

## Л и т е р а т у р а

1. Д я т е л С.В., М а л е е в А.Ф. Расчетное и экспериментальное исследование устройства для выравнивания давлений в топливных магистралях. -Рукопись представлена Куйбышевским авиационным институтом. Деп. в НИИЭИНФОРМЭНЕРГОМАШ 16.06.81г., № 95-д.р.

2. П о п о в Е.П., П а л ь т о в И.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. -М.:Физматгиз, 1960.

УДК 621.532.1-503.4

В.Я.С в е р б и л о в

ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА  
С АКТИВНЫМ ВОЛНОВЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ  
ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ  
С РЕГУЛЯТОРАМИ ДАВЛЕНИЯ ГАЗА

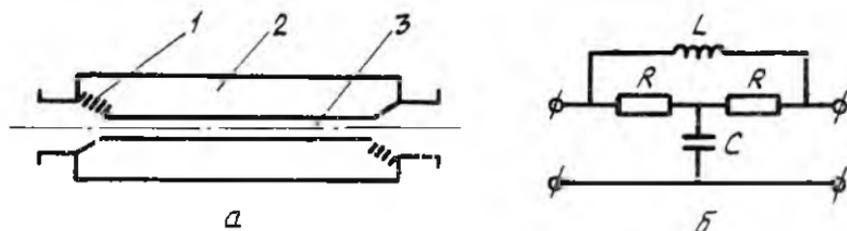
Устройства коррекции (КУ) динамических характеристик трубопроводных цепей, используемых в настоящее время для целей гашения вынужденных колебаний в пневмогидросистемах (ПГС) летательных аппаратов и двигателей [1], получают все большее распространение при решении других задач динамики и, в частности, задач обеспечения устойчивости систем [2]. Это обусловлено с одной стороны - существенным влиянием динамических характеристик трубопроводных цепей на устойчивость ПГС, а с другой стороны - высокой эффективностью КУ.

Использование КУ имеет ряд преимуществ перед другими способами воздействия на динамическую характеристику ПГС. КУ в большинстве своем имеют небольшие габариты, отличаются конструктивной простотой и надежностью. Их установка в систему не связана с крупными изменениями в компоновке. Существенно снижается время на доработку систем. КУ позволяют эффективно разделить различные контуры регулирования и ослабить влияние одних агрегатов на динамику других, осуществить разрыв обратных связей в автоколебательных системах и обеспечить максимальный отвод энергии из автоколебательных систем. С их помощью стабилизируются граничные условия на

агрегатах вне зависимости от характеристик присоединяемых цепей, что особенно важно для регуляторов многоцелевого назначения (унифицированных агрегатов). Тем самым упрощается отработка таких агрегатов и участков ПС в стендовых условиях.

Важной особенностью некоторых схем КУ является возможность их расчета в условиях ограниченной информации о присоединенной к регулятору цепи.

Одним из таких устройств является КУ (рис.1), разработанное



Р и с. 1. Принципиальная (а) и эквивалентная электрическая (б) схемы КУ с активным волновым сопротивлением: 1 - дроссель; 2 - рабочая полость; 3 - инерционная трубка

в КУАИ [1]. При определенном соотношении между параметрами структуры его волновое сопротивление становится чисто активной и постоянной величиной, не зависящей от частоты колебаний. С помощью такого КУ, в частности, может быть решена задача обеспечения устойчивости газового регулятора давления прямого действия в составе произвольной присоединенной цепи.

Как показано в работах [1,3], наиболее широкая область устойчивости в параметрах регулятора реализуется при чисто активном характере входного импеданса присоединенной нагрузки. Анализ устойчивости систем, содержащих в структуре газовые регуляторы давления прямого действия (рис.2), позволил установить [4] требуемую величину входного импеданса

$$Y_3 > Y_{3гр} = \frac{VG_0}{(F-f)x_0 p_{30}}, \quad (1)$$

где  $Y_3 = \frac{\delta G}{\sigma p_3}$  - входная проводимость отводящей магистрали;  
 $V$  - объем полости чувствительного элемента;  $F$ ,  $f$ ,  $x$  - площадь чувствительного элемента, площадь седла и ход клапана;

$p_3$  - выходное давление;  $G$  - массовый расход газа; индекс () соответствует установившемуся режиму работы.

Неравенство (1) является условием устойчивости системы при произвольной величине демпфирования механического звена регулятора независимо от импеданса цепи, расположенной на входе регулятора (при отсутствии в ней источников акустической энергии).

В некоторых частных случаях присоединенной системы условие (1) может быть выполнено простейшими средствами. Например, при наличии на выходе регулятора емкости достаточно больших размеров, чтобы можно было пренебречь ее входным импедансом, необходимая величина активного

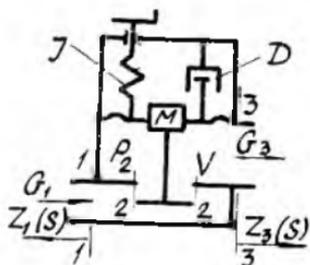
сопротивления обеспечивается установкой в выходном сечении регулятора дросселирующего элемента. Такой способ коррекции вполне приемлем и по соображениям статической точности регулирования, так как величина статической ошибки, вызванной перепадом давления на дросселе, сравнительно невелика, например, при  $G_0 = 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{с}^{-1}$ ;  $p_{30} = 0,35 \text{ МПа}$ ;  $x_0 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ ;  $F = 12,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $f = 0,38 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $V = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$  наибольший относительный перепад давления на дросселе с линейной расходной характеристикой составляет  $\frac{\Delta D_{\text{max}}}{p_{30}} = 2,4 \cdot 10^{-3}$ , т.е. 0,24 % регулируемого давления.

Однако если между регулятором и емкостью имеется соединительный трубопровод, то для получения активного входного импеданса цепи необходимо, чтобы сопротивление дросселя, установленного на входе в емкость, равнялось волновому сопротивлению трубопровода [1, 3]. В этом случае требование малой величины согласованного сопротивления приводит к росту поперечного сечения трубопровода:

$$Z_8 = \frac{a}{S} < \frac{(F-f)x_0 p_{30}}{V G_0},$$

$$S > \frac{V G_0 a}{(F-f)x_0 p_{30}}, \quad (2)$$

где  $a$  - скорость звука в отводящем трубопроводе;  $S$  - площадь поперечного сечения трубопровода.



Р и с. 2. Расчетная схема регулятора давления газа прямого действия

В рассматриваемом примере вычисление по формуле (2) показывает, что требуемый по условию устойчивости диаметр соединительного трубопровода превышает 23 мм, тогда как регулятор предназначен для работы с арматурой  $d_y$  4 мм.

В подобных случаях, когда величина активной нагрузки на выходе регулятора не соответствует условию устойчивости (1) и ее изменение требует нежелательных доработок системы, рациональным является применение КУ с активным волновым сопротивлением (см. рис.1). Методика расчета КУ, как гасителя вынужденных колебаний в трубопроводных цепях, изложена в работе [1], где, кроме того, обоснована принципиальная возможность его использования для расширения областей устойчивости ПГС. Ниже получены основные расчетные соотношения для проектирования КУ из условия устойчивости газового регулятора давления прямого действия.

Динамические свойства КУ, как четырехполюсника, описываются матрицей передачи

$$A = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix},$$

с помощью которой устанавливается связь между комплексными амплитудами давления и весового расхода на входе и выходе КУ. Используя характеристические параметры четырехполюсника, матрицу передачи  $A$  можно записать в виде

$$A = \begin{vmatrix} \sqrt{\frac{Z_{\beta 1}}{Z_{\beta 2}}} \operatorname{ch} q & \sqrt{Z_{\beta 1} Z_{\beta 2}} \operatorname{sh} q \\ \frac{1}{\sqrt{Z_{\beta 1} Z_{\beta 2}}} \operatorname{sh} q & \sqrt{\frac{Z_{\beta 2}}{Z_{\beta 1}}} \operatorname{ch} q \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где  $Z_{\beta 1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}$ ,  $Z_{\beta 2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}$  - характеристические сопротивления четырехполюсника со стороны входа и выхода;  $q = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC})$  - собственная постоянная передачи.

Для  $T$ -образного мостикового четырехполюсника (рис.3), к типу которого относится рассматриваемая структура, характеристические параметры определяются соотношениями

$$Z_{\beta 1} = Z_{\beta 2} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_3 (Z_1 + 2Z_2)}{2Z_1 + Z_3}}; \quad (4)$$

$$\operatorname{th} \frac{q}{2} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_3}{(Z_1 + 2Z_2)(2Z_1 + Z_3)}}.$$

Если между сопротивлениями плеч охемы существует зависимость

$$Z_1^2 = Z_2 Z_3, \quad (5)$$

то выражения (4) для волнового сопротивления и постоянной передачи принимают вид

$$Z_{\beta 1} = Z_{\beta 2} = Z_1;$$

$$\operatorname{th} \frac{q}{2} = \frac{Z_1}{Z_1 + 2Z_2}. \quad (6)$$

В нашем случае (см. рис. 1)  $Z_2$  и  $Z_3$  — обратные двухполюсники, поэтому  $Z_1 Z_3 = R^2$  и, следовательно, волновое сопротивление  $Z_{\beta 1} = Z_{\beta 2} = R$  постоянно и активно на всех частотах.

Входное сопротивление КУ, к выходу которого подключена произвольная нагрузка ( $Z_H$ ), выражается через коэффициенты матрицы  $A$  следующим образом

$$Z_{\beta x} = \frac{Z_H A + B}{Z_H C + D} = R \frac{Z_H + R \operatorname{th} q}{Z_H \operatorname{th} q + R} = RM. \quad (7)$$

Используя понятие коэффициента собственного затухания четырехполюсника [1]

$$K_c = \exp q,$$

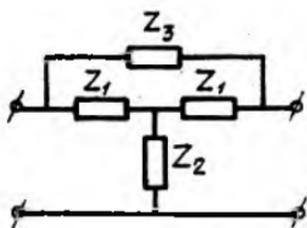
можно записать

$$\operatorname{th} q = \frac{K_c^2 - 1}{K_c^2 + 1}. \quad (8)$$

При увеличении модуля коэффициента собственного затухания величина  $\operatorname{th} q$ , а следовательно и величина  $|M|$  в соотношении (7), приближаются к единице. Практически можно считать величину  $M$  равной единице при значениях  $K_c = 3,5 \dots 4$  [1].

Как следует из соотношения (7), при  $M = 1$  входное сопротивление цепи с КУ не зависит от величины  $Z_H$ , а определяется лишь параметрами ( $R$ ) корректирующего устройства. В этом заключается преимущество КУ с активным волновым сопротивлением перед другими типами КУ.

На основании соотношений (5)–(8) можно получить расчетные зависимости для проектирования КУ



Р и с. 3. Т-образный мостиковый четырехполюсник

$$R^2 = L/C;$$

$$K_C = \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \geq 3,5, \quad (9)$$

где  $L = \frac{L_{\text{эф}}}{S_{\text{кы}}}$ ;  $C = \frac{V_{\text{кы}}}{a^2}$ ;  $L_{\text{эф}}$ ,  $S_{\text{кы}}$  - эффективная длина и площадь сечения инерционной трубки;  $V_{\text{кы}}$  - объем полости;  $\omega$  - частота колебаний. Полагая верхнюю границу существенного для регулятора диапазона частот равной  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{H}}$  - собственной частоте пружинно-массовой системы регулятора, из условия устойчивости (I) с учетом формул (9) получим расчетные соотношения для определения конструктивных параметров КУ

$$R < \frac{(F-f)x_0 p_{30}}{V G_0};$$

$$V_{\text{кы}} > \frac{3,4 \cdot V a^2 G_0}{(F-f)x_0 p_{30} \omega_0};$$

$$\frac{L_{\text{эф}}}{S_{\text{кы}}} = \frac{R^2 V_{\text{кы}}}{a^2}. \quad (10)$$

При наличии отрезка трубопровода длиной  $L_T$  и площадью  $S_T$  между регулятором и КУ возможности коррекции ограничиваются параметрами трубопровода.

При  $L_T < \frac{\lambda_{\text{min}}}{8}$ , где  $\lambda_{\text{min}}$  - наименьшая длина волны существенного для регулятора диапазона частот, пренебрегая рас-  
пределенностью параметров по длине соединительной трубы, входное сопротивление всей системы в граничном сечении 3-3 регулятора можно определить соотношением

$$Z_3 = R_T + j\omega L_T + R,$$

где  $L_T$ ,  $R_T$  - индуктивность и гидравлическое сопротивление соединительной трубы.

АЧХ входной проводимости  $Y_3(j\omega)$  имеет вид полускружности, расположенной в четвертом квадранте. Ее начало при  $\omega = 0$  находится в точке  $[(R_T + R)^{-1}; j0]$ , конец - в начале координат.

Как показывает анализ с использованием критерия Найквиста, необходимым (но не достаточным) условием устойчивости в этом случае является неравенство

$$R_T + R < Y_{3гр}^{-1}$$

(II)

Согласно соотношениям (I0), (II) влияние соединительного трубопровода приводит к уменьшению допустимой величины сопротивления  $R$  корректирующего устройства и, следовательно, к увеличению его габаритов.

При достаточно большой длине соединительного трубопровода ( $L_T > \frac{\lambda_{min}}{\delta}$ ) его диаметр необходимо выбирать из условия согласования сопротивления  $KU$  с волновым сопротивлением трубопровода  $R = Z_{\delta T}$ .

При отсутствии согласования трубопровода с активной нагрузкой на конце его АФХ  $Y_3(j\omega)$  имеет вид окружности, симметричной относительно положительной вещественной полуоси. Координаты точек пересечения с вещественной осью равны  $R^{-1}$  и  $RZ_{\delta T}^{-2}$ , причем точка  $Z_{\delta T}^{-1}$  располагается внутри интервала между ними.

По условию устойчивости, определенному в работе [4], АФХ  $Y_3(j\omega)$  должна располагаться справа от точки  $Y_{3гр}$ , определяемой соотношением (2), что выполняется при  $Z_{\delta T}^{-1} > Y_{3гр}$ . Отсюда следует, что условие устойчивости допускает лишь увеличение диаметра соединительного трубопровода по сравнению с величиной, выбранной из условия согласования с  $KU$ . Наименьший диаметр трубопровода соответствует условию согласования

$$(Z_{\delta T})_{min}^{-1} = R^{-1} = Y_{3гр}$$

Следует отметить, что, в связи с сужением области устойчивости вблизи точки  $Y_{3гр}$ , по мере увеличения рассогласования (увеличения диаметра окружности  $Y_3(j\omega)$ ) необходимо несколько уменьшить величину  $R$  (увеличивая координату точки  $R^{-1} > Y_{3гр}$ ), что приводит к росту габаритов  $KU$ .

Таким образом, при использовании  $KU$  с активным волновым сопротивлением можно предложить следующие рекомендации по выбору параметров соединительного трубопровода.

$KU$  целесообразно располагать в непосредственной близости к регулятору; это позволяет уменьшить диаметр используемого трубопровода. При наличии соединительного канала малой длины ( $L_T < \frac{\lambda_a}{4\omega}$ ) следует уменьшать его активное сопротивление, что способствует уменьшению габаритов  $KU$ . При большой длине соединительного трубопровода ( $L_T > \frac{\lambda_a}{4\omega}$ ) его диаметр определяется из условия согла-

сования с КУ на границе устойчивости  $Z_{\delta r}^{-1} = R^{-1} = Y_{згр}$  при помощи соотношения

$$d_r = \sqrt{\frac{4a G_0 V}{\pi k \rho_{30} x_0 (F - f)}}$$

и не может быть меньше этой величины.

### Л и т е р а т у р а

1. Ш о р и н В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. - М.:Машиностроение, 1980. - 156 с.
2. Неустойчивость горения в ЖРД / Под ред. Харрье Д.Т. и Рирдона Ф.Г. - М.:Мир, 1975. - 870 с.
3. Г л и к м а н Б.Ф. Автоматическое регулирование ЖРД. - М.: Машиностроение, 1974. - 396 с.
4. С в е р б и л о в В.Я., Ш о р и н В.П., А н и с и м - к и н Ю.С. Обеспечение устойчивости систем регулирования давления газа коррекцией динамических характеристик трубопроводных цепей. - В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. - Куйбышев: КуАИ, 1981. Вып.8, с.94-100.

УДК 62-501

Н.П.Ш у м с к и й

### УРАВНЕНИЯ И ДИАГРАММЫ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ 4-го И 5-го ПОРЯДКОВ В ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТАХ

Изучение сложных систем, тем более проблем управления процессами высокой сложности, требует на первом исходном этапе проектирования их упрощения. В этом случае особую роль приобретают различные асимптотические методы, сводящие систему к грубой модели. Метод разделения движений высокой размерности на подсистемы более низкого порядка позволяет исследовать каждую из них независимо друг от друга. Анализ многомерных систем показал, что на первом этапе проектирования и решения ряда технических задач в процессе доводки и оценки их работоспособности исследования