

На правах рукописи

ЛЕДКОВ Александр Сергеевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ДВИЖЕНИЙ СЕГМЕНТАЛЬНО-
КОНИЧЕСКИХ ТЕЛ В АТМОСФЕРЕ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Самара 2009

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева» (СГАУ) на кафедре теоретической механики

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Асланов Владимир Степанович

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Горелов Юрий Николаевич

доктор технических наук, профессор
Тимбай Иван Александрович

Ведущее предприятие - Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-производственный ракетно-космический центр «ЦСКБ - Прогресс» (г. Самара)

Защита состоится 11 сентября 2009 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д212.215.07, созданном при государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева», по адресу 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГАУ.

Автореферат разослан «10» июля 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета доктор технических наук,
профессор

И.В. Белоконов

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Неуправляемые аппараты и капсулы являются надежным средством доставки груза с орбит на поверхность планет. Для посадки в разреженной и слабоизученной атмосфере, например, Марса или Титана широко применяются затупленные сегментально-конические аппараты. Такая форма обеспечивает эффективное торможение при неуправляемом спуске в разреженной атмосфере. Сегментально-коническую конфигурацию имели все аппараты, используемые в программах освоения планет Солнечной системы (Марса, Венеры, Титана). Космический аппарат (КА) “Союз” и разрабатываемый в настоящее время европейский КА “Automated Transfer Vehicle – Evolution” также имеют сегментально-коническую форму. Такой выбор обусловлен простотой конструкции и присущим ей ненулевым аэродинамическим качеством. Наличие подъемной силы при движении в атмосфере позволяет осуществлять спуск по пологим траекториям, которые обеспечивают эффективное торможение при сравнительно небольших перегрузках. Хотя в штатном режиме работы эти КА подразумевают управляемый спуск, при различных аварийных ситуациях они вполне допускают посадку в неуправляемом режиме.

Сегментально-конические тела обладают важной особенностью аэродинамической природы – наличием трех балансирующих положений равновесия по углу атаки α , два из которых ($\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$) устойчивы. Существование устойчивого положения равновесия в области больших углов атаки может привести к тому, что под действующих возмущений колебания перейдут из окрестности точки $\alpha = 0$ в окрестность точки $\alpha = \pi$. В этом случае КА будет двигаться тыльной стороной вперед, что сделает невозможным применение парашютных систем, а также может привести к нарушению теплового режима, поскольку тыльная сторона не имеет теплозащитного покрытия.

Проблеме исследования неуправляемого движения тел в атмосфере в научной литературе уделяется большое внимание ввиду ее практической важности. Наибольший интерес при этом представляет изучение движения тела относительно его центра масс, которое описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Найти приближенные аналитические решения этих уравнений возможно только при использовании тех или иных допущений. Основополагающие результаты исследований в этой области приведены в монографиях: Г. С. Бюшгенса и Р. В. Студнева; Ф. Р. Гантмахера и Л.М. Левина; А. А. Дмитриевского, Л. Н. Лысенко и С. С. Богодистова; А. В. Кострова; Г.Е. Кузмака; В. А. Ярошевского; В.С. Асланова. Полученные в этих работах приближенные аналитические решения, как правило, справедливы при одном из следующих допущений: либо о малости пространственного угла атаки, либо о малости отношений поперечных угловых скоростей к продольной угловой скорости, либо о квазистатическом характере изменения параметров,

определяющих движение тела вокруг центра масс. Сегментально-конические тела имеют по углу атаки два устойчивых положения равновесия и могут совершать колебания с большой амплитудой. В связи с этим, широко используемый в подобных задачах метод линеаризации неприменим и задачу требуется рассматривать в нелинейной постановке. В монографии В.С. Асланова довольно подробно в нелинейной постановке изучено движение тела, зависимость коэффициента восстанавливающего момента которого близка к синусоидальной, а также намечены пути исследования движения тела с бигармонической моментной характеристикой.

При разработке неуправляемых КА, как правило, стремятся обеспечить динамическую симметрию и придать им внешнюю осесимметричную форму. При этом на практике обычно возникает малая асимметрия, которая приводит к тому, что колебательное движение оси симметрии тела относительно набегающего потока и вращательное движение тела вокруг оси симметрии становятся взаимозависимыми. Если частоты указанных движений относятся как целые простые числа, то возникает резонанс. Резонансы, сохраняющиеся в течение достаточно большого промежутка времени, могут привести к значительным возмущениям параметров траектории спуска в атмосфере: увеличению амплитуды колебаний угла атаки, росту перегрузки, раскрутки аппарата вокруг его продольной оси и другим нежелательным последствиям. Исследованию поведения систем при резонансе посвящены работы В. И. Арнольда, Н. Н. Боголюбова, Ю.А. Митропольского, В.Ф. Журавлёва, Д.М. Климова, Н.Н. Моисеева, М.М. Хапаева, Ф. Л. Черноусько, В. А. Ярошевского и других авторов.

Актуальность настоящей работы обусловлена широким применением сегментально-конических аппаратов для решения задач безопасной доставки полезной нагрузки с орбиты на поверхность планет и определяется наличием неизученных в достаточной мере особенностей движения КА данного класса при спуске в атмосфере.

Целью работы является разработка математических моделей, описывающих движение осесимметричных и асимметричных сегментально-конических тел в атмосфере, исследование с их помощью резонансных режимов движения сегментально-конических тел при спуске в атмосфере и поиск способов устранения резонансов.

К основным **методам исследования**, используемым в настоящей работе, относятся общие методы классической механики, методы усреднения, методы хаотической динамики и метод Ньютона для получения аэродинамических характеристик тел.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Построена усредненная математическая модель, описывающая возмущенное пространственное движение осесимметричного сегментально-конического тела в атмосфере.
2. Получен критерий устойчивости областей движения осесимметричного сегментально-конического тела при резонансе.

3. Найдено приближенное аналитическое условие, определяющее начальную угловую скорость, обеспечивающую отсутствие резонанса при спуске осесимметричного сегментально-конического тела в атмосфере.
4. Получен критерий, определяемый геометрическими параметрами осесимметричного сегментально-конического тела, и позволяющий оценивать возможность возникновения резонанса при спуске в атмосфере.
5. Разработана методика оценки влияния резонансов на поведение сегментально-конического тела с малой асимметрией при спуске в атмосфере и поиска необходимого для устранения резонансов демпфирования.

Практическая ценность работы заключается, во-первых, в возможности использования полученной математической модели для исследования неуправляемого движения сегментально-конического КА при спуске в разреженной атмосфере. Во-вторых, найденные аналитические критерии позволяют оценить подверженность КА резонансам на ранних стадиях его проектирования. В-третьих, найденные критерии дают возможность выполнить синтез начальных условий и геометрических параметров КА, исключающих появление резонансов.

Апробация результатов, полученных в настоящей диссертации, осуществлялась на различных научных конференциях: 51-ой научной конференции «Современные проблемы фундаментальных наук» Московского физико-технического института (Долгопрудный, 2008г.); XXVIII конференции молодых ученых механико-математического факультета МГУ (Москва, 2006 г.); международной молодежной научной конференции XII Туполевские чтения. (Казань. 2004 г.); Всероссийской молодежной научной конференции VII Королевские чтения (Самара, 2003 г.); X Всероссийском научно-техническом семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов (Самара, 2002 г.)

Математические модели были использованы при разработке программного комплекса моделирования движения КА в рамках договора с ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс»: “Разработка программного комплекса анализа пространственного движения неуправляемых спускаемых аппаратов с 3-D визуализацией результатов. Разработка пакета прикладных программ численного моделирования динамики и отображения аппаратов относительно центра масс на атмосферном участке”.

Результаты исследований вошли в научно-технические отчеты по проекту Российского фонда фундаментальных исследований №06-01-00355-а "Возмущенное движение систем твердых тел постоянного и переменного состава", а также были внедрены в учебный процесс кафедры теоретической механики Самарского государственного аэрокосмического университета.

Достоверность результатов обеспечивается корректностью математической постановки задачи, строгостью применяемых методов решения, а также соответствием полученных аналитических результатов с результатами численных расчетов.

Публикации. Автором опубликовано 11 научных работ по теме диссертации, включая 5 статей в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных высшей аттестационной комиссией: Космические исследования, Общероссийский научно-технический журнал «Полет», Известия Самарского научного центра РАН, Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. С.П. Королева, Aerospace Science and Technology.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 61 наименования, приложения. Общий объем диссертации составляет 149 страниц.

На защиту выносятся следующие результаты:

1. Усредненная математическая модель, описывающая возмущенное пространственное движение осесимметричного сегментально-конического тела в атмосфере.
2. Критерий устойчивости движения осесимметричного сегментально-конического тела в окрестности резонанса.
3. Условие отсутствия резонанса для геометрических параметров сегментально-конического тела.
4. Приближенное аналитическое условие, определяющее начальную угловую скорость, обеспечивающую отсутствие резонанса при спуске осесимметричного сегментально-конического тела в атмосфере.
5. Методика оценки подверженности тел с малой асимметрией к резонансам и нахождения необходимого для их устранения демпфирования на основе методов хаотической динамики

Содержание работы

Во **введении** приводится характеристика решаемой в диссертации задачи, обосновывается актуальность темы, формулируется цель диссертации. Описываются результаты, выносимые на защиту, и сведения об апробации работы и публикациях. Кратко излагается содержание глав диссертации.

В **первой главе** дан обзор проблемы исследования неуправляемого движения сегментально-конических аппаратов в атмосфере. На примере ряда космических программ последнего десятилетия показано, что указанная конфигурация является классической формой КА, предназначенных для спуска в атмосфере (рис. 1). Движение КА вокруг его центра масс носит нестационарный характер, и возможность его моделирования и анализа на этапе подготовки космической программы во многом определяет ее результат. В главе описаны особенности рассматриваемого класса КА, рассмотрены основные методы, применяемые при изучении движения КА в атмосфере, в частности, методы усреднения, методы хаотической динамики и метод Ньютона для получения приближенных аэродинамических характеристик.

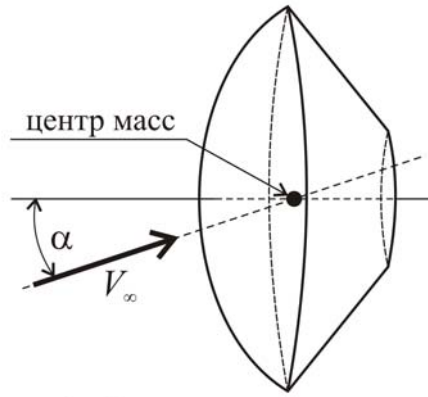


Рисунок 1 - Сегментально-коническое тело

Во **второй** главе приводятся уравнения возмущенного движения тела при спуске в атмосфере в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + F(\alpha, \mathbf{z}) &= \varepsilon \Phi_{\alpha}(\alpha, \varphi, \mathbf{z}), \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{\bar{I}_x} R - \frac{(G - R \cos \alpha) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \varepsilon \Phi_{\varphi}(\alpha, \varphi, \mathbf{z}), \\ \dot{\mathbf{z}} &= \varepsilon \mathbf{\Pi}_{\mathbf{z}}(\alpha, \varphi, \mathbf{z}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{z} = [R, G, V, \theta, H]$ - вектор медленных параметров, $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{z}} = [\Phi_R, \Phi_G, \Phi_V, \Phi_{\theta}, \Phi_H]$ - вектор правых частей, α - пространственный угол атаки, ε - малый параметр, φ - угол аэродинамического крена, V - скорость движения центра масс, θ - угол наклона траектории, H - высота полета,

$$R = \bar{I}_x \omega_x, \quad G = R \cos \alpha + (-\omega_y \cos \varphi + \omega_z \sin \varphi) \sin \alpha,$$

$$F(\alpha, \mathbf{z}) = \frac{(R - G \cos \alpha)(G - R \cos \alpha)}{\sin^3 \alpha} - M_{\alpha}(\alpha, \mathbf{z}),$$

$$M_{\alpha}(\alpha, \mathbf{z}) = \frac{q(\mathbf{z}) S l}{I} (a \sin \alpha + b \sin 2\alpha),$$

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - проекции вектора угловой скорости на оси связанной системы координат, $\bar{I}_x = I_x / I$, I_x - момент инерции относительно продольной оси, I - момент инерции относительно поперечной оси, q - скоростной напор, S - площадь миделевого сечения, l - характерный размер; a, b - первые коэффициенты разложения зависимости коэффициента момента тангажа в ряд Фурье по углу атаки.

Для возмущенного движения осесимметричного сегментально-конического тела строится приближенная усредненная система дифференциальных уравнений, не содержащая быстрых переменных:

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha}_{\max} = & \frac{2\varepsilon}{TF(\alpha_{\max})} \left[m_z I_1 + (R^2 m_x + G^2 m_y) I_2 - 2GRm_y I_3 - \right. \\
& R^2 (m_x - m_y) I_4 + \frac{Sl}{I} (aI_5 + bI_6) \left[\rho V \varepsilon \Phi_V(\alpha_{\max}, \mathbf{z}) + \frac{d\rho}{dH} \frac{V^2}{2} \varepsilon \Phi_H(\mathbf{z}) \right] - \\
& \left. - \frac{G - R \cos(\alpha_{\max})}{\sin^2(\alpha_{\max})} (m_x - m_y) R I_5 \right] - \\
& - \frac{\varepsilon}{F(\alpha_{\max})} \left[\frac{R - G \cos(\alpha_{\max})}{\sin^2(\alpha_{\max})} m_x R + \frac{G - R \cos(\alpha_{\max})}{\sin^2(\alpha_{\max})} m_y G + \right. \\
& \left. + \frac{Sl}{I} (a \cos(\alpha_{\max}) + b \cos^2(\alpha_{\max})) \left[\rho V \varepsilon \Phi_V(\alpha_{\max}, \mathbf{z}) + \frac{d\rho}{dH} \frac{V^2}{2} \varepsilon \Phi_H(\mathbf{z}) \right] \right], \quad (2) \\
\dot{\varphi} = & \frac{1}{I_x} R - G I_3 + R I_4, \\
\dot{\mathbf{z}} = & \varepsilon \bar{\mathbf{\Pi}}_{\mathbf{z}}(\alpha_{\max}, \bar{\varphi}, \bar{\mathbf{z}});
\end{aligned}$$

где черта над переменными означает усреднение, m_x , m_y , m_z - функции медленных переменных, T - период колебаний по углу атаки, ρ - плотность атмосферы,

$$\begin{aligned}
I_1 = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \dot{\alpha} d\alpha, \quad I_2 = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\dot{\alpha} \sin^2 \alpha}, \quad I_3 = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{\dot{\alpha} \sin^2 \alpha}, \\
I_4 = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{\cos^2 \alpha d\alpha}{\dot{\alpha} \sin^2 \alpha}, \quad I_5 = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{\dot{\alpha}}, \quad I_6 = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{\cos^2 \alpha d\alpha}{\dot{\alpha}}. \quad (3)
\end{aligned}$$

Интегралы (3) сведены к полным нормальным эллиптическим интегралам Лежандра. Максимальный и минимальный углы атаки связаны соотношением

$$E = W(\alpha_{\max}) = W(\alpha_{\min}),$$

где $W(\alpha) = \int F(\alpha) d\alpha = \frac{G^2 + R^2 - 2G \cdot R \cos \alpha}{2 \sin^2 \alpha} + \frac{q(\mathbf{z})Sl}{I} (a \cos \alpha + b \cos^2 \alpha)$, E - энергия системы.

На рис. 2 приведены графики зависимостей $\alpha(t)$, $\alpha_{\max}(t)$, $\alpha_{\min}(t)$, полученные с помощью систем (1) и (2) для тела, осуществляющего спуск в атмосферу Марса. Масса тела составляет 70 кг, коэффициенты $a = 0.657$, $b = -1.152$. Начальные условия: $R_0 = 0.2 \text{ с}^{-1}$, $G_0 = 0.7 \text{ с}^{-1}$, $V_0 = 5000 \text{ м/с}$, $\theta_0 = -15^\circ$, $H_0 = 1.2 \cdot 10^5 \text{ м}$, $\alpha_0 = 15^\circ$, $\dot{\alpha}_0 = 0.15 \text{ с}^{-1}$. В момент времени $t = t_*$ происходит переход из области A_0 в область A_2 (рис. 3).

По сравнению с исходной системой (1) усредненная система (2) обладает следующими достоинствами: отсутствие быстрых переменных, позволяет проводить интегрирование с большим шагом; при наступлении

резонанса через интегралы (3) можно явно задать рассчитываемую область, где продолжится движение.

В третьей главе проводится анализ возмущенного движения тела при спуске в атмосфере. Вводится новый критерий, позволяющий судить об устойчивости областей движения в окрестности резонанса.

При действии малых возмущений медленно изменяются среднее значение полной энергии \bar{E} и значение потенциальной энергии W_* , вычисленное в седловой точке α_* (рис. 3). Для определения устойчивости достаточно воспользоваться производными по времени от указанных функций. Внутренняя область (A_1 или A_2) будет устойчива, если вблизи сепаратрисы выполняется следующее условие: $\dot{\bar{E}}(\mathbf{z}) < \dot{W}(\alpha_*, \mathbf{z})$. Для внешней области A_0 условие устойчивости имеет вид: $\dot{\bar{E}}(\mathbf{z}) > \dot{W}(\alpha_*, \mathbf{z})$.

Невозмущенная система, получаемая из (1) при $\varepsilon = 0$ имеет интеграл энергии:

$$\frac{\dot{\alpha}^2}{2} + W(\alpha) = E,$$

который после замены переменных $u = \cos \alpha$ можно записать в виде:

$$\dot{u}^2 = f(u),$$

где

$$f(u) = 2\frac{qSl}{I}bu^4 + 2\frac{qSl}{I}au^3 - 2\left(\frac{qSl}{I}b + E\right)u^2 - 2\left(\frac{qSl}{I}a - G \cdot R\right)u + (2E - G^2 - R^2). \quad (4)$$

Значение функции (4) в седловой точке $u = u_*$ равно:

$$f_* \equiv f(u_*, \mathbf{z}) = 2(1 - u_*^2)[\bar{E}(\mathbf{z}) - W(u_*, \mathbf{z})]. \quad (5)$$

В окрестности сепаратрисы $\bar{E}(\mathbf{z}) - W(u_*, \mathbf{z}) = O(\varepsilon)$, $\dot{u}_*(\mathbf{z}) = O(\varepsilon)$ и дифференцирование по времени функции (5) с точностью до величин порядка ε^2 дает следующий результат:

$$\dot{f}_* = 2(1 - u_*^2)[\dot{\bar{E}}(\mathbf{z}) - \dot{W}(u_*, \mathbf{z})].$$

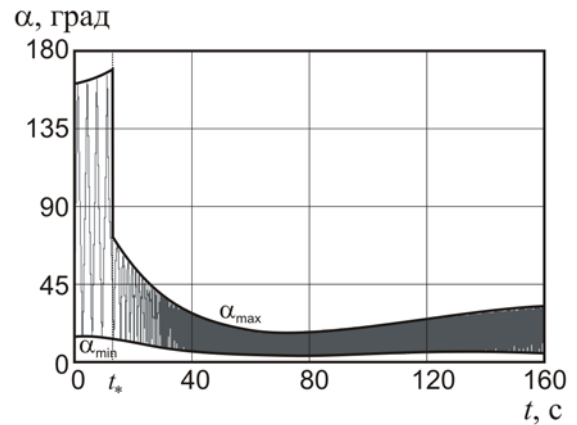


Рисунок 2 - Сравнения результатов, полученных с помощью системы (1) и системы (2)

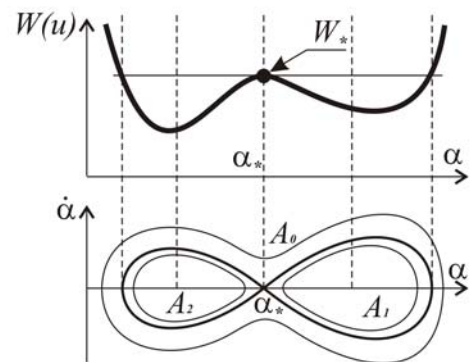


Рисунок 3 - Фазовый портрет системы

Откуда следует, что условия устойчивости внутренних областей A_1, A_2 и внешней области A_0 можно записать, соответственно, в виде

$$\begin{aligned} \dot{f}_* &< 0, \\ \dot{f}_* &> 0. \end{aligned}$$

Если во внутренней области (A_1 или A_2) значение полинома $f(u)$ в точке u_* уменьшается, то данная область устойчива. В противном случае область является неустойчивой, и ни при каких начальных условиях фазовая траектория в нее не попадет. Внешняя область A_0 будет устойчивой при возрастании величины f_* и неустойчивой – при ее уменьшении.

Полная энергия равна потенциальной: $E = W(\alpha_m)$, вычисленной для амплитудного значения угла атаки $\alpha = \alpha_m$ (при $\dot{\alpha} = 0$; $\alpha_m = \alpha_{\max}$ для области A_1 , $\alpha_m = \alpha_{\min}$ для области A_2). Для усредненной энергии справедливо

$$\bar{E}(\mathbf{z}) = W(\alpha_m, \mathbf{z}),$$

где α_m, \mathbf{z} соответствуют усредненным уравнениям (2). В силу (2):

$$\begin{aligned} \dot{\bar{E}}(\mathbf{z}) &= \left. \frac{\partial W}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_m} \cdot \dot{\alpha}_m + \left. \frac{\partial W}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\alpha=\alpha_m} \cdot \dot{\mathbf{z}} = F(\alpha_m, \mathbf{z}) \cdot \dot{\alpha}_m + \left. \frac{\partial W}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\alpha=\alpha_m} \cdot \dot{\mathbf{z}}, \\ \dot{W}(\alpha_*, \mathbf{z}) &= \left. \frac{\partial W}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\alpha=\alpha_*} \cdot \dot{\mathbf{z}}. \end{aligned}$$

Введем критерий, определяющий устойчивость возмущенного движения в окрестности сепаратрисы:

$$\Lambda = F(\alpha_m, \mathbf{z}) \cdot \dot{\alpha}_m + \left. \frac{\partial W}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\alpha_*} \cdot \dot{\mathbf{z}}. \quad (6)$$

Используя критерий (6) условие устойчивости для внутренних областей A_1 и A_2 (A_0 - неустойчива) можно записать как:

$$\Lambda < 0.$$

Условие устойчивости для внешней области A_0 (A_1 и A_2 - неустойчивы) имеет вид:

$$\Lambda > 0.$$

На основании критерия (6) и усредненной системы (2), можно получить все возможные варианты движения системы. Выполняется интегрирование системы (2) до момента пересечения сепаратрисы. Для этого момента вычисляются значения критерия (6) для всех областей движения. После пересечения сепаратрисы движение может продолжиться только в устойчивой области. Если таких областей несколько, то в качестве расчетной выбирается одна из них, а другие – запоминаются, интегрирование продолжается до следующего пересечения. После того, как траектория полностью рассчитана, осуществляется возврат к запомненному варианту. На рис. 4 показаны огибающие углов атаки, полученные для начальных условий

$R_0 = 0.2 \text{ с}^{-1}$, $G_0 = 0.7 \text{ с}^{-1}$, $V_0 = 5000 \text{ м/с}$, $\theta_0 = -15^\circ$, $H_0 = 1.2 \cdot 10^5 \text{ м}$, $\alpha_0 = 20^\circ$, $\dot{\alpha}_0 = 0.15 \text{ с}^{-1}$. В системе может реализовываться два варианта движения: $A_0 \rightarrow A_1 \rightarrow A_0$ (рис. 4а) и $A_0 \rightarrow A_2 \rightarrow A_0$ (рис. 4б).

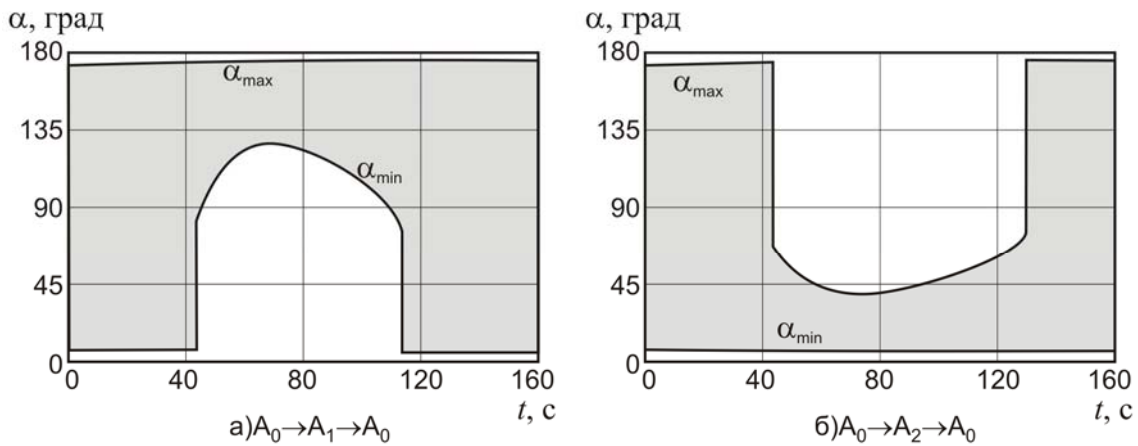


Рисунок 4 - Огибающие углов атаки

В четвертой главе рассматривается динамика подверженного нелинейным резонансам асимметричного тела при спуске в атмосфере. Для анализа его движения предлагается использовать новый хаотический подход, не применявшийся ранее к данной задаче.

Для примера рассмотрен один вид асимметрии – безразмерное смещение центра масс КА на расстояние \bar{z}_T с оси симметрии. В этом случае (см. (1))

$$\varepsilon \Phi_\alpha(\alpha, \mathbf{z}) = \bar{z}_T c_\tau(\alpha) \frac{q(\mathbf{z}) S l}{I} \sin \varphi - D \frac{q(\mathbf{z}) S \dot{\alpha}}{V m_{КА}},$$

где $c_\tau(\alpha) = c_{\tau 0} + c_{\tau 1} \cos \alpha + c_{\tau 2} \cos 2\alpha$ – аэродинамический коэффициент тангенциальной силы, представленный в виде ряда Фурье; D – безразмерный коэффициент демпфирования.

Переменные \mathbf{z} системы (1) медленно меняются в процессе спуска и не являются периодическими по времени величинами, поэтому применение модифицированного метода Мельникова для систем (1) с медленными параметрами невозможно.

Рассмотрим возмущенную систему, получаемую из (1) при фиксации некоторого момента времени

$$\dot{p} = f_p + \varepsilon g_p, \quad \dot{\alpha} = f_\alpha + \varepsilon g_\alpha; \quad (7)$$

$$f_p = -F(\alpha), \quad f_\alpha = \frac{p_\alpha}{I}, \quad \varepsilon g_p = \bar{z}_T q S l c_\tau(\alpha) \sin \varphi - D \frac{q S p_\alpha}{V m_{КА}}, \quad g_\alpha = 0;$$

где $p = I \dot{\alpha}$ – обобщенный импульс. Величины q и V , H , θ , G , R и D будем считать постоянными, а в качестве закона изменения угла аэродинамического крена – использовать зависимость $\varphi = \lambda t$, где λ – осредненная по периоду колебания угла атаки угловая скорость

$$\lambda = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{I}{I_x} R - \frac{(G - R \cos \alpha(t)) \cos \alpha(t)}{\sin^2 \alpha(t)} \right) dt = R \left(\frac{I}{I_x} - 1 \right) - \frac{2(GI_3 - RI_2)}{T},$$

где $\alpha(t)$ аналитическое решение уравнения невозмущенного движения.

Для системы (7) критерий Мельникова имеет вид:

$$M_i(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{z}_T q S L \sin(\lambda(t+t_0)) \epsilon_\tau(\alpha_i^0(t)) - D \frac{q S I \dot{\alpha}_i^0(t)}{V m_{KA}} \dot{\alpha}_i^0(t) dt, \quad (8)$$

где $i=1,2$ определяет область на фазовом портрете системы. Выражение $\alpha_i^0(t)$ и $\dot{\alpha}_i^0(t)$ определяют гомоклинические траектории на фазовом портрете системы (7). В диссертации найдены аналитические представления для $\alpha_i^0(t)$ и $\dot{\alpha}_i^0(t)$. В случае, если критерий Мельникова для системы (7) имеет простые корни, то в системе присутствует хаос, фазовая траектория может пересечь сепаратрису и покинуть свою область. Численное моделирование показывает, что при этом наблюдается нелинейный резонанс. На приведенном на рис. 5 сечении Пуанкаре в окрестности невозмущенной сепаратрисы наблюдается хаотический слой. Удаленные от сепаратрисы фазовые траектории не расщепляются и вполне соответствуют соответствующим фазовым траекториям невозмущенной системы.

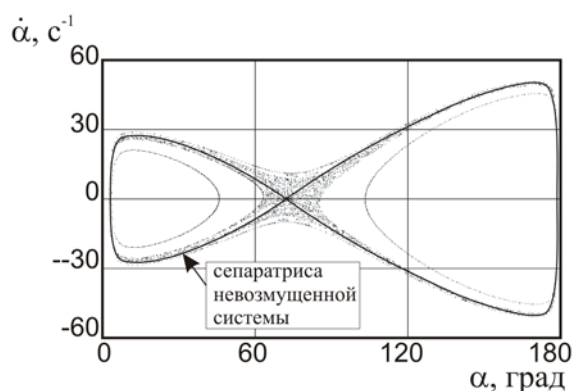


Рисунок 5 - Сечение Пуанкаре возмущенной системы (7)

Критерий Мельникова $M_i(t_0)$ характеризует толщину хаотического слоя в окрестности сепаратрисы. В качестве приближенной характеристики толщины хаотического слоя можно рассматривать величину

$$\Delta_i = \max M_i(t_0) - \min M_i(t_0).$$

Максимальная толщина хаотического слоя наблюдается в окрестности точки, соответствующей максимальному скоростному напору на траектории спуска. Эта точка более других подвержена хаосу. Построив функцию $M_i(t_0)$ для системы (7), соответствующей точке с максимальным скоростным напором, можно оценить подверженность всей траектории хаосу.

В пятой главе предлагаются различные способы устранения резонансных режимов движения сегментально-конического тела (рис. 6). Получен аналитический критерий, позволяющий судить о возможности возникновения резонанса.

Необходимым условием существования резонансных режимов движения осесимметричного сегментально-конического тела является наличие трех балансировочных положений равновесия по пространственному углу атаки. Условие

$$|b| \leq 0.5|a|$$

определяет существование на фазовом портрете системы седловой точки. Если это условие выполняется, то коэффициент восстанавливающего момента $m_\alpha(\alpha)$ обращается на отрезке $[0, \pi]$ в ноль лишь в двух точках: $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$. При этом производные функции $m_\alpha(\alpha)$ в этих точках имеют разный знак:

$$\left. \frac{dm_\alpha(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \cdot \left. \frac{dm_\alpha(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi} < 0. \quad (9)$$

С помощью метода Ньютона условие (9) можно записать в виде:

$$f_0(L_c, L_k, h_1) = (h_2 + 2h_1)L_k^2 + 2(h_1^3 - h_2^3) + 3L_kL_c(h_2 + h_1) > 0. \quad (10)$$

Поверхность $f_0(L_c, L_k, h_1) = 0$ разбивает пространство трех переменных (L_c, L_k, h_1) на две части. Все точки, лежащие ниже этой поверхности, соответствуют телам, имеющим три балансировочные положения равновесия и подверженным резонансам. Все точки, лежащие выше этой поверхности, соответствуют телам не подверженным резонансу.

В аналитическом виде найдена приближенная зависимость, определяющая достаточную для устранения резонанса начальную угловую скорость движения тела. Согласно выкладкам, приведенным в монографии В.С. Асланова «Пространственное движение тела при спуске в атмосфере» (Физматлит, 2004), отсутствие седловой точки на фазовом портрете системы можно обеспечить выбором достаточно больших, но конечных значений R и G .

$$b \geq - \left[\min_{-1 \leq u \leq 1} \left(\frac{(G^2 + R^2)(1 + 3u^2) - 2GRu(3 + u^2)}{2(1 - u^2)^3} \right) \right], \quad (11)$$

На практике этого можно добиться закруткой КА вокруг его продольной оси. Считая, что в начальный момент времени $\omega_y = \omega_z = 0$ и представляя R и G , как

$$R = \bar{I}_x \omega_x, \quad G = \bar{I}_x \omega_x \cos \alpha,$$

запишем условие (11) в виде

$$b \geq - \frac{I_x^2 \omega_{x0}^2 p(\alpha)}{8SLqI}, \quad (12)$$

Если в процессе движения параметры R и G меняются незначительно, выражение, стоящее в правой части (12) уменьшается по модулю за счет увеличения скоростного напора. При неуправляемом спуске в атмосфере скоростной напор имеет единственный максимум q_{\max} . Поэтому для

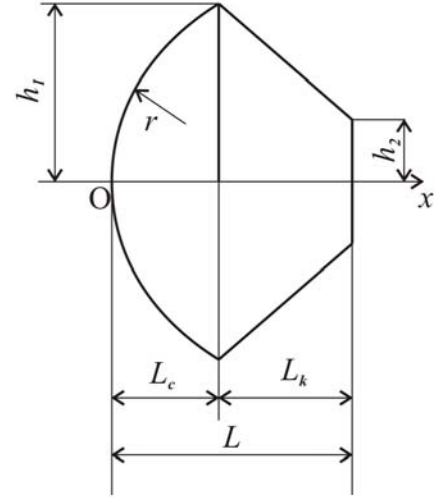


Рисунок 6 - Конфигурация КА

обеспечения отсутствия седловой точки на фазовом портрете в течение всего спуска в качестве начального значения угловой скорости можно взять

$$\omega_{x0} > \sqrt{-b \frac{8SLq_{\max}I}{I_x^2 p(\alpha_0)}}. \quad (13)$$

Приближенное значение q_{\max} можно получить, рассмотрев движение центра масс тела при спуске в атмосфере без учета движения относительно центра масс.

Для асимметричного тела с помощью критерия (8) определена величина демпфирования D , достаточная для устранения хаотических режимов движения на всей траектории спуска.

В **приложении** приводится выполненный с помощью метода Ньютона расчет аэродинамических характеристик сегментально-конического тела.

Заключение содержит выводы по основным результатам работы.

Выводы и основные результаты

1. Построена усредненная математическая модель, описывающая возмущенное пространственное движение осесимметричного сегментально-конического тела в атмосфере.
2. Получен критерий устойчивости областей движения осесимметричного сегментально-конического тела при резонансе.
3. Найдено приближенное аналитическое условие, определяющее начальную угловую скорость, обеспечивающую отсутствие резонанса при спуске осесимметричного сегментально-конического тела в атмосфере.
4. Получен критерий, определяемый геометрическими параметрами осесимметричного сегментально-конического тела, и позволяющий оценивать возможность возникновения резонанса при спуске в атмосфере.
5. Разработана методика оценки влияния резонансов на поведение сегментально-конического тела с малой асимметрией при спуске в атмосфере и поиска необходимого для устранения резонансов демпфирования с помощью методов хаотической динамики

Полученные результаты позволяют исследовать движение сегментально-конического тела при спуске в атмосфере с учетом возможных резонансов, а также оценивать подверженность тела к резонансам.

Основное содержание диссертационной работы опубликовано – в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных высшей аттестационной комиссией:

1. Асланов, В.С. Особенности вращательного движения КА при спуске в атмосфере Марса[Текст]/ В.С. Асланов, А.С. Ледков// Космические исследования. - 2007. – Т.45, №4. - С. 351-357.
2. Асланов, В.С. Устранение резонанса, возникающего при спуске осесимметричного КА в разреженной атмосфере[Текст]/В.С. Асланов,

- А.С. Ледков// Полет. Общероссийский научно-технических журнал. – 2008. - №7. - С.46-50.
3. Асланов, В.С. Выбор формы космического аппарата, предназначенного для спуска в Разреженной атмосфере [Текст]/В.С. Асланов, А.С. Ледков // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. С.П. Королева. – 2008. - №1. - С. 9-15.
 4. Асланов, В.С. Хаотический анализ движения космического аппарата с малой массовой асимметрией при спуске в атмосфере [Текст]/ В.С. Асланов, А.С. Ледков// Известия Самарского научного центра РАН. – 2009. – Т. 11 №3. – С. 153-158.
 5. Aslanov, V. Analysis of the resonance and ways of its elimination at the descent of spacecrafts in the rarefied atmosphere [Text]/V. Aslanov, A. Ledkov// Aerospace Science and Technology. – 2009. – Vol. 13, Issue 4-5. – P. 224-231.
- в других изданиях:**
6. Ледков, А.С. Изучение вращательного движения сегментально-конического аппарата при спуске в атмосфере[Текст]/ А.С. Ледков// Труды XXVIII Конференции молодых ученых механико-математического факультета МГУ, Москва 2006г. – 2006. - С. 104-111.
 7. Ледков, А.С. Исследование комбинированной схемы доставки груза с орбиты с использованием космической тросовой системы [Текст]/ А.С. Ледков// Труды 51-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – 2008. – Ч.3, Т.2. – С. 13-16.
 8. Ледков, А.С. Изучение влияния коэффициента момента тангажа на ориентацию спускаемого в атмосфере аппарата[Текст]/ А.С. Ледков// Сборник трудов студентов и аспирантов факультета летательных аппаратов "Студенческая наука аэрокосмическому комплексу". - Самара: СГАУ, 2003. – вып.6. - С. 56-60.
 9. Ледков, А.С. Анализ математических моделей для исследования пространственного движения тела в атмосфере[Текст]/А.С. Ледков// VII Королевские чтения: Всероссийская молодежная научная конференция, Самара, 1-2 октября 2003 года: Тезисы докладов. - 2003. - Т.1. – С. 65-66.
 10. Ледков, А.С. Вращательное движение осесимметричного аппарата с произвольной бигармонической характеристикой восстанавливающего момента[Текст]/ А.С, Ледков// XII Туполевские чтения: Международная молодежная научная конференция, Казань, 10-11 ноября 2004 года: Материалы конференции. – 2004. – Т.1. - С. 9-10.
 11. Ледков, А.С. Построение усредненной системы дифференциальных уравнений, описывающих свободное движение космического аппарата с бигармонической моментной характеристикой в атмосфере [Текст]/А.С. Ледков// Сборник трудов студентов и аспирантов факультета летательных аппаратов "Студенческая наука аэрокосмическому комплексу". - Самара: СГАУ, 2004. – вып.7. - С. 55-60.