

**На правах рукописи**

**БОРИСОВ Максим Владимирович**

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ  
СОСТАВНОГО УПРУГОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

**Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика**

**Автореферат**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук**

**Самара 2009**

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева» (СГАУ)

Научный руководитель: кандидат технических наук,  
доцент  
Авраменко Александр Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук,  
профессор  
Заболотнов Юрий Михайлович

доктор технических наук,  
профессор  
Горелов Юрий Николаевич

Ведущее предприятие: ОАО «Информационные  
спутниковые системы» имени  
академика М.Ф. Решетнева

Защита состоится « 23 » декабря 2009 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д.212.215.07 при Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева» по адресу 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34, корпус 3а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГАУ.

Автореферат разослан « 20 » ноября 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного  
совета доктор технических наук,  
профессор

И.В. Белоконов

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** Практически все современные технические сооружения и аппараты – ракеты-носители и космические станции, самолеты, вертолеты, корабли, автомобили, строительные и гидротехнические сооружения – представляют собой сложные системы, состоящие из совместно функционирующих подсистем.

Как правило, понятие «сложность» связывается именно с наличием в системе многих компонент, взаимное влияние которых создает проблемы при проведении теоретических исследований, необходимых для ее проектирования. Физическую основу рассматриваемых систем, несущую все прочие подсистемы, представляет конструкция, скомпонованная из стержневых, тонкостенных или иных элементов, изготовленных из материалов, которые в пределах достаточно малых деформаций могут рассматриваться как упругие. Результатом взаимодействия упругой конструкции с прочими подсистемами и с внешней средой являются ее колебания. Параметры этих колебаний определяют пригодность конструкции к эксплуатации по критериям прочности, амплитудным значениям перемещений, уровням перегрузок или иным конкретным для каждой системы показателям.

Важным этапом исследования движения разрабатываемой системы является определение динамических характеристик входящей в ее состав упругой конструкции, к числу которых относятся собственные частоты и формы колебаний, амплитудно-фазовые частотные характеристики и т.д.

Обычно упругая конструкция сама представляет собой сложную систему, составленную из относительно более простых подконструкций, механически соединенных между собой и взаимодействующих в процессе совместных колебаний. Это существенно осложняет задачу исследования ее динамических характеристик как экспериментальными, так и расчетными методами.

В последнее время все более актуальными становятся вопросы динамики сложных орбитальных космических систем с деформируемыми элементами на участках быстрого вращения, разворота при переориентации, т.е. в таких режимах, когда угловые скорости и углы поворота корпуса являются конечными величинами, а также в процессе развертывания упругих элементов (солнечных батарей, антенн и т.д.) и движения аппарата после их фиксации. Упругие колебания таких конструкций обладают низкочастотным спектром и поэтому существенно влияют на динамику летательного аппарата.

Несмотря на наличие большого числа публикаций (Титов Б.А., Анисимов А.В., Вольмир А.С., Ганиев Р.Ф., Крон Г., Пановко О.Я., Перминов М.Д., Arora J.S., Benfield W.A., Craig R.R. и др.), посвященных исследованию динамики упругих систем, вопросы решения задач моделирования и вывода дифференциальных уравнений сложных

механических систем, включающих упругие тела и вообще сплошные среды, рассматриваемых как системы с распределенными параметрами, в настоящее время нельзя считать полностью решенными. Существующие на настоящее время методы в сочетании с применением современной вычислительной техники позволяют объяснить суть некоторых физических явлений и получить, как правило, лишь количественные оценки. Тенденции увеличения размеров деформируемых конструкций, уменьшения их масс, жесткости и ряд других факторов требуют новых подходов моделирования сложных механических систем, развития методов как их качественного анализа, так и численного интегрирования.

Актуальность настоящей работы заключается в широком применении сложных космических систем, обладающих упругими свойствами, и необходимостью дальнейшего совершенствования методов моделирования движения таких систем.

**Целью работы** является разработка метода построения математической модели, описывающей движение космического аппарата, состоящего из как из жестких, так и упругих элементов, и проведение исследования с помощью разработанной модели движения космических аппаратов с различной компоновкой упругих элементов.

**К основным методам исследования**, используемым в настоящей работе, следует отнести методы теоретической механики, механики деформируемого тела и теории колебаний, такие как метод Релея, метод Ритца, метод неопределенных коэффициентов, вариационный принцип Гамильтона-Остроградского.

**Научная новизна работы состоит в следующем:**

1. Разработан новый метод построения математической модели движения составной упругой системы, основанный на разложении перемещений отдельных элементов конструкции на ортогональные формы, соответствующие собственным частотам изолированных движений, отличающийся от существующих методов возможностью добавления в систему учитываемых элементов без значительного усложнения математической модели.
2. Впервые применен метод Релея-Ритца для определения коэффициентов разложения форм колебаний составной упругой системы.
3. Разработана методика вывода дифференциальных уравнений движения составной упругой системы, которая, в отличие от существующих подходов, основана на использовании коэффициентов разложения форм колебаний в качестве обобщенных координат.

**Практическая ценность работы.** Разработанный метод построения математической модели является универсальным и может быть использован для эффективного моделирования различных прикладных динамических задач, связанных с деформациями упругих конструкций, например, лопастей вертолѐта, тросовых систем, лент конвейеров, антенн и панелей солнечных батарей КА и аналогичных систем, состоящих из деформируемых и твѐрдых тел. Математические модели, построенные в диссертационной работе, можно использовать для описания и исследования движения КА с упругими элементами и синтеза на их основе начальных условий, инерционно-массовых, кинематических и других параметров КА.

Метод может быть использован для выработки рекомендаций по снижению (исключению) нежелательных колебаний всей конструкции или ее отдельных элементов.

Результаты диссертационной работы были использованы при подготовке материалов «Расчета внешних нагрузок на изделие «Ресурс-П» 14А14-16.47КС 0000-РОЗ, а также «Расчета баллистического» 47КС.0000-0 РО2 для КА «Ресурс-П» разработки ФГУП «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс».

**Апробация результатов,** полученных в настоящей диссертационной работе, осуществлялась в рамках научных конференций:

- XXXI Самарская областная студенческая научная конференция, г. Самара (19-29 апреля 2005г.),
- IX Международная научная конференция «Решетневские чтения», г. Красноярск (10-11 ноября 2005 г.),
- III Международная молодежная научная конференция «Туполевские чтения», г. Казань (ноябрь 2005г.).
- 5-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2006», г. Москва (23-26 октября 2006г.),
- 12-я Международная научная конференция «Системный анализ, управления и навигация», Крым, г. Евпатория (1-8 июля 2007г.),

**Достоверность результатов** обеспечивается корректностью математической постановки задачи, строгостью применяемых методов решения, а также соответствием результатов, полученных аналитически, результатам численных расчетов, а также результатам, полученным экспериментальным путем.

Полученные в работе результаты сравнивались с результатами, полученными с помощью метода конечных элементов, для чего использовался программный пакет MSC.NASTRAN, а также с результатами, экспериментально полученными для конструкции Международной космической станции на основе данных измерений низкочастотного акселерометра MAMS (Microgravity Acceleration Measurement System - Система Измерения Микрогравитационных Ускорений). Собственные частоты колебаний исследуемого элемента МКС, найденные с помощью

разработанного метода моделирования, с достаточной точностью совпадают с реальными собственными частотами.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 8 работ, в том числе 3 статьи – в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных Высшей аттестационной комиссией.

**Личный вклад.**

1. Разработан новый метод построения математической модели движения составной упругой системы, основанный на разложении перемещений отдельных элементов конструкции на ортогональные формы, соответствующие собственным частотам изолированных движений.

2. Разработана методика вывода дифференциальных уравнений движения составной упругой системы, которая, в отличие от существующих подходов, основана на использовании коэффициентов разложения форм колебаний в качестве обобщенных координат.

3. С помощью разработанного метода найдены собственные формы колебаний и уравнения движения различных типов космических аппаратов. Выведенные уравнения были использованы для анализа движения космических аппаратов при трансформации их конструкции.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 87 наименования. Общий объем диссертации составляет 122 страниц.

**На защиту выносятся следующие положения:**

1. Метод построения математической модели движения составной упругой системы на основе разложения перемещений отдельных элементов конструкции на ортогональные формы, соответствующие собственным частотам изолированных движений.

2. Методика применения метода Релея-Ритца для определения коэффициентов разложения форм колебаний составной упругой системы.

3. Методика использования коэффициентов разложения форм колебаний в качестве обобщенных координат в уравнениях, описывающих движение составного упругого космического аппарата.

4. Способы уменьшения амплитуды колебаний упругих элементов космического аппарата в процессе его движения.

## **Содержание работы**

Во **введении** приводится общая характеристика решаемой в диссертации задачи и обосновывается актуальность темы диссертации, а также формулируется цель диссертации. Описываются результаты,

выносимые на защиту, и сведения об апробации работы и публикациях. Кратко излагается содержание глав диссертации.

В **первой главе** дается обзор полученных к настоящему времени результатов отечественных и зарубежных авторов.

**Вторая часть** посвящена постановке задач моделирования пространственного движения составной упругой системы, а именно:

1. Определение собственных форм и частот колебаний составной упругой системы;
2. Построение математической модели движения составной упругой системы;
3. Вывод дифференциальных уравнений движения составной упругой системы;
4. Оценка эффективности способов уменьшения амплитуд колебаний космического аппарата.

Далее приводятся допущения, принимаемые при построении математической модели движения составной упругой системы.

В данной главе рассматривается общий подход к моделированию движения конструкций, состоящей из упругих и жестких элементов. При этом указываются методы теоретической механики, механики деформируемого тела и теории колебаний, используемые для построения математической модели движения составной упругой системы.

Построение математической модели движения составной упругой системы разбивается на два этапа.

На первом этапе находятся собственные частоты и формы колебаний системы. При этом предлагается искать формы колебаний системы в виде разложения в ряд по ортогональным формам колебаний отдельных элементов системы, соответствующим собственным частотам изолированных движений, - базисным функциям:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n a_i X_i(x), \quad (1)$$

где  $a_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) - неопределенные коэффициенты.

Неопределенные коэффициенты предлагается находить с помощью метода Релея-Ритца. Неопределенные коэффициенты выбираются таким образом, чтобы оценка собственной частоты колебаний была минимальной:

$$\frac{\partial U^*}{\partial a_i} - \omega^2 \frac{\partial T^*}{\partial a_i} = \frac{\partial}{\partial a_i} (U^* - \omega^2 T^*) = \frac{\partial S}{\partial a_i} = 0, \quad (2)$$

где  $U^*$  - упругий потенциал, вычисленный для выбранной системы перемещений,

$T^*$  - выражение кинетической энергии, в которой скорости заменены перемещениями,

$\omega$  - собственная частота.

Из системы уравнений (2) определяются собственные частоты колебаний. Каждой собственной частоте будет соответствовать система коэффициентов разложения  $a_i (i = \overline{1, n})$ , с помощью которой из (1) восстанавливаются искомые формы колебаний. Коэффициенты разложения уточняют базисные функции и максимально приближают их к реальным формам колебаний исследуемой конструкции.

Для вывода системы дифференциальных уравнений движения предлагается использовать в качестве обобщенных координат функции времени, аналогичные неопределенным коэффициентам в разложении форм колебаний системы:

$$f(\bar{x}, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) F_i(\bar{x}), \quad (3)$$

где  $q_i(t)$  - искомые обобщенные координаты;  $F_i(\bar{x})$  - формы колебаний, восстановленные по (2) с помощью метода Релея-Ритца.

Дифференциальные уравнения движения предлагается выводить с помощью принципа Гамильтона – Остроградского:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta A - \delta \Pi - \delta U) dt = 0, \quad (4)$$

где  $T$  - кинетическая энергия системы,  $A$  - работа неконсервативных (диссипативных) сил,  $\Pi$  - потенциальная энергия внешних сил,  $U$  - энергия упругой деформации системы.

В результате получается система дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_i^2} \ddot{q}_i + \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_i \partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial^2 T}{\partial q_i \partial t} + \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i}, \quad (5)$$

где  $Q_i$  - обобщенные силы.

Система (5) представляет собой замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. В результате интегрирования данной системы находятся обобщенные координаты  $q_i(t)$ , характеризующие движение исследуемой упругой системы.

**В третьей главе** проводится проверка разработанного метода для построения математической модели движения простейшей упругой системы - однородного упругого стержня.

На первом этапе определяются собственные частоты и формы колебаний системы.

В соответствии с разработанной в рамках диссертации методикой, определены первые две собственные частоты колебаний стержня:

$$f_1 = 6,13 \text{ Гц}, \quad f_2 = 38,41 \text{ Гц}.$$

В соответствии с теорией колебаний, собственные частоты стержня можно определить по соотношению  $f_i = \frac{k_i^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}$ .



Для исследуемого стержня значения собственных частот, полученных с помощью разработанного метода и с помощью метода теории колебаний, совпадают.

Уравнения свободного движения рассматриваемого стержня, выведенные с помощью разработанного в диссертации метода, имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} EJ \int_0^l (V_i'')^2 dx \\ \ddot{q}_i + \frac{0}{l} \cdot q_i = 0, i = \overline{1, n}. \\ \rho F \int_0^l [V_i]^2 dx \end{array} \right. \quad (6)$$

Для случая движения стержня под действием переменной нагрузки уравнения будут иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} EJ \int_0^l [V_i''(x)]^2 dx \\ \ddot{q}_i(t) + \frac{0}{l} q_i(t) = - \frac{\int_0^l [P(x,t) \cdot V_i(x) + M_P(x,t) \cdot V_i'(x)] dx}{\rho F \int_0^l [V_i(x)]^2 dx}, i = \overline{1, n}. \\ \rho F \int_0^l [V_i(x)]^2 dx \end{array} \right. \quad (7)$$

Число  $n$  уравнений в системе уравнений (6) или (7) определяется числом учитываемых в рассмотрении форм колебаний стержня.

Уравнения свободного движения стержня идентичны уравнениям, получаемым с помощью методов теории колебаний. Уравнения же, выведенные для случая движения под действием нагрузки, в отличие от уравнений теории колебаний, позволяют проводить комплексный анализ движения с учетом всех учитываемых форм колебаний.

Полученные результаты показывают правомерность моделирования движения упругой системы с применением методики, предложенной в диссертационной работе.

В четвертой главе рассматривается движение составного упругого КА, в состав которого входят твердый корпус, упругий отсек и упругие панели солнечных батарей. В качестве рассматриваемого КА (рисунок 1) выбран элемент Российского сегмента Международной космической станции (МКС) - «Научно-энергетическая платформа». Данный КА моделируется составной упругой системой состоящей из твердого центрального тела, упругого стержня и упругих пластин (рисунок 2).

Четвертая глава разделена на две части. В первой части моделируется непрерывное движение КА без учета внешних воздействий.

Рассматриваются следующие перемещения:

$v_2(x_2, t)$ ,  $w_2(x_2, t)$ ,  $w_3(x_3, y_3, t)$  - упругие перемещения отдельных элементов,

$\xi_1(t)$ ,  $\eta_1(t)$ ,  $\zeta_1(t)$  - поступательные перемещения корпуса КА,

$\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)$  - вращательные перемещения корпуса КА.



Рисунок 1 – Российский сегмент МКС

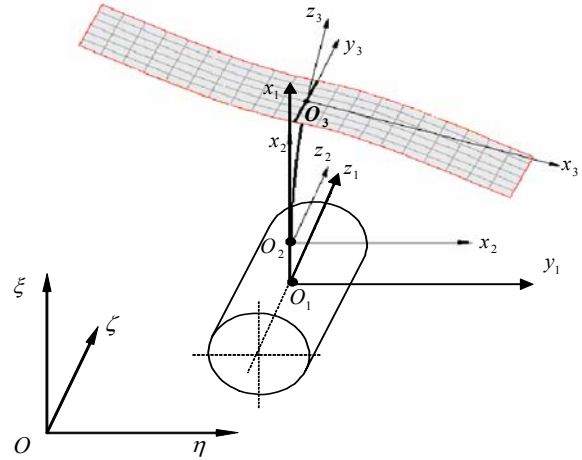


Рисунок 2 – Модель КА

Для получения собственных частот и форм колебания, а также системы дифференциальных уравнения движения, составляются выражения для кинетической энергии рассматриваемой составной упругой системы и энергии упругой деформации. При этом векторы упругих перемещений представляются в виде:

$$v_2(x_2, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) V_i(x_2), \quad w_2(x_2, t) = \sum_{i=1}^n b_i(t) W_i(x_2),$$

$$w_3(x_3, y_3, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n g_{ik}(t) W_{ik}(x_3, y_3),$$

а искомые формы колебаний в виде:

$$V(x_2) = \sum_{i=1}^n a_i X_i(x_2), \quad W(x_2) = \sum_{i=1}^n b_i X_i(x_2), \quad W(x_3, y_3) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n g_{ik} X_i(x_3) Y_k(y_3).$$

Используя выражения для кинетической энергии и энергии упругой деформации, из (2) находятся собственные частоты колебаний рассматриваемой системы и соответствующие им неопределенные коэффициенты  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $g_{ik}$ . По найденным неопределенным коэффициентам восстанавливаются формы колебаний всей конструкции.

За обобщенные координаты, описывающие движение упругих элементов системы, принимаются функции времени:

$a_i(t)$ ,  $b_i(t)$  - для перемещений стержня,  
 $g_{ik}(t)$  - для перемещений пластины.

За обобщенные координаты, описывающие движение твердого центрального тела, принимаются функции времени:

$\xi_1(t)$ ,  $\eta_1(t)$ ,  $\zeta_1(t)$  - для поступательного перемещения корпуса КА,  
 $\theta_1(t)$ ,  $\theta_2(t)$ ,  $\theta_3(t)$  - для вращательного перемещения корпуса КА.

Для проверки собственные частоты и формы колебаний были найдены с помощью метода конечных элементов (таблица 1):

Таблица 1

Сравнение результатов		
Номер частоты	Разработанный метод	Метод конечных элементов
1	0,69 Гц	0,70 Гц
2	1,27 Гц	1,28 Гц

Полученные результаты были сравнены с экспериментальными данными, приведенными в работе Беляева М.Ю., Завалишина Д.А. и Сазонова В.В. «Определение характерных частот упругих колебаний конструкции международной космической станции». В данной работе приводятся результаты экспериментального исследования свободных колебаний конструкции МКС. Исследования были проведены с использованием данных измерений низкочастотного акселерометра MAMS (Microgravity Acceleration Measurement System - Система Измерения Микрогравитационных Ускорений). Анализ полученных в работе Беляева М.Ю. результатов показал, что основные возмущения конструкции МКС наблюдаются в диапазоне частот  $0,701 \div 1,35$  Гц.

Как видно из таблицы 1, значения собственных частот, полученных с помощью сформулированного подхода и метода конечных элементов, лежат в интервале собственных частот колебаний МКС. Таким образом, предлагаемый в диссертации метод может быть использован для определения собственных частот и форм колебаний составной упругой конструкции различной компоновки.

Для найденных собственных частот с помощью разработанного в рамках диссертации метода найдены соответствующие формы колебаний (рисунки 3 и 4):

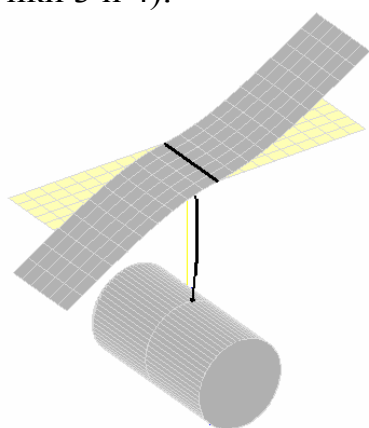


Рисунок 3 – Форма колебаний, соответствующая первой собственной частоте  $\omega_1 = 0,69$  Гц

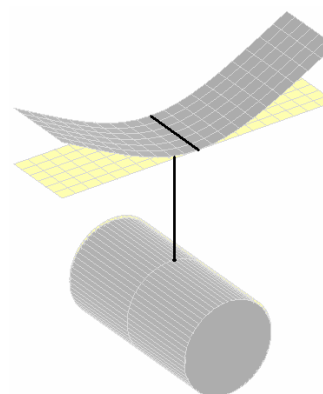


Рисунок 4 - Форма колебаний, соответствующая второй собственной частоте  $\omega_2 = 1,27$  Гц

Во второй части четвертой главы рассматривается движение КА после ударных воздействий в процессе раскрытия панелей солнечных батарей. Решение задачи исследования моделирования движения КА при раскрытии ПСБ проводится в два этапа. На первом этапе – *раскрытие ПСБ* – рассматривается движение ПСБ как системы твердых пластин (створок), соединенных шарнирами. На втором этапе – *фиксация ПСБ* – рассматривается движение КА при колебаниях ПСБ, возникающих под воздействием импульсных нагрузок, появляющихся в момент фиксации частей ПСБ.

Рассматривается ПСБ, состоящая из трех створок (рисунок 5):

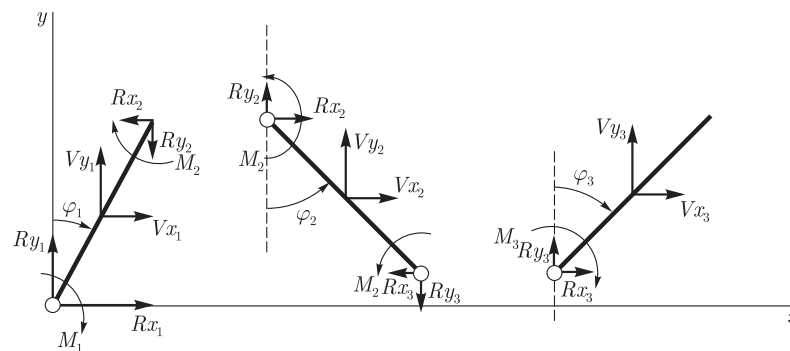


Рисунок 5 – Расчетная схема раскрытия ПСБ

Для составления дифференциальных уравнений, моделирующих раскрытие ПСБ, используются уравнения движения центров масс створок ПСБ и движения створок вокруг центров масс.

Процесс наложения мгновенных связей (фиксация створок ПСБ) описывается в соответствии с теорией удара соотношениями, характеризующими изменение количества движения и момента количества движения системы.

Используя найденные ударные воздействия после фиксации створок ПСБ, кинетическую энергию, а также энергию упругой деформации, с помощью (5) получают дифференциальные уравнения движения рассматриваемой составной упругой системы.

Анализ полученных результатов показывает, что колебания пластин и вызванные ими перемещения центрального тела незначительные. Однако, как показывают исследования, данные колебания необходимо учитывать при проектировании космических систем для их снижения и получения более эффективных показателей в работе КА. Для уменьшения возбуждения колебаний упругой конструкции и ограничений амплитуд колебаний возможны различные подходы. Для оценки эффективности того или иного подхода может быть использован разработанный в диссертационной работе метод.

В пятой главе диссертационной работы проводится моделирование движения КА дистанционного зондирования Земли с компоновкой упругих элементов, уменьшающей амплитуды колебаний.

Рассматривается КА, изображенный на рисунке 6. Расчетная схема составной упругой системы, эквивалентной данному КА, изображена на рисунке 7.

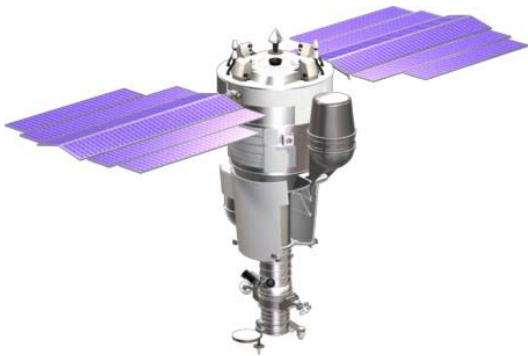


Рисунок 6 – КА дистанционного зондирования Земли

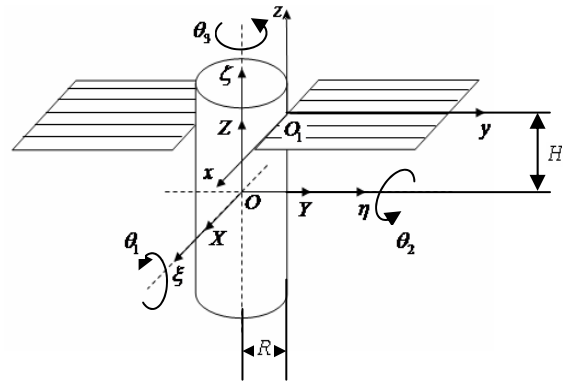


Рисунок 7 – Модель упругого КА

При моделировании учитывалось, что корпус КА является твердым телом, а панели солнечным батарей и их створки являются упругими пластинами (рисунок 8).

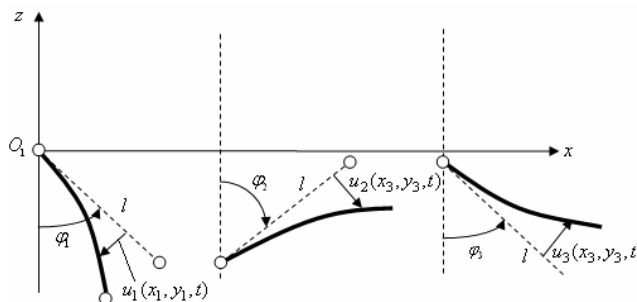


Рисунок 8 – Схема раскрытия упругих створок ПСБ

При моделировании движения рассматриваемого КА с помощью метода, разработанного в диссертации, найдены первые две собственные частоты колебаний КА и формы колебаний панелей солнечных батарей (рисунки 9 и 10).

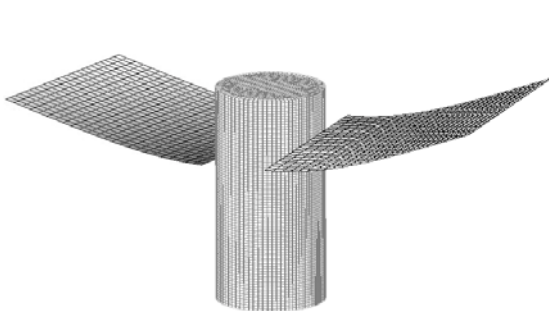


Рисунок 9 – Форма колебаний, соответствующая первой собственной частоте  $\omega_1 = 0,44 \text{ Гц}$

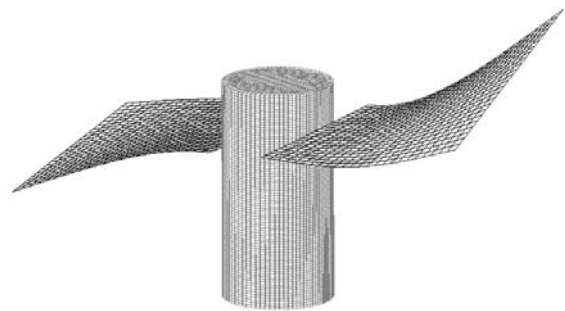


Рисунок 10 - Форма колебаний, соответствующая второй собственной частоте  $\omega_2 = 2,19 \text{ Гц}$

Анализ полученных результатов моделирования движения КА показывает, что амплитуды колебаний конструкции при рассматриваемой компоновке упругих элементов на порядок меньше, чем для ранее исследуемой космической системы. Однако их также необходимо демпфировать, т.к. даже при достаточно малых амплитудах эти колебания могут значительно снижать качество информации – приводить к смазыванию изображения для оптических систем и к снижению уровня полезного сигнала в радиотехнических системах.

**Заключение** диссертации содержит выводы по основным результатам работы.

### **Выводы и основные результаты**

1. Разработан новый метод построения математической модели движения составной упругой системы, основанный на разложении перемещений отдельных элементов конструкции на ортогональные формы, соответствующие собственным частотам изолированных движений.

2. При моделировании движения составной упругой конструкции с малыми деформациями оказалось возможным разложение движения системы на ортогональные формы отдельных ее элементов, соответствующие собственным частотам малых колебаний. «Многоступенчатое» применение метода Релея-Ритца при этом позволило определить аналитические выражения для форм колебаний составной упругой системы. Это в свою очередь дает возможность проводить качественный анализ возможных колебаний и деформаций исследуемой механической системы.

3. Разработана методика вывода дифференциальных уравнений движения составной упругой системы, которая, в отличие от существующих подходов, основана на использовании коэффициентов разложения форм колебаний в качестве обобщенных координат.

4. Построенная математическая модель для описания движения составной упругой системы является универсальной. Она может быть применена к конструкциям различной сложности, т.к. основывается на анализе составных частей конструкции.

5. Разработанный метод позволяет наращивать исследуемую систему путем увеличения количества различных элементов, входящих в ее состав, без значительного усложнения математической модели.

6. Проведена проверка метода для исследования простейшей упругой системы – однородного стержня. Полученные результаты свидетельствуют об адекватности предлагаемой математической модели.

7. С помощью разработанного метода найдены собственные формы колебаний и уравнения движения различных типов космических аппаратов.

Выведенные уравнения были использованы для анализа движения космических аппаратов при трансформации их конструкции.

8. Полученные результаты сравнены с результатами, полученными при исследовании реальных космических систем. Сравнение результатов показало, что предлагаемый в диссертационной работе метод может быть применен для моделирования движения составных упругих систем.

### **Основное содержание диссертационной работы опубликовано**

**– в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных Высшей аттестационной комиссией:**

1. Борисов, М.В. Моделирование движения космического аппарата с упругими элементами [Текст] / М.В. Борисов, А.А. Авраменко // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2009. – Вып. 1. – С. 17-28.

2. Борисов, М.В. Моделирование движения составной упругой системы [Текст] / М.В. Борисов, А.А. Авраменко // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика. – 2009. – Т. 9, вып. 2. – С. 74-82.

3. Борисов, М.В. Вывод дифференциальных уравнений движения составной упругой системы [Текст] / М.В. Борисов, А.А. Авраменко // Вестник Самарского государственного университета – Естественнонаучная серия. – 2009. - № 4. – С. 85-100.

**– в других изданиях:**

4. Борисов, М.В. Исследование пространственного движения составной упругой системы [Текст] / Авраменко А.А., Борисов М.В // Материалы IX Международной научной конференции «Решетневские чтения» / Сибирский государственный аэрокосмический университет. – Красноярск, 2005. – С. 227-228.

5. Борисов, М.В. Исследование динамики составной упругой системы [Текст] / Борисов М.В // Туполевские чтения: Международная молодежная научная конференция. Материалы конференции. Том 1. Казань, 2005. – С. 4 – 5.

6. Борисов, М.В. Моделирование движения составной упругой системы [Текст] / Борисов М.В // Тезисы докладов 5-ой международной конференции «Авиация и космонавтика-2006», М. МАИ, 2006. – С. 180.

7. Борисов, М.В. Моделирование пространственного движения сложных упругих систем космических аппаратов дистанционного зондирования Земли [Текст] / Борисов М.В. // Тезисы докладов 12-ой

международной конференции «Системный анализ, управление и навигация»,  
- М. МАИ, 2007. – С. 150 – 151.

8. Борисов, М.В. Применение метода Релея-Ритца для нахождения собственных частот и форм колебаний сложной упругой системы [Текст] / Борисов М.В // Студенческая наука аэрокосмическому комплексу - Сборник трудов студентов и аспирантов факультета летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева. – Самара, 2004. - Выпуск 7. – С. 10-16.