

На правах рукописи

АЛЕКСЕЕВ Алексей Владимирович

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ
СПУТНИКА-ГИРОСТАТА КАК СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С
ПОЛОСТЯМИ, ЗАПОЛНЕННЫМИ ЖИДКОСТЬЮ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Самара 2008

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева» (СГАУ)

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор Асланов Владимир
Степанович

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор Кудюров Лев
Владимирович

доктор технических наук,
профессор Тимбай Иван
Александрович

Ведущее предприятие: Федеральное государственное
унитарное предприятие
«Государственный научно-
производственный ракетно-
космический центр «ЦСКБ -
Прогресс» (г. Самара)

Защита состоится « 17 » октября 2008 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.215.07 при Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева» по адресу 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34, корпус 3а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГАУ.

Автореферат разослан « 16 » сентября 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета доктор технических наук,
профессор

И.В. Белоконов

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Применение систем управления, высокоточных приборов и чувствительного оборудования требует учета влияния на движение космических аппаратов (КА) малых возмущений. Подобные возмущения, в том числе, могут быть вызваны влиянием жидкого топлива, находящегося на борту КА с жидкостными ракетными двигателями, а также другими жидкостными компонентами агрегатов. Влияние жидкости на поведение КА обусловлено рядом причин. Так в частично заполненной баке имеются колебания свободной поверхности жидкости, из-за которых происходит относительное перемещение центра масс аппарата, а также изменение других инерционно-массовых характеристик. Эта проблема может решаться с помощью подавливающих мембран, которые исключают свободную поверхность. Другим возмущающим фактором является само внутреннее движение жидкости в полости, оказывающее влияние на кинетический момент корпуса КА, а также изменяющее другие параметры движения в связи с наличием внутреннего вязкого трения. Возможны и другие факторы. В работе проводится исследование движения КА с жидкостью, целиком заполняющей полость. Рассматривается пространственное движение КА с жидкостью большой и малой вязкости, при этом КА моделируется как одним твердым телом, так и системой тел. Для исследования движения КА в качестве механической модели принимается твердое тело с полостью, целиком заполненной вязкой жидкостью. Движение КА относительно центра масс подобно движению физического маятника, поэтому большое внимание в настоящей работе уделяется изучению динамики плоских колебаний твердого тела с жидкостью. В работе исследуется движение гиростата с жидкостью, представляющего собой систему, состоящую из основного твердого тела и маховиков, используемых для гироскопической стабилизации пространственного положения. Рассматриваемый гиростат состоит из четырех твердых тел: несущего тела с жидкостью и трех роторов, вращающихся вокруг осей, совпадающих с главными осями инерции системы.

Н.Е. Жуковский, а позднее Н.Н. Моисеев и В.В. Румянцев изучали движение твердого тела с идеальной жидкостью, целиком заполняющей полость внутри твердого тела. Из их результатов следует, что при определенных условиях движение твердого тела с полостью, заполненной жидкостью, аналогично движению твердого тела с системой роторов, создающих постоянный относительный кинетический момент. Таким образом, движение твердого тела с идеальной жидкостью внутри полости эквивалентно движению гиростата. В этой связи в диссертационной работе уделяется внимание исследованию пространственного движения трехроторного гиростата с медленно вращающимися роторами.

Проблеме исследования движения систем тел с жидкостью в научной литературе уделяется большое внимание ввиду ее практической важности и возможности непосредственного применения результатов исследования для анализа динамики соосных КА и спутников-гиростатов. Основополагающие результаты, связанные с анализом движения тел с жидким наполнением, а также движения тел внутри жидкости, получены известными отечественными и зарубежными учеными, в том числе, Жуковским Н.Е., Моисеевым Н.Н., Румянцевым В.В., Черноусько Ф.Л., Рабиновичем Б.И., Наримановым Г.С. и Докучаевым Л.В., A. Clebsch, G. Halphen, F. Kotter, R. Liouville, H. Minkowski, V.A. Stekloff, H. Weber и многими другими. К настоящему времени рассмотрено много задач, касающихся вопросов пространственного движения твердых тел с жидкостью. Однако остается недостаточно исследованной проблема динамики движения систем твердых тел с полостями, заполненными жидкостью, при наличии внутреннего взаимодействия между телами. Поэтому, актуальность настоящей работы определяется получением математических моделей и аналитических зависимостей, описывающих режимы пространственного движения широкого класса КА, содержащих маховики и баки с жидкостью, а также связана с дальнейшим развитием задач исследования движения систем твердых тел с жидкостью.

Целью работы является разработка математических моделей движения твердых тел и систем твердых тел, содержащих полости, заполненные жидкостью различной вязкости, и получение аналитических зависимостей, позволяющих проводить анализ движения КА с вращающимися элементами с учетом движения жидкости внутри полости.

К основным **методам исследования**, используемым в настоящей работе, следует отнести известные методы теоретической механики, механики жидкости и газа, теории колебаний, асимптотические и численные методы решения дифференциальных уравнений.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Построена математическая модель движения и получены аналитические зависимости для параметров плоских колебаний физического маятника с жидкостью малой вязкости.

2. Разработаны и сопоставлены математические модели пространственного движения трехроторного гиростата с полостью с жидкостью, твердого тела с внутренним сферическим демпфером и трехроторного гиростата с вязким трением между элементами.

3. Получены асимптотические решения для параметров свободного пространственного движения трехроторного гиростата с полостью с жидкостью и гиростата с медленно вращающимися роторами.

4. Решена задача Дарбу, состоящая в определении угловых параметров движения по известным компонентам угловой скорости.

Практическая ценность работы заключается в возможности непосредственного использования полученных математических моделей и аналитических зависимостей для описания движения КА вокруг центра масс и синтеза на их основе начальных условий, инерционно-массовых, кинематических и других параметров КА.

Апробация результатов, полученных в настоящей диссертационной работе, осуществлялась в рамках следующих научных конференций: VII Всероссийская молодежная научная конференция «Королевские чтения», г. Самара (октябрь 2003 г.); XII, XIII и XIV международная молодежная научная конференция «Туполевские чтения», г. Казань (ноябрь 2004, 2005, 2006 гг.); IX международная научная конференция «Решетневские чтения», г. Красноярск (ноябрь 2005 г.); XXXII и XXXIII международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения», г. Москва (апрель 2006 и 2007 гг.); XII и XIII Всероссийские научно-технические семинары по управлению движением и навигации летательных аппаратов, г. Самара (июнь 2005 и 2007 гг.).

Результаты исследований вошли в научные отчеты по следующим проектам Российского фонда фундаментальных исследований: 1. *Проект РФФИ № 06-01-00355* «Возмущенное движение систем твердых тел постоянного и переменного состава», руководитель д.т.н., профессор Асланов В.С., 2006-2008 гг.; 2. *Проект РФФИ № 06-08-00325* «Динамические процессы, движение и управление составными космическими аппаратами переменной массы», руководитель к.т.н., доцент Дорошин А.В., 2006-2007гг.

Достоверность результатов обеспечивается корректностью математической постановки задачи, строгостью применяемых методов решения, а также соответствием полученных аналитических результатов с результатами численных расчетов.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 работ, в том числе 3 статьи – в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных высшей аттестационной комиссией.

Личный вклад.

1. Разработка математической модели движения и получение приближенных аналитических зависимостей для параметров плоских колебаний физического маятника с жидкостью малой вязкости.
2. Построение математической модели пространственного движения гиростата с полостью, заполненной жидкостью большой вязкости, и ее приведение к другим известным математическим моделям.
3. Приближенное аналитическое решение уравнений движения трехроторного гиростата с жидкостью и трехроторного гиростата с медленно вращающимися роторами, а также решение задачи Дарбу.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 81 наименования и четырех приложений. Общий объем диссертации составляет 120 страниц.

На защиту выносятся следующие результаты:

1. Математическая модель движения и приближенные аналитические зависимости для параметров плоского движения физического маятника с жидкостью малой вязкости.
2. Математическая модель движения гиростата с полостью, заполненной жидкостью большой вязкости.
3. Приближенное аналитическое решение динамических уравнений движения однороторного гиростата с полостью, целиком заполненной жидкостью большой вязкости.
4. Приближенное аналитическое решение дифференциальных уравнений движения трехроторного гиростата с медленно вращающимися роторами, в том числе и решение задачи Дарбу.

Содержание работы.

Во **введении** приводится характеристика решаемой в диссертации задачи, и обосновывается актуальность темы диссертации, а также формулируется цель диссертации. Описываются результаты, выносимые на защиту, и сведения об апробации работы и публикациях. Кратко излагается содержание глав диссертации.

В **первой главе** дается пример КА, использующего жидкое топливо, осуществляется обзор полученных к настоящему времени результатов отечественных и зарубежных авторов, и описывается круг задач, рассматриваемых в диссертационной работе, а именно:

1. Исследование плоских колебаний маятника и КА с жидкостью малой вязкости;
2. Построение и сопоставление математических моделей пространственного движения гиростата с полостью, целиком заполненной жидкостью, твердого тела с внутренним сферическим демпфером и гиростата с вязким трением в рабочих элементах;
3. Определение асимптотических зависимостей для параметров движения гиростата, в том числе для решения задачи Дарбу.

Далее описываются используемые в диссертации методы, включая классические методы теоретической механики и механики жидкости и газа. В частности отмечается использование теоремы об изменении кинетического момента и уравнений Лагранжа второго рода, классической теории потенциального течения в приложении к внутренним задачам гидродинамики и известных асимптотических методов, таких как метод Пуанкаре, Ван-дер-Поля и усреднения.

Во **второй главе** рассматривается пространственное движение твердого тела с полостью, заполненной жидкостью малой вязкости. На

основании теоремы об изменении кинетического момента записано следующее уравнение движения:

$$(\mathbf{J}_0 + \mathbf{J}) \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \rho \frac{d}{dt} \int_D \mathbf{r} \times \mathbf{a} dv + \rho \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \left[\frac{\mathbf{b}}{\sqrt{t-t_0}} + \mathbf{E} \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t \frac{\boldsymbol{\omega}(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \right] = \mathbf{M}^e, \quad (1)$$

где \mathbf{J}_0 - тензор инерции твердого тела относительно неподвижной точки, \mathbf{J} - тензор присоединенных масс, то есть тензор инерции замороженной жидкости, $\boldsymbol{\omega}$ - вектор угловой скорости тела, ρ и ν - плотность и кинематическая вязкость жидкости, \mathbf{E} - тензор, характеризующий диссипацию энергии в вязкой жидкости и зависящий только от формы полости, H - объем жидкости, \mathbf{r} - радиус вектор. Вектор-функция \mathbf{a} зависит от формы полости и от начального распределения скоростей частиц жидкости и однозначно находится из условий:

$$\text{rota} = \text{rot}\mathbf{u}_0; \text{div}\mathbf{a} = 0 \text{ в } H; \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ на } S,$$

где \mathbf{u}_0 - начальные скорости частиц, S - поверхность полости, \mathbf{n} - вектор нормали поверхности. Вектор-функция \mathbf{b} определяется формой полости и зависит от вектора \mathbf{a} .

На основании уравнения (1) составляется уравнение плоских колебаний физического маятника со сферической полостью, заполненной жидкостью малой вязкости (рисунок 1). Учитывая, что течение жидкости внутри полости в начальный момент отсутствует и вектор-функции \mathbf{a} и \mathbf{b} обращаются в ноль, дифференциальное уравнение движения будет иметь вид:

$$(J_0 + J)\ddot{\varphi} + \frac{\rho\sqrt{\nu}}{\sqrt{\pi}} E \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t \frac{\dot{\varphi} d\tau}{\sqrt{t-\tau}} + GL \sin \varphi = 0, \quad (2)$$

где G - вес маятника, L - длина подвеса, φ - угол отклонения от вертикали, $E = 8\pi^4/3$. Для малых колебаний маятника уравнение (2) примет вид:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = -\varepsilon_1 \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t \frac{\dot{\varphi} d\tau}{\sqrt{t-\tau}}, \quad (3)$$

где $k^2 = GL/(J_0 + J)$, $\varepsilon_1 = \rho E \sqrt{\nu} / [\sqrt{\pi}(J_0 + J)]$ - малый параметр. Выбирая в качестве начальных условий $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$, $\dot{\varphi} = 0$, решение порождающего уравнения будет иметь следующий вид:

$$\varphi = \varphi_0 \cos kt, \quad \dot{\varphi} = -\varphi_0 k \sin kt. \quad (4)$$

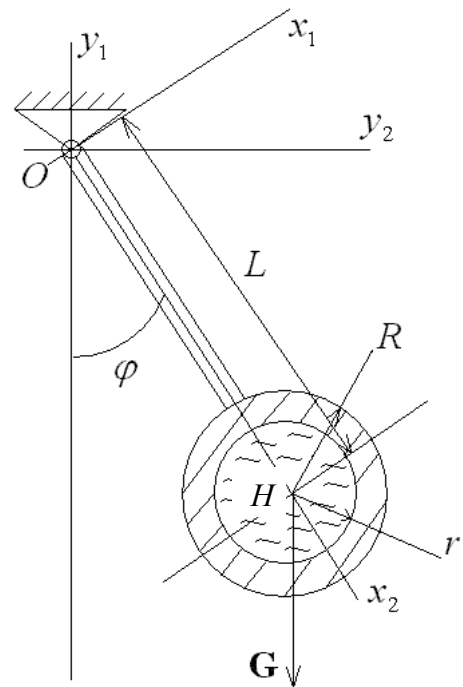


Рисунок 1 – Физический маятник с жидкостью

Подставляя (4) в правую часть (3), получим следующее уравнение:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = \varepsilon_1 \varphi_0 k F(t), \quad (5)$$

где

$$F(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\sin k\tau d\tau}{\sqrt{t-\tau}}. \quad (6)$$

Получим приближенное выражение для функции (6), проделав следующие преобразования:

$$F(t) \approx k \left(C(kt) - \frac{1}{2} \right) \approx k \left[\frac{\sin kt}{\sqrt{2\pi kt}} \left(1 - \frac{1 \cdot 3}{(2kt)^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2kt)^4} - \dots \right) - \frac{\cos kt}{\sqrt{2\pi kt}} \left(\frac{1}{2kt} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2kt)^3} + \dots \right) \right] \approx k \frac{\sin kt}{\sqrt{2\pi kt}}.$$

Тогда приближенное дифференциальное уравнение движения физического маятника с жидкостью примет вид:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = \varepsilon_1 \varphi_0 k^2 \frac{\sin kt}{\sqrt{2\pi kt}}. \quad (7)$$

Для уравнения (7) можно записать первый интеграл, соответствующий интегралу энергии:

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + k^2 \frac{\varphi^2}{2} = E_0 - \varepsilon_1 \frac{\varphi_0^2 k^3}{\sqrt{2\pi k}} \left[\sqrt{t} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{k}} C \left(2 \sqrt{\frac{k}{\pi}} \sqrt{t} \right) \right], \quad (8)$$

где $E_0 = const$ определяется начальными условиями. В соответствии с методом вариации произвольных постоянных определим из (8) зависимость амплитуды колебаний от времени:

$$\varphi_{\max}(t) = \varphi_0 \sqrt{1 - \frac{\rho E \sqrt{v}}{(J_0 + J) \sqrt{\pi}} \left[\sqrt{\frac{2kt}{\pi}} - \frac{1}{\sqrt{2}} C \left(2 \sqrt{\frac{k}{\pi}} \sqrt{t} \right) \right]}. \quad (9)$$

Аналогичный результат получается при рассмотрении плоского движения спутника с жидкостью относительно центра масс под действием гравитационного момента.

Проводится сравнение решений, полученных аналитически и численно (рисунок 2), а также анализируется влияние вязкости жидкости (рисунок 3) и других параметров системы на амплитуду колебаний. Наблюдается гашение колебаний из-за диссипативных свойств вязкой жидкости. С увеличением кинематической вязкости наблюдается более интенсивное уменьшение амплитуды колебаний (рисунок 3).

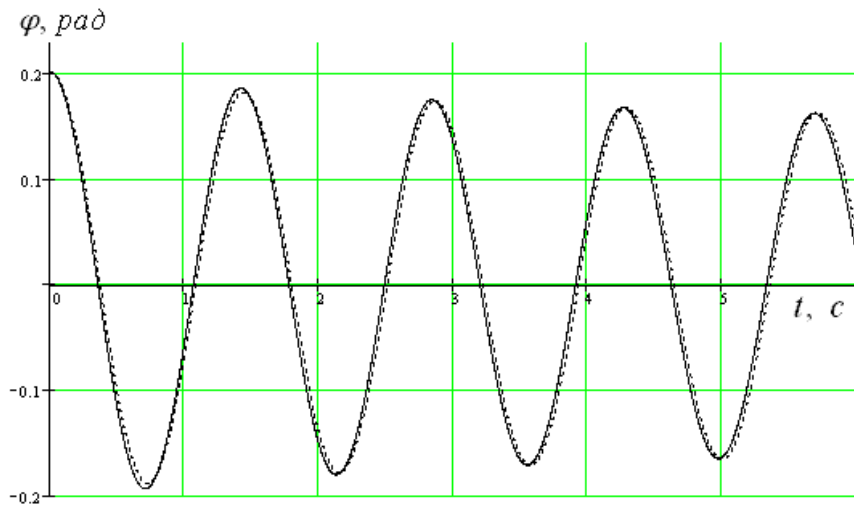


Рисунок 2 - Сопоставление решений: сплошная линия - аналитическое, пунктирная - численное

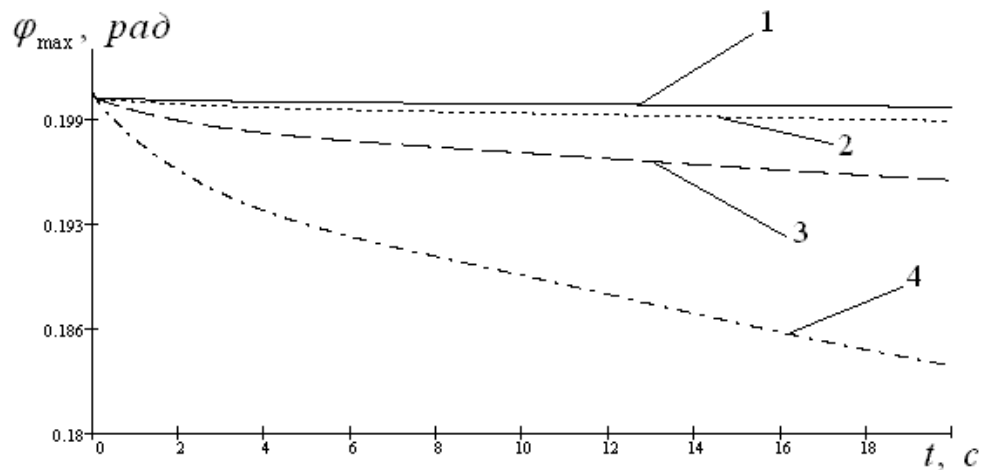


Рисунок 3 - Анализ влияния вязкости на скорость уменьшения амплитуды колебаний:

- 1) $\nu = 1.25 \times 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$; 2) $\nu = 8 \times 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$,
 3) $\nu = 1 \times 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с}$; 4) $\nu = 1 \times 10^{-3} \text{ м}^2 / \text{с}$

В **третьей главе** исследуется движение вокруг центра масс гиростата, содержащего бак с вязкой жидкостью и три ротора (рисунок 4). На основании теоремы об изменении кинетического момента проводится построение математической модели:

$$\begin{aligned}
 A\dot{p} + (C - B)qr + I\dot{\sigma}_1 + I(q\sigma_3 - r\sigma_2) &= m_x, \\
 B\dot{q} + (A - C)pr + I\dot{\sigma}_2 + I(r\sigma_1 - p\sigma_3) &= m_y, \\
 C\dot{r} + (B - A)pq + I\dot{\sigma}_3 + I(p\sigma_2 - q\sigma_1) &= m_z, \\
 \dot{\sigma}_1 &= -\dot{p}, \quad \dot{\sigma}_2 = -\dot{q}, \quad \dot{\sigma}_3 = -\dot{r},
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где p, q, r - компоненты вектора угловой скорости несущего тела 4; A, B, C - главные центральные моменты инерции гиростата; I - осевой момент инерции роторов; $\sigma_i (i=1..3)$ - относительные угловые скорости роторов; правые части первых трех уравнений системы (10) являются компонентами вектора момента, возникающего в результате влияния жидкости, и определяются по формуле:

$$m_\mu = \frac{\rho}{\nu} D \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^2 m_{ijk}^\mu \sigma_1^i \sigma_2^j \sigma_3^k, \mu = (x, y, z). \quad (11)$$

Коэффициенты в соотношениях (11) приводятся в диссертации в приложении А, а величина D - характеризует форму полости.

Для случая, когда два ротора не имеют относительного вращения, а гиростат является динамически симметричным получено приближенное аналитическое решение методом Пуанкаре, представленное в виде асимптотического ряда по степеням малого параметра. В первом приближении указанное решение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_0 \cos s_0 t + q_0 \sin s_0 t + \varepsilon_2 \frac{s_0 t}{\omega_0^2} \left[\left[s_0 - \frac{I}{C_2} (r_0 + \sigma_0) \right] (p_0 \cos s_0 t + q_0 \sin s_0 t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} t (p_0^2 + q_0^2) \left(\frac{A - C_2}{C_2} \right)^2 (q_0 \cos s_0 t - p_0 \sin s_0 t) \right], \\ q(t) &= q_0 \cos s_0 t - p_0 \sin s_0 t + \varepsilon_2 \frac{s_0 t}{\omega_0^2} \left[\left[s_0 - \frac{I}{C_2} (r_0 + \sigma_0) \right] (q_0 \cos s_0 t - p_0 \sin s_0 t) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} t (p_0^2 + q_0^2) \left(\frac{A - C_2}{C_2} \right)^2 (p_0 \cos s_0 t + q_0 \sin s_0 t) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

$$s(t) = s_0 - \varepsilon_2 \frac{s_0 t}{\omega_0} \left(\frac{A - C_2}{C_2} \right)^2 (p_0^2 + q_0^2),$$

где $s = [(A - C)r - I\sigma]A^{-1}$, $\varepsilon_2 = \frac{\rho D C_2 \omega_0}{\nu A A - C_2} \ll 1$ - малый параметр, характеризующий большую вязкость жидкости. Приближенные

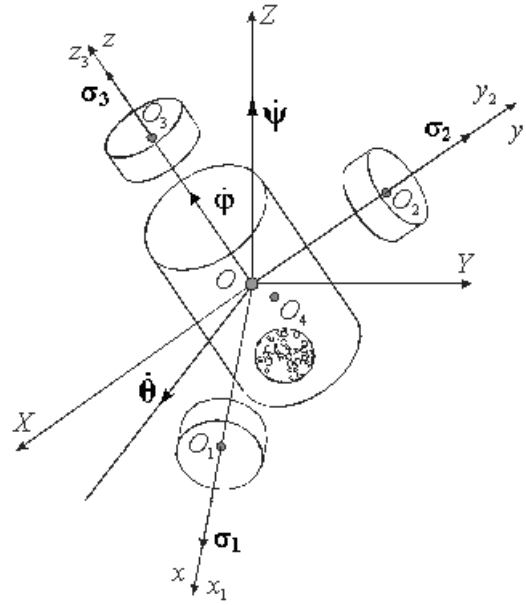


Рисунок 4 - Гиростат с жидкостью, используемые системы координат и обобщенные скорости

аналитические решения сравниваются с результатами численного интегрирования.

В **четвертой главе** математическая модель движения гиростата с жидкостью приводится к двум другим известным математическим моделям с вязким трением между частями системы: 1) гиригат без жидкости с внутренним трением роторов, 2) твердое тело со сферическим демпфером в вязком слое. Как показывается в диссертационной работе, математическая модель движения гиростата с вязким трением полностью соответствует модели гиростата с полостью с жидкостью, если аппроксимировать вид моментов трения в подшипниках роторов функциями, совпадающими с выражениями (11). Уравнения движения тела с демпфером также совпадают с моделью движения гиростата с полостью, если трение демпфера аппроксимировать функциями (11) с учетом гироскопического момента. Отмечаются преимущества указанных эквивалентных моделей:

- конечное число степеней свободы,
- широкое исследование приведенных моделей в литературе.

Также в этой главе исследуется и сравнивается динамика движения трех указанных систем с помощью численного моделирования.

В **пятой главе** исследуется математическая модель движения гиростата без жидкости с медленно вращающимися роторами. Как показали в своих работах Н.Е. Жуковский, а позднее Н.Н. Моисеев и В.В. Румянцев, влияние жидкости внутри полости на пространственное движение твердого тела аналогично влиянию присоединенных к телу роторов, в том числе и с постоянными малыми относительными угловыми скоростями вращения. Динамические уравнения движения приводятся к безразмерному виду и решаются с помощью асимптотических методов. Получены приближенные аналитические решения следующими тремя методами:

1. Решение по методу Пуанкаре:

$$\begin{aligned}
 P(\tau) &= Q_0 \sin \lambda \tau + Q_0 \cos \lambda \tau + \varepsilon_3 P^{<1>}(\tau) \\
 P^{<1>}(\tau) &= -\frac{A_1 \sigma_1}{B_2 \sigma_2} \frac{a^0}{\lambda} + \left(\frac{a^0}{\lambda} - \frac{a^{22}}{\lambda} \right) \sin \lambda \tau + \left(\frac{A_1 \sigma_1}{B_2 \sigma_2} \frac{a^0}{\lambda} + \frac{a^{21}}{\lambda} \right) \cos \lambda \tau + \\
 &+ a^{11} \tau \sin \lambda \tau + a^{12} \tau \cos \lambda \tau + \frac{a^{22}}{\lambda} \sin 2\lambda \tau - \frac{a^{21}}{\lambda} \cos 2\lambda \tau.
 \end{aligned} \tag{13}$$

2. Решение по методу Ван-дер-Поля:

$$\begin{cases}
 P(\tau) = x_0 \cos \left(\left[a_1 z_0 + \frac{\varepsilon_3}{A} C_3 \Sigma_3 \right] \tau + y_0 \right), \\
 Q(\tau) = x_0 \sin \left(\left[a_1 z_0 + \frac{\varepsilon_3}{A} C_3 \Sigma_3 \right] \tau + y_0 \right), \\
 R(\tau) = z_0,
 \end{cases}
 \begin{cases}
 x_0 = \sqrt{P_0^2 + Q_0^2}, \\
 y_0 = \arctan \frac{q_0}{p_0}, \\
 z_0 = R_0.
 \end{cases} \tag{14}$$

3. Решение по методу усреднения:

$$\begin{cases} x(\tau) = x_0 + \varepsilon_3 \frac{\alpha}{a_1} [\Gamma_1 (\cos \bar{y} - \cos \bar{y}_0) + \Gamma_2 (\sin \bar{y} - \sin \bar{y}_0)], \\ \left. \begin{aligned} P(\tau) &= x(\tau) \cos(y(\tau)), \\ Q(\tau) &= x(\tau) \sin(y(\tau)), \\ R(\tau) &= z(\tau), \end{aligned} \right\} y(\tau) = \left\{ a_1 z_0 + \varepsilon_3 \left[\alpha \Gamma_3 + \gamma \frac{x_0}{z_0} (\Gamma_1 \cos \bar{y}_0 + \Gamma_2 \sin \bar{y}_0) \right] \right\} \tau + y_0 - \\ - \varepsilon_3 \frac{1}{a_1 z_0} \left(\gamma \frac{x_0}{z_0} + \alpha \frac{z_0}{x_0} \right) [\Gamma_1 (\sin \bar{y} - \sin \bar{y}_0) - \Gamma_2 (\cos \bar{y} - \cos \bar{y}_0)], \\ z(\tau) = z_0 + \varepsilon_3 \frac{\gamma}{a_1} \frac{x_0}{z_0} [\Gamma_1 (\cos \bar{y}_0 - \cos \bar{y}) + \Gamma_2 (\sin \bar{y}_0 - \sin \bar{y})], \end{cases} \quad (15)$$

где $\tau = t\omega_0$ - безразмерное время, прописными буквами обозначаются

безразмерные параметры движения, малый параметр $\varepsilon_3 = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}}{\sqrt{p_0^2 + q_0^2 + r_0^2}} \ll 1$

характеризует малость относительных угловых скоростей роторов, коэффициенты и постоянные выражены через начальные условия движения и параметры системы и приведены в диссертации. На рисунке 5 сравниваются приближенные аналитические решения (13) – (15) с результатами численного интегрирования. Как видно, наиболее точным методом является метод усреднения, однако этот метод является наиболее трудоемким.

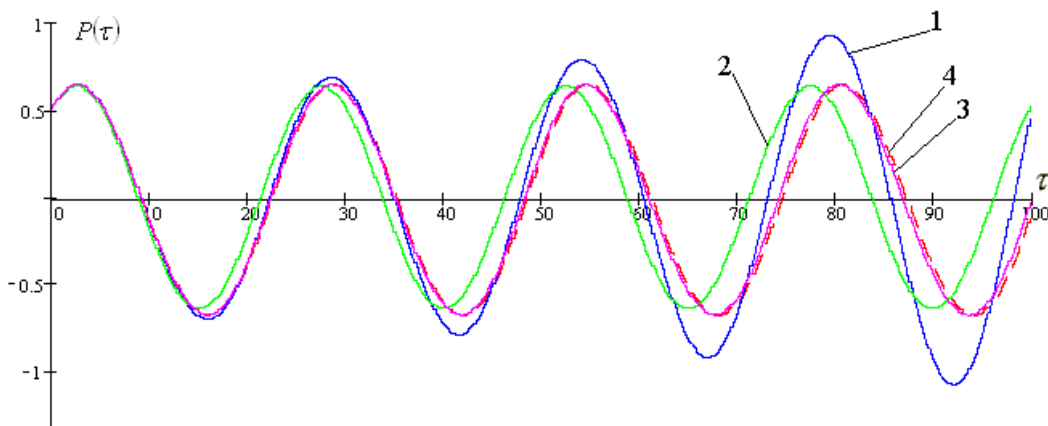


Рисунок 5 – Сопоставление аналитических и численного решений для безразмерной угловой скорости P : 1 – метод Пуанкаре, 2 – метод Ван-дер-Поля, 3 – метод усреднения, 4 – численное интегрирование

В этой же главе решается задача Дарбу, связанная с определением зависимостей для углов Эйлера по зависимостям компонент угловой скорости. Для углов Эйлера методом Пуанкаре получены следующие решения:

$$\begin{cases} \theta = \arccos \frac{Cr_n}{K} + \varepsilon_3 \theta^{<1>}(t), \\ \varphi = \lambda_1 t + \operatorname{arctg} \frac{p_0}{q_0} + \varepsilon_3 \varphi^{<1>}(t), \\ \psi = nt + \psi_0 + \varepsilon_3 \psi^{<1>}(t), \end{cases} \quad (16)$$

где:

$$\begin{aligned} \theta^{<1>}(t) = & \left(\frac{d_2^{00}}{n_1} - \frac{d_1^{01}}{n \sin \theta_0} - \frac{d_1^{11} \lambda_1 - d_2^{12} n_1 \sin^2 \theta_0}{n^2 - \lambda_1^2} \right) \sin nt + \left(\frac{d_1^{00}}{n \sin \theta_0} - \frac{d_2^{01}}{n^2} + \frac{d_2^{11} \lambda_1 + d_1^{12} n_1}{n^2 - \lambda_1^2} \right) \cos nt + \\ & + \left(\frac{d_1^{01}}{n_1 \sin^2 \theta_0} - \frac{d_2^{00}}{n_1} \right) - \frac{d_2^{01}}{n_1} t + \frac{d_1^{12} \lambda_1 - d_2^{11} n_1 \sin^2 \theta_0}{n^2 - \lambda_1^2} \sin \lambda_1 t + \frac{d_1^{11} \lambda_1 - d_2^{12} n_1 \sin^2 \theta_0}{n^2 - \lambda_1^2} \cos \lambda_1 t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi^{<1>}(t) = & \left(\frac{d_1^{00} n - d_2^{01} \sin \theta_0}{n^2 \sin^2 \theta_0} + \frac{d_2^{11} \lambda_1 + d_1^{12} n_1}{(n^2 - \lambda_1^2) \sin \theta_0} \right) \sin nt - \\ & - \left(\frac{d_2^{00} \sin^2 \theta_0 - d_1^{01}}{n \sin^2 \theta_0} - \frac{d_1^{11} \lambda_1 - d_2^{12} n \sin \theta_0}{(n^2 - \lambda_1^2) \sin \theta_0} \right) \cos nt + \\ & + \left(\frac{d_1^{00}}{n_1 \sin^2 \theta_0} - \frac{d_2^{01}}{n_1 \sin^2 \theta_0} \right) + \frac{d_1^{01}}{n_1 \sin^2 \theta_0} t + \frac{d_1^{11} n_1 - d_2^{12} \lambda_1}{n^2 - \lambda_1^2} \sin \lambda_1 t + \frac{d_2^{11} \lambda_1 + d_1^{12} n_1}{n^2 - \lambda_1^2} \cos \lambda_1 t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi^{<1>}(t) = & (d_3^{00} - c_1^{00} n_1 \cos \theta_0) t + \frac{1}{2} (d_3^{01} - c_1^{01} n_1 \cos \theta_0) t^2 - \frac{1}{\lambda_1} (d_3^{11} - c_1^{11} n_1 \cos \theta_0) (\cos \lambda_1 t - 1) + \\ & + \frac{1}{\lambda_1} (d_3^{12} - c_1^{12} n_1 \cos \theta_0) \sin \lambda_1 t + \frac{1}{n} G_1 n_1 \cos \theta_0 (\cos nt - 1) - \frac{1}{n} G_2 n_1 \cos \theta_0 \sin nt, \end{aligned}$$

где c_i^{jk} и d_i^{jk} ($i, j, k = 0 \dots 3$) - постоянные, приведенные в диссертации. На рисунке 6 для угла нутации приведено сравнение приближенного аналитического решения с численным.

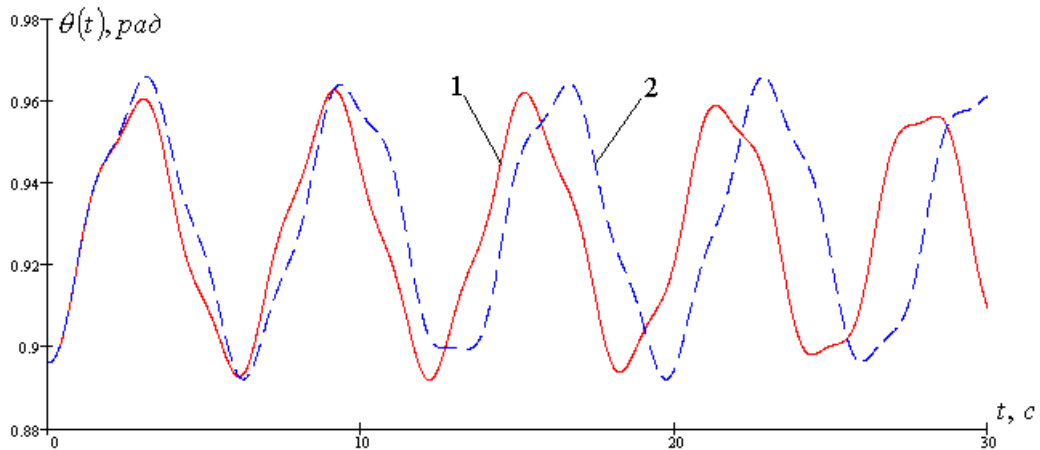


Рисунок 6 – Сравнение аналитического и численного решений для угла нутации: 1 – аналитическая зависимость, 2 – численная

Заключение содержит выводы по основным результатам работы.

Выводы и основные результаты

1. Построена математическая модель движения и получены аналитические зависимости для параметров плоских колебаний физического маятника с жидкостью малой вязкости.

2. Разработаны и сопоставлены математические модели пространственного движения трехроторного гиростата с полостью с жидкостью, твердого тела с внутренним сферическим демпфером и трехроторного гиростата с вязким трением между несущим телом и вращающимися роторами.

3. Получены асимптотические решения для параметров свободного пространственного движения трехроторного гиростата с полостью с жидкостью и гиростата с медленно вращающимися роторами.

4. Решена задача Дарбу, состоящая в определении угловых параметров движения по известным компонентам угловой скорости.

Полученные результаты позволяют производить исследование движения летательных аппаратов, имеющих на борту запас жидкого топлива, осуществлять выбор начальных условий движения, инерционно-массовых, кинематических и других параметров КА, обеспечивающих реализацию тех или иных режимов движения.

Основное содержание диссертационной работы опубликовано

– в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных высшей аттестационной комиссией:

1. Алексеев, А.В. Движение твердого тела с жидкостью малой вязкости [Текст] / А.В. Алексеев, В.С. Асланов // Известия Саратовского университета. 2007. Т.7. Сер. Математика, Механика. Информатика, вып.2. – Саратов. – 2007. – С. 44-48.

2. Алексеев, А.В. Приведение спутника-гиростата с полостью с жидкостью к системам твердых тел с вязким трением [Текст] / А.В. Алексеев, А.В. Дорошин // Общероссийский научно-технический журнал «Полёт». – 2007. – № 9. – С. 26-33.

3. Алексеев, А.В. Движение спутника-гиростата, содержащего полость с жидкостью большой вязкости [Текст] / А.В. Алексеев // Известия СНЦ РАН. № 9. – 2007. – С.671-676.

– в других изданиях:

4. Алексеев, А.В. Движение спутника с полостью, заполненной жидкостью, относительно центра масс [Текст] / А.В. Алексеев, В.С. Асланов // Сб. тр. XIII Всерос. научн.-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самар. гос. аэрокосм. ун-т.– Самара. – 2007.– С. 35-37.

5. Алексеев, А.В. Движение системы соосных тел с медленно вращающимися роторами [Текст] / А.В. Алексеев, А.В. Дорошин // Сб. тр. XII Всерос. научн.-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самар. гос. аэрокосм. ун-т. – Самара. – 2006. – С. 9-12.

6. Алексеев, А.В. Асимптотические методы в задаче исследования движения систем соосных тел [Текст] / А.В. Алексеев // Решетневские чтения: материалы IX Междунар. Науч. Конф., посвящ. 45-летию Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та имени акад. М.Ф. Решетнева./ Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. – Красноярск. – 2005. – С.229-230.

7. Алексеев, А.В. Динамика движения спутника-гиростата с топливными баками [Текст] / А.В. Алексеев // XXXIII Гагаринские чтения. Научные труды Международной молодежной научной конференции в 8 томах. Москва, 4-8 апреля 2006 г. – М.: МАТИ. – 2006. – Т.5. – С.83-84.

8. Алексеев, А.В. Исследование движения системы соосных тел с динамической асимметрией [Текст] / А.В. Алексеев // XII Туполевские чтения: Международная молодежная научная конференция: Материалы конференции. Том I. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та. – Казань. – 2004. – С. 3.

9. Алексеев, А.В. Исследование движения соосной системы тел с тремя роторами [Текст] / А.В. Алексеев // XIII Туполевские чтения: Международная молодежная научная конференция: Материалы конференции. Том I. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та. – Казань. – 2005. – С. 3.

10. Алексеев, А.В. Исследование динамики движения соосных тел при наличии возмущений [Текст] / А.В. Алексеев // Тезисы докладов XXXI Самарской областной студенческой научной конференции. Часть I: Общественные, естественные и технические науки. – Самара. – 2005. – С. 145.

11. Алексеев, А.В. Моделирование движения космических аппаратов с гироскопической стабилизацией системой соосных тел с тремя роторами [Текст] / А.В. Алексеев // XXXII Гагаринские чтения. Научные труды Международной молодежной научной конференции в 8 томах. Москва, 4-8 апреля 2006 г. – М.: МАТИ. – 2006. – Т.5. – С.83-84.

12. Алексеев, А.В. Моделирование движения системы соосных, динамически несимметричных тел [Текст] / А.В. Алексеев // Тезисы докладов XXX Юбилейной Самарской областной студенческой научной конференции.

Часть I: Общественные, естественные и технические науки. – Самара. – 2004. – С. 129.

13.Алексеев, А.В. Моделирование движения соосных тел с полостью заполненной жидкостью [Текст] / А.В. Алексеев // XIV Туполевские чтения: Материалы конференции. Том 1. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та. – 2006. – С. 3-5.

14.Алексеев, А.В. Эволюция свободного движения соосных тел под действием внутреннего момента [Текст] / А.В. Алексеев // Королевские чтения. Тезисы докладов Всероссийской студенческой научной конференции. Самарский гос. аэрокосм. ун-т. – Самара. – 2003. – С. 70.

Подписано в печать « 27 » июня 2008 г.

Тираж 100 экз.

Отпечатано с готовых оригинал-макетов
СГАУ 443086, Самара, Московское шоссе, 34