

На правах рукописи

Бондаренко Владимир Владимирович

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОКРИТИЧЕСКОГО РОСТА
ТРЕЩИН В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ И
ПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКЕ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Самара – 2001

Работа выполнена в Самарском государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Астафьев В.И.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор Клебанов Я.М.

доктор технических наук,
профессор Морозов Е.М.

Ведущая организация: Институт механики Московского государственного университета им.
М.В. Ломоносова

Защита состоится "25" декабря 2001 г. в "16⁰⁰" часов на заседании диссертационного совета Д 212.218.06 при Самарском государственном университете по адресу: 443011, г. Самара, ул. Ак. Павлова, 1, ауд. 203 (х/б).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Самарского государственного университета.

Автореферат разослан "23" ноября 2001 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент

Степанова Л.В.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Интенсивное развитие энергетики, химической промышленности, авиации и других отраслей современного машиностроения приводит к широкому использованию различных материалов в условиях высокотемпературной ползучести. Стремление повысить долговечность и надежность конструкции при одновременном снижении ее материалоемкости выдвигает задачу исследования закономерностей протекания процесса разрушения в условиях ползучести в ряд наиболее актуальных задач механики разрушения. Особенность развития процесса разрушения в условиях ползучести состоит в том, что он является длительным процессом, состоящим, как правило, из трех стадий: скрытое разрушение (зарождение и старт трещины); медленный докритический рост трещины и завершающее лавинное распространение трещины вплоть до полного разрушения всей конструкции. В условиях ползучести зарождающиеся трещины могут медленно подрастать, не нарушая при этом условия эксплуатации конструкции, в связи с этим важно знать закономерности медленного докритического подрастания трещин, а так же условия, при которых наступает заключительная стадия процесса разрушения – катастрофическое разрушение всей конструкции. В последнее время этой проблеме посвящается все большее количество теоретических и экспериментальных исследований.

Все вышесказанное ставит задачу моделирования докритического роста трещин в ряд актуальных проблем современной механики разрушения. Имеется необходимость в математических моделях, которые бы разносторонне описывали процесс развития трещин при ползучести, представляя и обобщая различные подходы, описывающие отдельно каждую стадию в развитии трещин. Тем самым может быть достигнута комплексность подхода к решению задач с более точным и достоверным результатом. Использование таких моделей в задачах долговечности и надежности элементов конструкций даст возможность корректно спрогнозировать время наступления лавинообразного разрушения, т.е. дать научно обоснованный прогноз остаточного ресурса изделия.

Диссертационная работа поддержана грантами РФФИ 99-01-01246, 01-01-06236 "Влияние поврежденности и структуры материала на характер докритического развития трещины"

Целью работы является построение математической модели докритического роста трещин в условиях высокотемпературной ползучести, основанной на модифицированном силовом критерии разрушения.

Научная новизна и основные положения, выносимые на защиту.

В диссертационной работе на основании модифицированного силового критерия разрушения разработана математическая модель докритического развития трещин в условиях ползучести. Данная модель при посто-

янной нагрузке описывает все стадии развития трещины, известные из эксперимента: скрытое разрушение, зарождение и старт трещины; медленный докритический рост трещины; лавинообразное распространение трещины; эффект задержанного разрушения; масштабные эффекты.

Предложен комбинированный способ нахождения зависимостей текущей длины трещины от времени и приложенной нагрузки и зависимости текущей скорости роста трещины от параметра нагружения. Помимо общего решения задачи для бесконечной полосы с трещиной, получены решения задачи для полосы конечной ширины с центральной трещиной, боковыми надрезами, компактного образца.

Результаты, полученные по предложенной модели, проанализированы в сравнении с результатами, основанными на критериях разрушения $\omega = 1$ и $C^* = C_{cr}^*$. Показано, что уравнения, полученные по предлагаемой модели, точнее описывают процесс развития трещин при ползучести, что подтверждается также и экспериментальными данными.

Установлены зависимости параметров задачи, определяющие условия существования трех типов развития трещины: медленный докритический рост, задержанное разрушение и мгновенное разрушение.

Предлагаемая модель обобщена на случай переменной нагрузки. При этом она по-прежнему описывает все стадии развития трещины, характерные при постоянной нагрузке. Кроме этого, предлагаемая модель описывает особенности, присущие процессу роста трещины при переменной нагрузке. В рамках данной модели можно найти величину мгновенного подрастания трещины при мгновенном увеличении нагрузки, время остановки трещины после частичного снятия нагрузки, наблюдать эффект локального торможения трещины после догрузки-разгрузки. Показано, что время остановки трещины зависит только от текущего значения силового параметра и не зависит от истории развития трещины.

На основе приведенных численных схем решений была написана программа "Моделирование процесса развития трещин в условиях ползучести", с помощью которой были решены все вышеуказанные задачи и проведен численный эксперимент. Данная программа используется в учебном процессе при изучении дисциплины "Механика разрушения" студентами специальностей 010200 – Прикладная математика и 010500 – Механика.

Достоверность. Достоверность основных результатов диссертационной работы основана на корректном использовании классических соотношений механики деформируемого твердого тела и механики разрушения, на последовательном применении апробированных математических методов. Адекватность предложенной модели роста трещины в условиях ползучести следует из хорошего совпадения результатов расчетов по предлагаемой модели с данными экспериментальных исследований других авторов.

Практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Практическая значимость диссертационной работы заключается в возможности использования разработанной математической модели докритического развития трещин в условиях ползучести и способа нахождения зависимостей текущей скорости роста трещины от параметра нагружения и текущей длины трещины от времени при проектировании элементов конструкций, работающих в условиях ползучести. Использование данной модели научно-исследовательскими организациями и конструкторскими бюро позволит точнее оценить текущую поврежденность конструкции, а значит вести речь о ее надежности, безопасности использования, а также продлении срока службы элемента конструкции.

Апробация. Материалы диссертационной работы представлялись, докладывались и обсуждались на следующих конференциях, семинарах и школах:

- IX межвузовской конференции "Математическое моделирование и краевые задачи", 25-27 мая 1999, г. Самара;
- II Белорусском конгрессе по теоретической и прикладной механике "Механика-99", 28-30 июня 1999, г. Минск, Беларусь;
- XXVIII летней школе-семинаре "Актуальные проблемы механики", 1-10 июня 2000, г. Санкт-Петербург;
- 4th EUROMECH. Solid Mechanics Conference Metz, France, June 26-30, 2000;
- 13th European Conference on Fracture: Fracture Mechanics, Applications and Challenge, ECF 13. EMAS, San Sebastian, Spain, Sept. 6-9, 2000;
- Первом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (осенняя сессия), 1-6 октября 2000, г. Сочи;
- VIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике, 23-29 августа 2001, г. Пермь;
- научном семинаре "Актуальные проблемы механики сплошных сред" Самарского государственного университета под руководством д.ф.-м.н., профессора Астафьева В.И., 1998, 1999, 2000, 2001.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 10 работ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем работы 115 страниц, из них 96 страниц текста, 28 рисунков, список литературы включает 120 наименований. В приложение помещено описание компьютерной программы, которой производился численный эксперимент по предлагаемой модели.

Содержание работы

Во введении дано обоснование актуальности темы диссертационной работы, сформулирована цель и задача работы, отражена ее научная но-

визна и практическая значимость, изложены основные положения, выносимые на защиту, а также сведения об апробации работы и публикациях.

В **первой** главе по материалам отечественных и зарубежных публикаций изложено современное состояние вопроса исследования. Особое внимание уделено работам, изучающим напряженно-деформированное состояние у вершины трещины, критерии разрушения, а также экспериментальные и теоретические модели докритического роста трещин в условиях ползучести. Отмечен ряд ученых, внесших значительный вклад в развитие механики разрушения: Астафьев В.И., Болотин В.В., Каминский А.А., Качанов Л.М., Леонов М.Я., Морозов Е.М., Морозов Н.Ф., Новожилов В.В., Панасюк В.В., Работнов Ю.Н., Радаев Ю.Н., Радченко В.П., Черепанов Г.П., Шестериков С.А., Barnby J.T., Bassani J.L., Floreen S., Fu L.S., Hayhurst D.R., Hutchinson J.W., Irvin G., Leckie F., McClintock F.A., Nikbin K.M., Orowan E., Rice J.R., Riedel H., Rosengren G.F., Sadananda K., Saxena A., Webster G.A. и др.

В этой же главе дается обоснование модифицированного силового критерия разрушения

$$\frac{\sigma_e}{1-\omega} = \sigma_*, \quad (1)$$

выполненного на расстоянии ρ от вершины трещины, на основе которого строится математическая модель докритического роста трещин в условиях ползучести. Отмечается, что внутренний феноменологический параметр ρ является необходимым при моделировании роста трещин.

Во **второй** главе получено определяющее уравнение докритического роста трещин в условиях ползучести и проведен его анализ.

Все теоретические работы по прогнозированию роста трещин сталкиваются, по крайней мере, с двумя проблемами. Первая из них – это определение напряженно-деформированного состояния (НДС) у вершины трещины. Вторая – формулировка критерия роста трещины.

Определяющие соотношения теории ползучести с поврежденностью выберем в следующем виде:

- степенной закон теории установившейся ползучести

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} B \sigma_e^{n-1} s_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad (2)$$

- кинетическое уравнение процесса накопления поврежденности

$$\dot{\omega} = A \left(\frac{\sigma_{eqv}}{1-\omega} \right)^m, \quad \omega(0) = 0. \quad (3)$$

Здесь $\dot{\epsilon}_{ij}$ и σ_{ij} – тензор скоростей деформаций и напряжений; $s_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{II}\delta_{ij}$ – девиатор тензора напряжений; $\sigma_e = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ –

интенсивность напряжений; ω – параметр поврежденности, $0 < \omega < 1$; $\sigma_{eqv} = \alpha\sigma_{\max} + \beta\sigma_e + (1 - \alpha - \beta)\sigma_{kk}$ – эквивалентное напряжение; A, m, B, n – константы материала.

Для трещин нормального отрыва распределение напряжений в окрестности вершины трещины определяется в соответствии с решением Hutchinson, Rice, Rosengren и для случая установившейся ползучести может быть записано в виде

$$\sigma_{ij}(r, \varphi) = \left(\frac{C^*}{Bl_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \sigma_{ij}^{\circ}(n, \varphi). \quad (4)$$

Здесь

$$C^* = \oint_{\Gamma} \left(\frac{n}{n+1} B \sigma_e^{n+1} dx_2 - T_i \frac{\partial v_i}{\partial x_1} ds \right) \quad (5)$$

– независящий от контура интеграл теории установившейся ползучести, аналогичный J -интегралу Черепанова-Райса; $T_i = \sigma_{ij} n_j$ – вектор напряжений на контуре Γ ; v_i – вектор скоростей; I_n – константа, $\sigma_{ij}^{\circ}(n, \varphi)$ – безразмерные функции полярного угла φ , зависящие от показателя ползучести n .

Критерий локального разрушения $\omega = 1$ является простейшим критерием, описывающим длительную прочность металлов в условиях ползучести. Более общую форму носит критерий локального разрушения (1), который в терминах "эффективных" напряжений $\sigma_{ij}/(1 - \omega)$ можно называть обобщенным силовым критерием разрушения. Величина σ_* в критерии разрушения (1) представляет собой предельное значение для интенсивности напряжений σ_e , соответствующее величине мгновенного предела прочности при обычных условиях нагружения.

Для математической постановки задачи будем считать, что трещина развивается непрерывно таким образом, что на расстоянии ρ от текущего положения ее вершины выполняется критерий разрушения (1). Следовательно, условие роста трещины вдоль оси x в координатах (x, y) примет вид

$$\frac{\sigma_e(l(t) + \rho, 0, t)}{1 - \omega(l(t) + \rho, 0, t)} = \sigma_*. \quad (6)$$

Величина ρ в данном случае играет роль некоторого внутреннего феноменологического параметра материала, отражающего его зернистость, микронеоднородность прочностных свойств и т.п.

Рассмотрим совместное решение кинетического уравнения (3) с учетом критерия разрушения (1) для напряженного состояния, имеющего у вершины трещины асимптотику (4). В результате получим следующее уравнение для неизвестной зависимости текущей длины трещины от времени $l(t)$ и время старта трещины t_0 :

$$A(m+1)(\sigma_{eqv}^{\circ}(n,0))^m \int_0^{t'} \left(\frac{C^*(l(\tau))}{Bl_n(l(t)+\rho-l(\tau))} \right)^{\frac{m}{n+1}} d\tau = 1 - \left(\frac{C^*(l(t))}{Bl_n \rho \sigma_*^{n+1}} \right)^{\frac{m+1}{n+1}} \quad (7)$$

$$t_0 = \frac{1 - \left(C^*(l_0) / (Bl_n \rho \sigma_*^{n+1}) \right)^{\frac{m+1}{n+1}}}{A(m+1)(\sigma_{eqv}^{\circ}(n,0))^m \left(C^*(l_0) / (Bl_n \rho) \right)^{\frac{m}{n+1}}} \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что при $C^*(l_0) = Bl_n \rho \sigma_*^{n+1} = C_{cr}^*$ время страгивания трещины будет нулевым ($t_0 = 0$). Другими словами, при $C^*(l_0) = C_{cr}^*$ будет происходить мгновенное страгивание трещины и затем наступает процесс ее неустойчивого (неуправляемого) роста. В этом случае величина C_{cr}^* играет роль критического значения для C^* -интеграла, аналогично величине K_{IC} в критерии линейной механики разрушения $K_I = K_{IC}$, или величине J_C в критерии нелинейной (упруго-пластической) механики разрушения $J = J_C$.

Обозначим $t_* = \left(A(m+1)(\sigma_{eqv}^{\circ}(n,0))^m \sigma_*^{n+1} \right)^{-1}$, $p = m/(n+1)$, $q = (m+1)/(n+1)$ и введем безразмерные величины по формулам:

$$\tau = t/t_*, \tau_0 = t_0/t_*, z(\tau) = (l(t) - l_0)/\rho, c(z) = C^*(l(t))/C_{cr}^*.$$

Перейдем в уравнении (7) к безразмерным переменным (z, τ) и перепишем его в виде:

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z-\xi+1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c^q(z) - \frac{\tau_0 c^p(0)}{(z+1)^p}, \quad (9)$$

где

$$\tau_0 = (1 - c^q(0))/c^p(0).$$

Учитывая, что уравнение (9) решается относительно функции $\tau'(z)$, которая является производной функции $\tau(z)$, можно уравнение (9) преобразовать к эквивалентному уравнению Вольтерра второго рода для функции $\tau(z)$:

$$\tau(z) - \int_0^z \frac{\tau(\xi)}{c^p(z)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{c(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^p d\xi = \frac{1 - c^q(z)}{c^p(z)} \quad (10)$$

Уравнение (10) является уравнением для неизвестной функции $\tau(z)$ (или обратной ей функции $z(\tau)$), т.е. определяет текущую зависимость безразмерной длины трещины z от текущего времени τ .

В настоящей работе предлагается использовать комбинированный метод нахождения зависимостей $z(\tau)$ и $z'(\tau)$, основанный на эквивалентности уравнений (9) и (10) и на одинаковой погрешности при их численном решении методом квадратурных формул. Поэтому предлагается величину $\tau'(z)$ и соответствующую зависимость скорости роста трещины $\tau'(z)$ от параметра нагружения $c(z)$ находить путем численного решения уравнения (9), а величину $\tau(z)$ и соответствующую зависимость текущей длины трещины от времени $z(\tau)$ находить путем численного решения уравнения (10).

Исходя из физического смысла задачи, решение ищется на отрезке $[0, z_*]$, где z_* определяется в процессе решения как точка, в которой $\tau'(z) = 0$, т.е. скорость роста трещины $\dot{l}(t) = \rho / t_* \tau'(z)$ обращается в бесконечность. Фактически величина z_* определяет размер критической длины трещины $l_{cr} = l_0 + \rho z_*$, т.к. при $l = l_{cr}$ величина $\dot{l}(t)$ обращается в бесконечность и начинается процесс неуправляемого динамического распространения трещины.

Некоторые из результатов расчетов по предложенной схеме для бесконечной полосы с трещиной изображены на рис. 1 и 2. Кривая 2 на графиках представляет решение исходного уравнения (9), полученного по критерию (1), а кривая 3 – по критерию $\omega = 1$. Линия $c(z) = 1$ (кривая 1) изображает критическую длину трещины, определяемую по критерию $C^*(l_{cr}) = C_{cr}^*$.

Из графиков видно, что критерий $C^*(l_{cr}) = C_{cr}^*$ дает завышенные результаты для критической длины трещины l_{cr} , что связано с не учетом накопления поврежденности на этапе докритического развития трещины. Также хорошо видно отличие модели по критерию (1) от модели по критерию $\omega = 1$, в которой в принципе не может быть описан переход к периоду неуправляемого роста трещин.

Решение уравнения (9) (кривая 2) показывает, что с его помощью удастся описать три характерные стадии развития трещины, хорошо известные из экспериментов: 1 – стадия скрытого разрушения, зарождения и

старта трещины; II – стадия медленного докритического ее подрастания и III – стадия лавинного (критического) развития трещины.

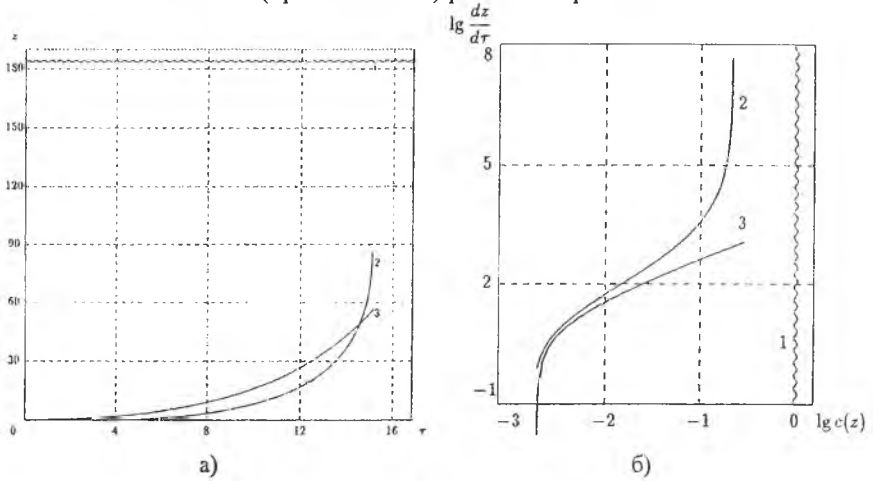


Рис. 1. Графики зависимости $l(t)$ (а) и $\dot{l}(l)$ (б) при $\sigma_{\infty}/\sigma_* = 0,1$, $\rho/l_0 = 0,1$.

В процессе проведения численного эксперимента была выявлена особенность следующего вида.

Из уравнения (9) следует, что на параметры σ_{∞}/σ_* и ρ/l_0 должно быть наложено ограничение, которое следует из условия $\tau_0 \geq 0$, т.е. $c(0) \leq 1$. Однако, даже с учетом этого ограничения на σ_{∞}/σ_* и ρ/l_0 при численном эксперименте были получены решения, которые показывали, что в ряде случаев после инкубационного периода отсутствует стадия медленного докритического развития трещины, а происходит старт трещины с бесконечной скоростью (delayed fracture).

Этот факт привел к необходимости дополнительного анализа уравнения (9). Из выражения для скорости страгивания трещины

$$c^p(0)\tau'(0) = -qc^{q-1}(0)c'(0) + p\tau_0 c^p(0)$$

видно, что могут существовать такие $c(0)$ и $c'(0)$, когда при $\tau_0 > 0$ $\tau'_0 = 0$, т.е. найдутся такие значения σ_{∞}/σ_* и ρ/l_0 , при которых выражение для скорости страгивания трещины $\dot{l}(t_0)$ обращается в бесконечность. Таким образом получается следующая картина: некоторое время τ_0 трещина стоит ($\dot{l} = 0$), а затем начинается ее лавинообразный (неуправляемый) рост ($\dot{l} = \infty$).

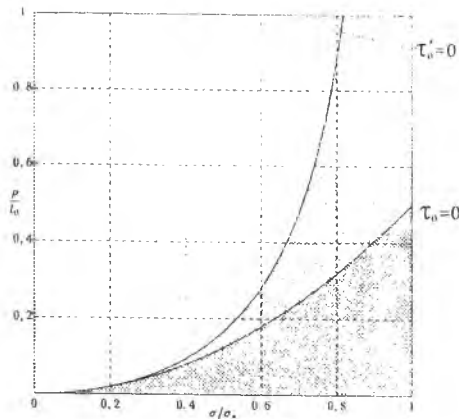





Рис. 2. Диаграмма зависимости ρ/l_0 от σ_∞/σ_* для неограниченной плоскости с трещиной.

Для неограниченной плоскости была построена диаграмма зависимости σ_∞/σ_* от ρ/l_0 , на которой показана граница, отвечающая условиям $\tau_0 = 0$ ($c(0) = 1$) и $\tau'(0) = 0$ (рис. 2). На данных диаграммах область  отвечает недопустимым значениям параметров σ_∞/σ_* и ρ/l_0 , приводящих к мгновенному старту трещины ($c(0) \geq 1$); область  отвечает параметрам σ_∞/σ_* и ρ/l_0 , при которых наблюдается эффект задержанного разрушения ($c(0) < 1, \tau'(0) \leq 0$); область  отвечает параметрам σ_∞/σ_* и ρ/l_0 , при которых наблюдаются все три стадии роста трещины ($c(0) < 1, \tau'(0) > 0$).

Таким образом, имея подобную диаграмму для любого элемента конструкции, можно легко определить, какой тип развития трещины будет происходить при заданных условиях нагружения и начальном состоянии трещины, не прибегая к расчетам, описанным выше.

В третьей главе рассмотрено обобщение математической модели докритического роста трещин на случай переменной нагрузки.

1. Мгновенная догрузка. Пусть в момент времени τ_1 после старта трещины, когда она уже подросла на величину z_1 , приложенная нагрузка σ_∞ мгновенно увеличилась с σ_1 до σ_2 . При этом параметр $c(z)$, характеризующий напряженное состояние в вершине трещины, также мгновенно увеличится с $c_1(z_1)$ до $c_2(z_1)$.

Поскольку изменение поврежденности ω описывается кинетическим уравнением (3), не учитывающим скачкообразное изменение нагрузки, то при мгновенном изменении напряжения поврежденность остается посто-

янной. Поэтому в момент времени $\tau_1 + 0$ в критерии разрушения (1) величина σ_e у вершины трещины возрастет, а $1 - \omega$ останется неизменной, т.е. равенство $\sigma_e / (1 - \omega) = \sigma_*$ будет выполняться на расстоянии большем, чем ρ от вершины трещины. Следовательно, в соответствии с выбранным критерием (1) трещина должна мгновенно подрасти на некоторую величину Δ , которая определяется таким образом, чтобы на расстоянии ρ уже от нового положения ее вершины вновь выполнялся критерий (1). Уравнение для нахождения Δ примет вид:

$$\int_0^{z_1} \left(\frac{c_1(\xi)}{z_1 + \Delta - \xi + 1} \right)^P \tau'(\xi) d\xi = 1 - c_2^q(z_1 + \Delta) - \frac{\tau_0 c_1^P(0)}{(z_1 + \Delta + 1)^P} \quad (11)$$

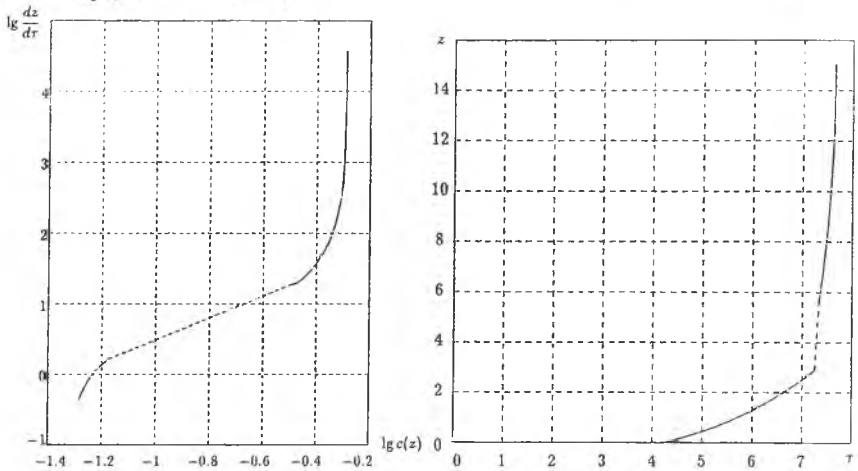


Рис. 3. Зависимость величины скорости роста трещины от параметра нагружения в логарифмических координатах и зависимость текущей длины трещины от времени при $\sigma_1/\sigma_* = 0,1$; $\sigma_2/\sigma_* = 0,2$; $\rho/l_0 = 0,1$; $z_1 = 3$.

Уравнение, описывающее дальнейший рост трещины, запишется в виде:

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^P \tau'(\xi) d\xi = 1 - c_2^q(z) - \frac{\tau_0 c_1^P(0)}{(z + 1)^P} \quad (z > z_1 + \Delta) \quad (12)$$

Результаты расчетов проиллюстрированы на рис. 3.

Аналогично случаю постоянной нагрузки получается уравнение для неизвестной зависимости длины трещины от времени $z = z(\tau)$.

2. Частичная разгрузка. Пусть в момент времени τ_1 , когда трещина подросла на величину z_1 , произошло мгновенное снятие части нагрузки,

т.е. σ_∞ уменьшилась от значения σ_1 до значения σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$). Параметр $c(z)$ при этом также мгновенно уменьшился от значения $c_1(z_1)$ до значения $c_2(z_1)$. Следовательно, на расстоянии ρ от вершины трещины величина $\sigma_e/(1-\omega)$ стала меньше и критерий разрушения (1) уже не выполняется. Это означает, что трещина остановится и будет неподвижна до тех пор, пока в течение некоторого времени $\Delta\tau$ за счет роста поврежденности ω и уменьшения $1-\omega$ величина $\sigma_e/(1-\omega)$ не подрастет до значения σ_* и на расстоянии ρ от вершины трещины вновь не выполнится критерий $\sigma_e/(1-\omega) = \sigma_*$.

Величина $\Delta\tau$ имеет вид:

$$\Delta\tau = \frac{c_1^q(z_1) - c_2^q(z_1)}{c_2^p(z_1)} \quad (13)$$

Уравнение, описывающее дальнейший рост трещины, запишется в виде:

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z-\xi+1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c_2^q(z) - \frac{\tau_0 c_1^p(0)}{(z+1)^p} - \frac{\Delta\tau c_2^p(z_1)}{(z-z_1+1)^p} \quad (14)$$

Результаты расчетов проиллюстрированы на рис. 4.

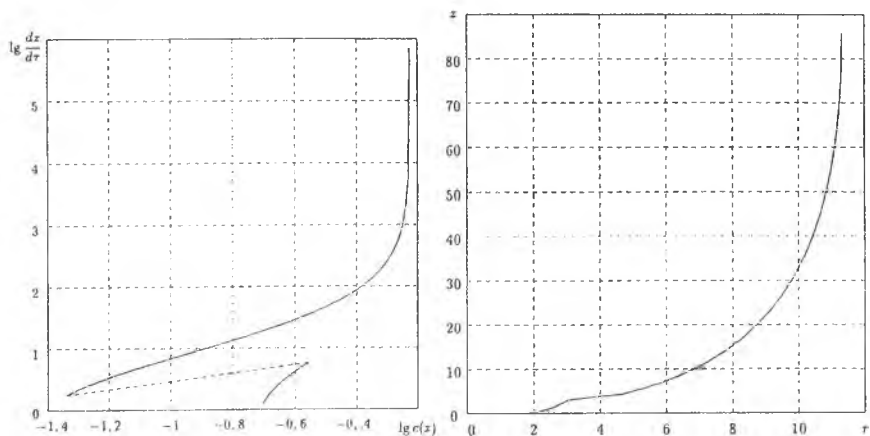


Рис. 4. Зависимость величины скорости роста трещины от параметра нагружения в логарифмических координатах и зависимость текущей длины трещины от времени при $\sigma_1/\sigma_\infty = 0,2$; $\sigma_2/\sigma_\infty = 0,1$; $\rho/l_0 = 0,1$; $z_1 = 3$.

3. Догрузка-разгрузка. Рассмотрим теперь последовательное применение режимов нагружения и разгрузки. Пусть в момент времени τ_1 нагрузка σ_∞ возрастает от значения σ_1 до σ_2 , а затем по достижении времени τ_2 (текущая длина трещины при этом равна z_2) приложенная

нагрузка уменьшится до значения σ_3 . Параметр $c(z)$ также будет принимать значения $c_1(z)$ при $\sigma_\infty = \sigma_1$, $0 \leq z \leq z_1$; $c_2(z)$ при $\sigma_\infty = \sigma_2$, $z_1 + \Delta \leq z \leq z_2$; $c_3(z)$ при $\sigma_\infty = \sigma_3$, $z > z_2$.

После снятия части нагрузки трещина будет стоять в течение времени:

$$\Delta \tau = \frac{c_2^q(z_2) - c_3^q(z_2)}{c_3^p(z_2)} \quad (15)$$

Сравнивая выражение (15) для $\Delta \tau$ с выражением (13) для $\Delta \tau$ видим, что время остановки трещины зависит только от текущего значения силового параметра $c(z)$, характеризующего напряженное состояние у вершины трещины до и после момента частичной разгрузки, и не зависит от истории развития трещины.

Уравнение для дальнейшего роста трещины после истечения времени

$\Delta \tau$ примет вид:

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c_3^q(z) - \frac{\tau_0 c_1^p(0)}{(1+z)^p} - \frac{\Delta \tau c_3^p(z_2)}{(z - z_2 + 1)^p} \quad (z > z_2). \quad (16)$$

Результаты расчетов проиллюстрированы на рис. 5.

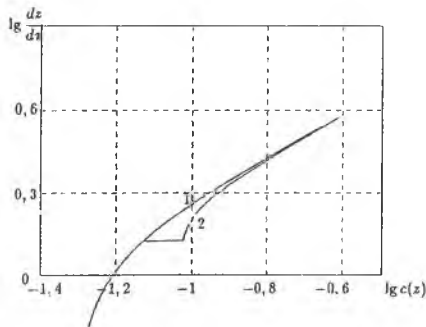


Рис. 5. Зависимость величины скорости роста трещины от параметра нагружения в логарифмических координатах при $\sigma_1/\sigma_* = 0,1$; $\sigma_2/\sigma_* = 0,2$; $\sigma_3/\sigma_* = 0,1$ (кривая 2); $\rho/l_0 = 0,1$; $z_1 = 2$. Кривая 1 соответствует постоянной нагрузке.

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем.

1. Реализована математическая модель докритического роста трещин в условиях ползучести, основанная на модифицированном силовом критерии разрушения, включающем в себя как силовой критерий мгновенного

разрушения, так и привлечение к описанию длительной прочности параметра поврежденности материала.

2. Данная модель при постоянных нагрузках описывает все стадии развития трещины, хорошо известные из эксперимента: I – зарождение и старт трещины, II – медленное докритическое подрастание трещины, III – закритическое неуправляемое развитие трещины и разрушение, эффект задержанного разрушения (неустойчивое, динамическое распространение трещины после некоторого времени эксплуатации без наличия этапа медленного докритического ее подрастания). Кроме этого, предложенная модель хорошо описывает масштабные эффекты.

3. Построена диаграмма областей изменения параметров, которая априори определяет тип развития трещины: инкубационный период, старт и медленный докритический рост трещины; задержанное разрушение (инкубационный период, старт и динамическое развитие трещины); мгновенное разрушение (мгновенный старт и динамическое развитие трещины без инкубационного периода)

4. Предложен комбинированный метод прогнозирования процесса роста трещины (нахождение зависимости текущей длины трещины от времени и приложенной нагрузки, а также зависимости текущей скорости роста трещины от параметра нагружения). Полученные результаты проанализированы в сравнении с моделью роста трещины, основанной на использовании критерия разрушения, использующего критическое значение величины поврежденности.

5. Соотношения данной модели обобщены на случай переменной нагрузки: мгновенная догрузка, частичное снятие нагрузки, кратковременная догрузка-разгрузка. При этом наблюдается полное соответствие с экспериментальными данными. При догрузке наблюдается мгновенное подрастание трещины с последующим докритическим ростом. При разгрузке наблюдается остановка трещины с последующим ростом трещины. При кратковременной догрузке-разгрузке наблюдается локальное торможение трещины. Показано, что время остановки трещины зависит только от текущего значения силового параметра и не зависит от истории развития трещины.

Основные публикации по теме диссертационной работы.

1. Астафьев В.И., Бондаренко В.В. Математическая модель докритического роста трещины при ползучести / Труды 9 научной межвузовской конференции "Математическое моделирование и краевые задачи". Часть I. – Самара. – 1999. – С. 27-29.

2. Астафьев В.И., Бондаренко В.В. Математическое моделирование докритического развития трещин при ползучести. Материалы II Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике /

Под ред. акад. М.С. Высоцкого. – Гомель. – ИММС НАНБ, 1999. – С. 51-52.

3. Астафьев В.И., Бондаренко В.В. Математическая модель докритического роста трещины в условиях ползучести / В кн.: Проблемы механики деформируемых тел и горных пород. М.: Наука, 2000. – С.28-43.

4. Astafiev V.I., Bondarenko V.V., Krutov A.N. Mathematical model of subcritical creep crack growth / Proc. 4th EUROMECH. Solid Mech. Conf. Metz, France, June 26-30, 2000. – P. 358.

5. Astafiev V.I., Bondarenko V.V. Mathematical model of subcritical creep crack growth / 13th European Conference on Fracture: Fracture Mechanics, Applications and Challenge, ECF 13. San Sebastian. 2000. – ECF-13 CD-ROM, ed. by Elsevier. – Ref. 8U248.

6. Астафьев В.И., Бондаренко В.В. Рост трещины при переменной нагрузке // Обозрение прикладной и промышленной математики. Материалы Первого Всероссийского симпозиума по прикладной и промышленной математике. М.: Научн. изд-во "ТВП", 2000. – Т.7. – Вып. 2. –С. 304-306.

7. Астафьев В.И., Бондаренко В.В. Моделирование роста трещины при переменной нагрузке в условиях ползучести // Zeszyty naukowe politechniki Bialostockej. Nauki Techniczne – 2001. – № 30. S. 179-186.

8. Astafiev V.I., Bondarenko V.V. Numerical investigation of mathematical model for subcritical creep crack growth / Proc. XXVIII Summer School APM2000. RAS. – St. Petersburg. – 2001. P. 240-250.

9. Бондаренко В.В. Анализ докритического роста трещин в условиях ползучести при переменной нагрузке // Вестник Самарского государственного университета. – 2001. – № 2 (20). – С. 126-140.

10. Бондаренко В.В., Крутов А.Н. Моделирование докритического развития трещин при ползучести в среде с поврежденностью. Восьмой Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотация докладов. Екатеринбург: УрО РАН, 2001. – С. 112.

ЛР № 020316 от 04.12.96.

Подписано в печать " 20 " ноября 2001. Формат 60x84/16.

Бумага офсетная. Печать оперативная. Объем 1 п.л. Тираж 100 экз.

Заказ № 733. Издательство "Самарский университет".

443011 г. Самара, ул. Ак. Павлова, 1.

УОП СамГУ ПЛД № 67-43 от 09.02.98.