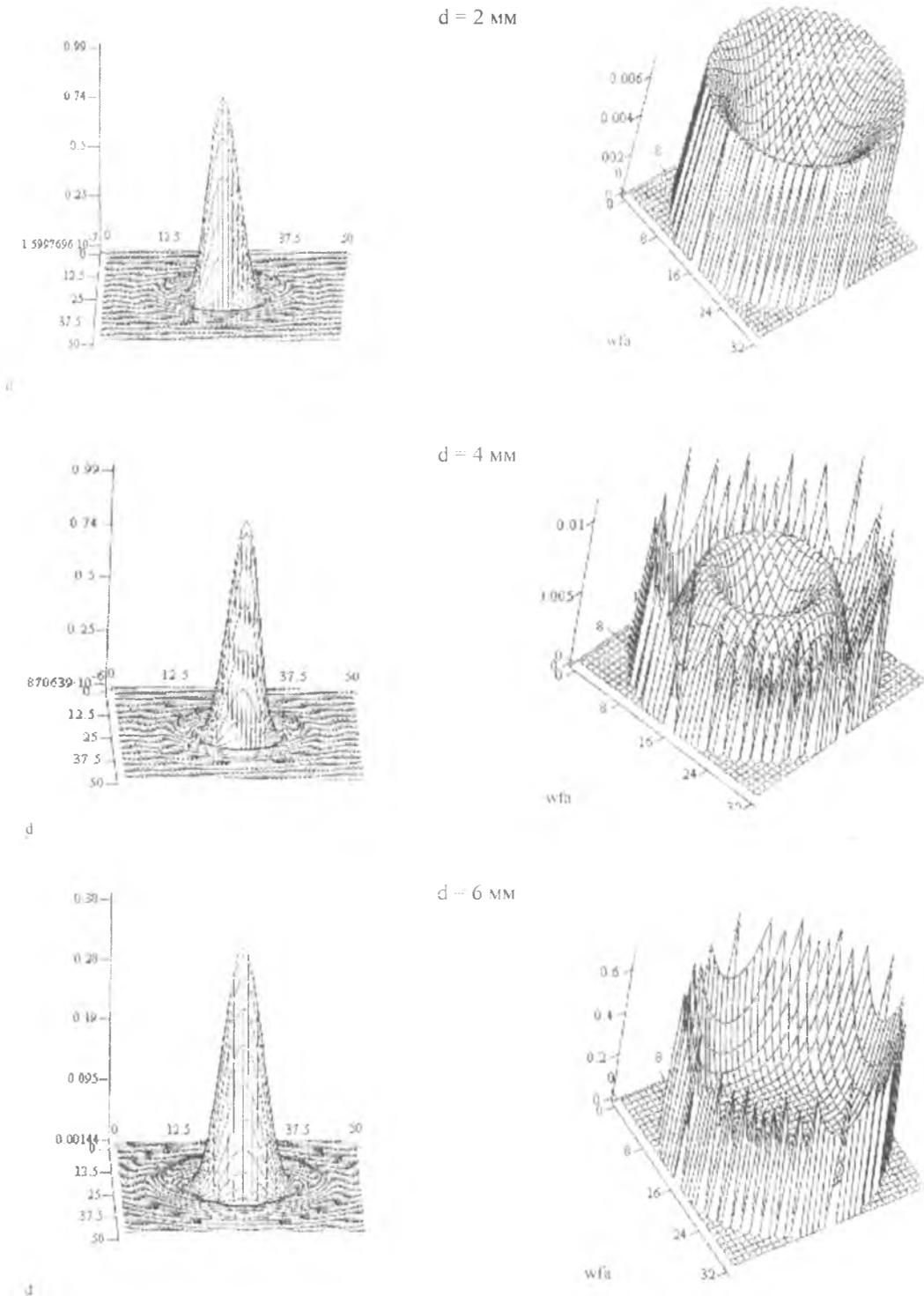
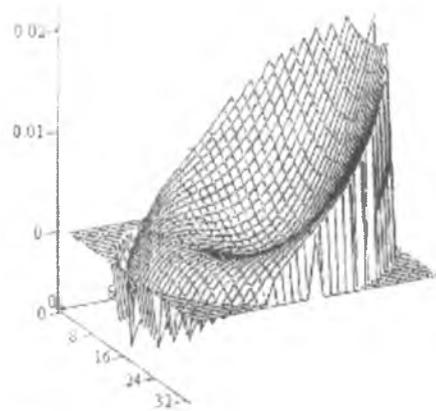
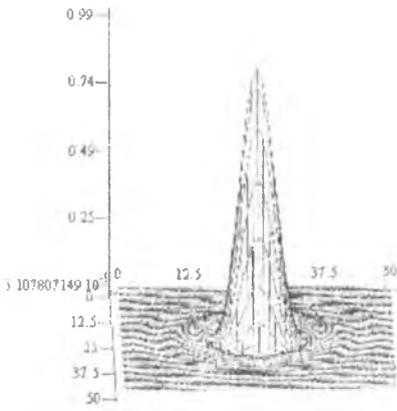


Рис. 1. Относительная интенсивность в плоскости изображения и aberrационная функция волнового фронта в плоскости выходного зрачка (выраженная в λ) для лучей, у которых угол поля зрения со стороны предмета $\ll 1^\circ$, при разных диаметрах (d) зрачка глаза

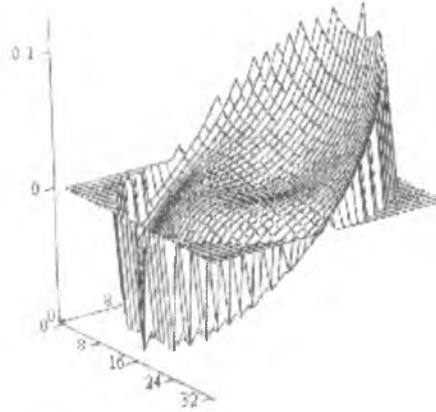
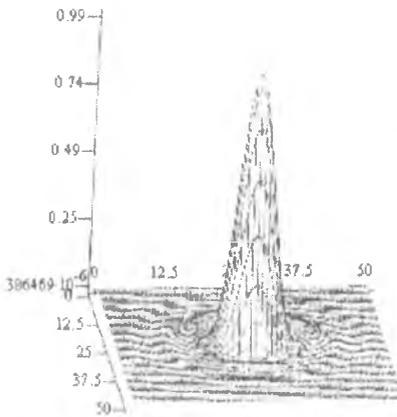
$d = 2 \text{ мм}$



d

w/λ

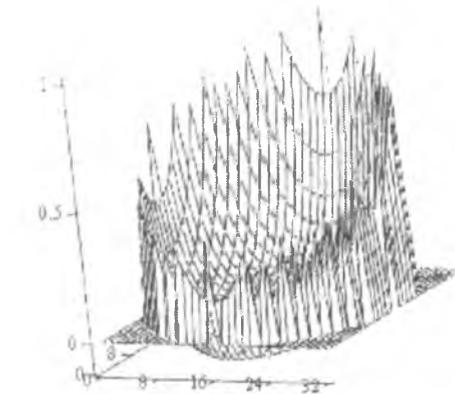
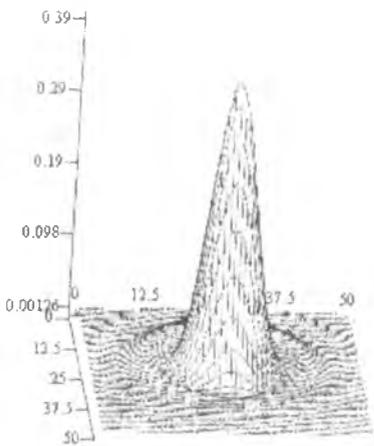
$d = 4 \text{ мм}$



d

w/λ

$d = 6 \text{ мм}$

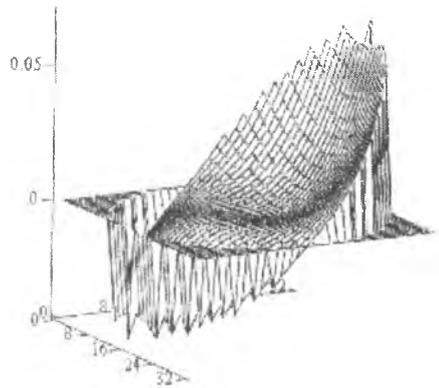
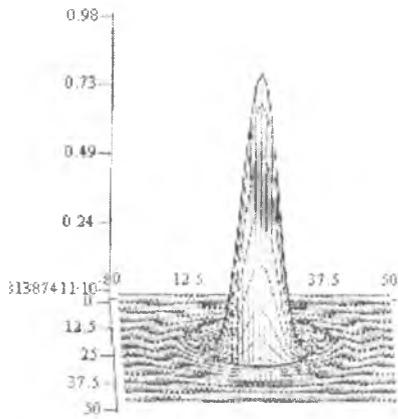


d

w/λ

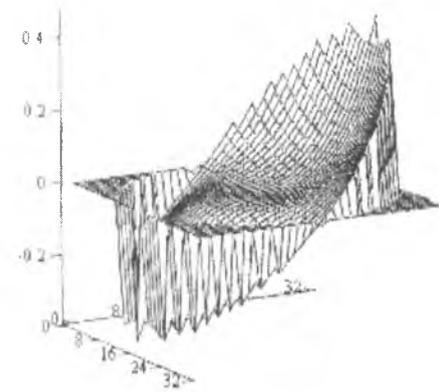
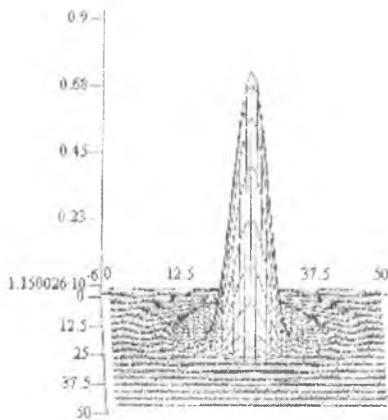
Рис. 2. Относительная интенсивность в плоскости изображения и абберационная функция волнового фронта в плоскости выходного зрачка (выраженная в λ) для лучей, соответствующих полю зрения центральной ямки сетчатки при разных диаметрах (d) зрачка глаза

$d = 2 \text{ мм}$



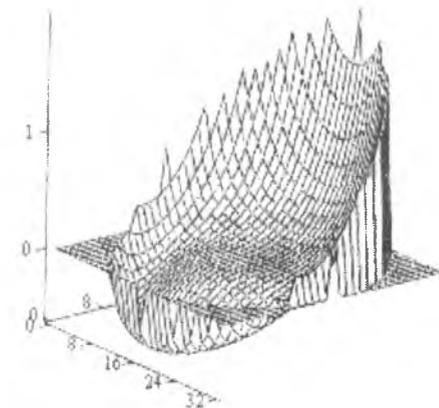
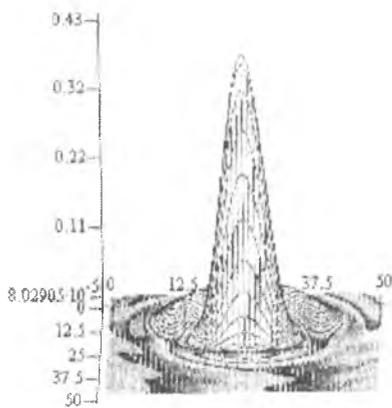
d

$d = 4 \text{ мм}$



wf

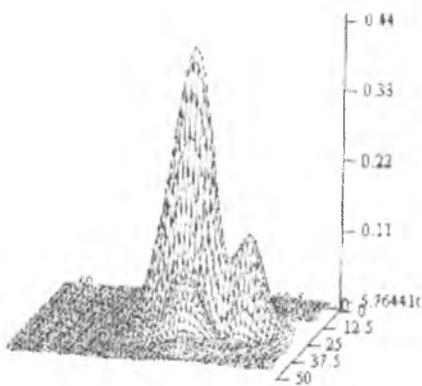
$d = 6 \text{ мм}$



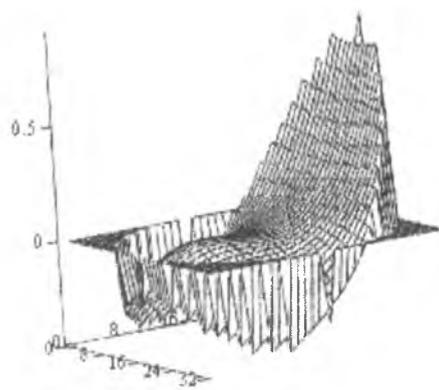
d

wfa

Рис. 3. Относительная интенсивность в плоскости изображения и абберационная функция волнового фронта в плоскости выходного зрачка (выраженная в λ) для лучей, соответствующих полю желтого пятна сетчатки при разных диаметрах (d) зрачка глаза

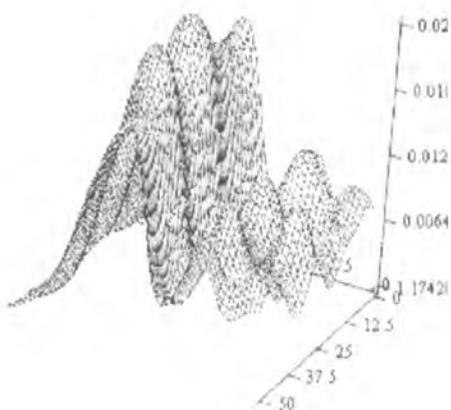


d

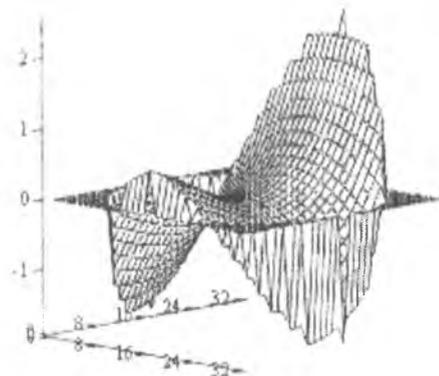


wfa

Рис. 4. Относительная интенсивность в плоскости изображения и абберационная функция волнового фронта в плоскости выходного зрачка (выраженная в λ) для лучей, соответствующих зоне ясного видения при среднем диаметре (3 мм) зрачка глаза



d



wfa

Рис. 5. Относительная интенсивность в плоскости изображения и абберационная функция волнового фронта в плоскости выходного зрачка (выраженная в λ) для лучей, соответствующих зоне периферийного зрения при среднем диаметре (3 мм) зрачка глаза

Для лучей, соответствующих углу поля зрения со стороны предмета значительно меньше 1° , максимальное значение относительной интенсивности в дифракционном изображении точечного источника изменяется от 0,99 при минимальном диаметре зрачка (см. рис. 1) до $\approx 0,38$ при диаметре зрачка 6 мм. Максимальное значение абберационной функции волнового фронта (WFA) увеличивается, соответственно, от тысячных долей λ до $\approx 0,7\lambda$. При таком ходе лучей (почти параллельно оптической оси) преобладает сферическая абберация, достигающая значения $0,5 D$ при $d = 6$ мм. Таким образом, при нормальном дневном освещении, когда диаметр зрачка не превышает значения ≈ 4 мм, такие лучи формируют на сетчатке изображение точечного источника, практически не отличающегося от дифракционно - ограниченного. При дальнейшем увеличении диаметра зрачка (что

соответствует сумеречному или ночному освещению) на качестве изображения сказывается наличие сферической аберрации, при этом эметропический глаз имеет миопию порядка одной диоптрии [8]. Подобный же результат получается при численном расчете модели глаза.

Обратимся теперь к рис. 2. На нем изображены распределение относительной интенсивности и WFA для лучей, идущих под углом поля зрения, соответствующим максимальному значению поля зрения центральной ямки сетчатки. Как видно из рисунка, при диаметрах зрачка до 6 мм в области центральной ямки сетчатки также формируется изображение точечного источника, практически не отличающееся от дифракционного. При больших значениях диаметра зрачка качество изображения ухудшается за счет наличия аберраций косых лучей.

Из рис. 3 видно, что для лучей, соответствующих максимальному значению поля зрения желтого пятна, при диаметре зрачка 2 мм изображение, формируемое системой глаза, все еще соответствует дифракционно – ограниченному. При диаметре зрачка 4 мм максимум относительной интенсивности равен 0,9, доля же энергии, приходящаяся на центральный кружок дифракционного изображения с радиусом, равным радиусу Эйри, равна 0,44. Минимально же допустимое значение, при котором изображение еще можно считать практически не отличающимся от дифракционно - ограниченного, установленное, опираясь на общепринятую оценку качества изображения, ограниченного только сферической аберрацией третьего порядка, равно 0,73. Т.е. для граничной области желтого пятна и зоны ясного видения качество изображения уже для зрачков более 3 мм определяется аберрациями косых лучей.

На рис. 4 изображены относительная интенсивность в плоскости изображения и аберрационная функция волнового фронта в плоскости выходного зрачка для лучей, соответствующих максимальному значению поля зрения зоны ясного видения при среднем диаметре (3 мм) зрачка глаза. Как упоминалось выше, в пределах этой зоны возможно распознавание предметов без различения деталей. Максимум относительной интенсивности для этих лучей равен 0,44, соответствующая доля энергии равна 0,26.

Наконец, на рис. 5 изображены относительная интенсивность и аберрационная функция волнового фронта для лучей, соответствующих зоне периферийного зрения при среднем диаметре (3 мм) зрачка глаза. Здесь взяты лучи, идущие под углом 30° к оптической оси. Видно, что эти лучи формируют сильно искаженное изображение точечного источника. Поэтому зона периферийного зрения позволяет человеку только ориентироваться в пространстве.

Таким образом, результаты компьютерного моделирования, представленные в данной работе и в работе [1], подтверждают вполне адекватное соответствие предложенной модели глаза средним характеристикам естественного эметропического глаза при покое аккомодации.

Список литературы

1. Курушина С.Е., Ратис Ю.Л. Математическая модель хрусталика, адекватно воспроизводящая его анатомическую структуру и оптические свойства системы глаза// Компьютерная оптика.. Вып.21, 2001 С.81-87.
2. Чуриловский В.Н. Теория оптических приборов. М.-Л.: Машиностроение, 1966.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1980.
4. Апенко М.И., Дубовик А.С. Прикладная оптика. М.: Наука, 1982.
5. Проектирование оптических систем/ Под ред. Р. Шеннона и Дж. Вайанта. М : Мир, 1983.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1973.
7. Sharma A. Computing optical path length in gradient-index media: a fast and accurate method // Appl. Opt. 1985, V.24, No.24 P.4367-4370.
8. Моллон Дж.Д., Риган Б.К. Спектральные свойства колбочек и макулярного пигмента у приматов согласованы ли они со свойствами окружающего мира? // Оптический журнал. Т. 66. №10, 1999. С. 3 – 9.