

2. Стаселько Д.И. Особенности голографической регистрации быстропротекающих процессов при использовании импульсного лазера на рубине. - В кн. : Оптическая голография, Л. "Наука", 1975, с. 4-70. -
3. Thompson B.J., Ward J.H., Kirkby W.R. Applications of Hologram Techniques for Particle Size Analysis - *appl. opt.*, *№ 6*, March 1967, p.p. 519-526
4. Sazochuk A.A. Optical and Digital Information Processing. - *Optical Engineering*, *№ 13*, № 3, May/June 1974, p.p. 172-174.
5. Huang T.S. Digital Holography. - *Proc IEEE*, 1971, *V. 59*, № 9, p.p. 1335-1346
6. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. М., "Наука", 1971.
7. Vander Lugt A. Signal Detection by Complex Spatial Filtering. - *IEEE Trans. Inform Theory*, *V. IT-10*, p.p. 139-149 (1964)
8. Сороко Л.М. Преобразование Гильберта и его применение в оптике. - В кн. : Материалы пятой всесоюзной школы по голографии. Л., 1973, с. 40.
9. Beloeux Y., Lorcenhal S. White Light Hilbert Transform. - *appl. opt.*, *V. 10*, № 3, March 1971
10. Автоматический анализ сложных изображений. Под ред. С.М. Бравермана. М., "Мир", 1969.

УДК 621.391

В.А. Соффер, Я.Е. Тахтаров, А.Г. Крамов

#### ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПОЛЕЙ

Методы цифровой фильтрации случайных полей качественно отличаются от соответствующих методов фильтрации одномерных процессов. Возникающие при обработке полей сложности обусловлены необходимостью ранения и обработки больших массивов информации на ЦВМ. Существует два подхода к фильтрации полей: спектральный и рекуррентный [1]. При реализации спектральных алгоритмов появляются трудности, связанные с ограниченным объемом оперативной памяти и недостаточным быстродействием ЦВМ. Основным недостатком спектральных методов яв-

ляется невозможность использования их в системах, работающих в режиме реального времени.

Для решения подобных задач во временной области в настоящее время наиболее эффективным вычислительным средством является процедура рекуррентной оценки и фильтрации Калмана [2], модифицированная для процессов с дискретным временем. Однако, непосредственное обобщение калмановской фильтрации на системы с распределенными параметрами затруднительно и возможно лишь в некоторых частных случаях [3]. Приведенный же в [1] алгоритм Хабиби, как показало исследование, оказался неустойчивым при отдельных значениях параметров.

Поэтому возникает задача разработки близких к оптимальным и допускающих простую реализацию на цифровых устройствах алгоритмов фильтрации пространственно распределенных сигналов. В данной работе производится исследование различных методов фильтрации полей на примере цифровых моделей реальных изображений.

Предлагается гибридный спектрально-рекуррентный алгоритм восстановления изображения, который позволяет построить последовательно-параллельную процедуру оценки и может быть легко реализован на ЭВМ в режиме, близком к реальному времени, с применением алгоритмов быстрых спектральных преобразований. Основная идея метода заключается в декоррелировании исходного поля вдоль одной из координат с помощью обратимого линейного преобразования. В результате получаем совокупность одномерных некоррелированных (или слабо коррелированных) процессов, которые обрабатываются вдоль другой координаты независимо друг от друга калмановским фильтром. При использовании разложения Карунена-Лозва, результирующая оценка изображения является оптимальной в среднеквадратическом смысле.

Вместо трудно реализуемого разложения по собственным векторам корреляционной матрицы строки изображений (дискретный вариант разложения Карунена-Лозва) предлагается использовать дискретное преобразование Фурье в представлении Хартли и преобразование Уолша [4]. Получающаяся оценка является асимптотически оптимальной при увеличении числа отсчетов в строке изображения.

Проведенное моделирование на ЭВМ ЕС-1020 показало преимущества предложенного алгоритма фильтрации. Так, например, для изображения с экспоненциальной корреляционной функцией при 10% шуме дисперсия ошибки восстановления снижается с 7% (одномерная фильтрация) до 4% (предложенный алгоритм) и почти не отличается от дис-

персии оптимальной оценки.

Модель изображения. Корректные постановка и решение задачи улучшения качества изображений основаны на изучении и использовании статистических характеристик изображения и помех.

В качестве модели изображения в данной работе используется однородное гауссовское поле с разделимой автокорреляционной функцией. Полагается, что поле задается отсчетами яркости  $x(k, \ell)$  в точках, полученных при равномерной дискретизации по каждой из координат непрерывного поля (рис. I).

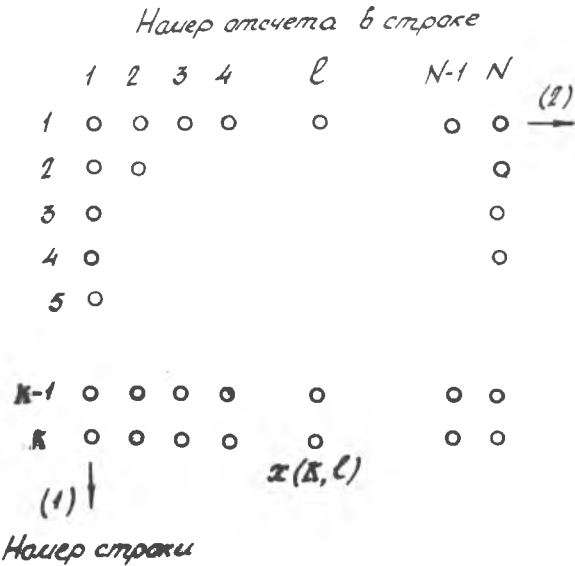


Рис. I.

Разделимость автокорреляционной функции поля по координатам означает, что

$$R_x(k, \ell, m, n) = E\{x(k, \ell)x(m, n)\} = B_x^{(1)}(k-m)B_x^{(2)}(\ell-n), \quad (1)$$

$$B_x^{(1)}(k-m) = E\{x(k, \ell)x(m, \ell)\},$$

$$B_x^{(2)}(\ell-n) = E\{x(k, \ell)x(k, n)\}.$$

Такая модель изображения наиболее часто используется в исследованиях, т.к. дает возможность просто перейти к авторегрессионной модели. Она хорошо описывает реальные изображения с ориентацией фрагментов вдоль координатных осей [1]. Модели изображения, учитывающие изотропность поля, значительно сложнее и здесь не рассматриваются.

Широкий класс помех, возникающих при съёмке и передаче изображений по каналам связи, описывается аддитивным белым Гауссовским шумом  $v(k, \ell)$  некоррелированным с сигналом  $x(k, \ell)$ . Обозначим через  $\tilde{x}(k, \ell)$  зашумленное изображение.

$$\tilde{x}(k, \ell) = x(k, \ell) + v(k, \ell), \quad (2)$$

$$E\{x(k, \ell)v(m, n)\} = 0,$$

$$R_v(k, \ell, m, n) = E\{v(k, \ell)v(m, n)\} = \sigma_v^2 \delta(k-m)\delta(\ell-n)$$

Наша задача - построить рекуррентную процедуру оценки информационного изображения  $\hat{x}^1(k, \ell)$  по наблюдаемым значениям  $\tilde{x}(k, \ell)$  по критерию минимума среднего квадрата ошибки :

$$E\{[\tilde{x}(k, \ell) - \hat{x}^1(k, \ell)]^2\} \rightarrow \min; \ell = \overline{1, N}; k = \overline{1, 3}, \dots$$

Прямое применение процедуры оптимальной калмановской фильтрации в данном случае затруднительно из-за большой размерности вектора переменных состояния, определяемой количеством отсчетов в строке изображений ( $N = 500 - 1000$ ). Эта процедура требует проведения операций с матрицами размерности  $N \times N$ , что трудно реализуется на ЦВМ с ограниченным объёмом оперативной памяти.

Другим способом улучшения качества изображения является поступочное развертывание двумерного сигнала в одномерный и применение одномерных алгоритмов фильтрации случайных процессов. Однако, при сильной корреляции отсчетов в строке ( $\rho = 0,80-0,95$ ) такая фильтрация дает результаты, значительно отличающиеся от оптимальных.

Применение одномерного калмановского фильтра возможно лишь в том случае, если отсутствует корреляция между отсчетами вдоль одной из координат поля изображения (например, вдоль строки). Декоррелирование изображения можно провести с помощью обратимого линейного преобразования каждой строки изображения.

Финитное разложение Карунена-Лова. Обозначим через вектор-столбец  $X(k)$  "k"-ю строку исходного изображения

$$X(k) = [x(k,1), x(k,2), \dots, x(k,N)]^T.$$

Корреляционная матрица строки  $X$  является матрицей

$$R_x^{(k)} = (B_x^{(k)}(l-r))_{l,r=1,N}$$

$B_x^{(k)}(l)$  - корреляционная функция изображения вдоль строки. Попытаемся найти линейное преобразование  $\Phi$  вектора  $X$  такое, что компоненты результирующего вектора (спектра)

$$\tilde{X} = \Phi X \tag{3}$$

были бы некоррелированы, т.е.

$$R_{\tilde{X}}^{(k)} = E(\tilde{X} \tilde{X}^T) = \Phi R_x^{(k)} \Phi^T = \Lambda. \tag{4}$$

Здесь

$\Lambda = \text{diag}\{G_{x(1)}^2, G_{x(2)}^2, \dots, G_{x(N)}^2\}$  - диагональная матрица дисперсии отсчетов спектра строки.

Преобразование  $\Phi$ , удовлетворяющее условию (4), называется преобразованием Хотеллинга [1] или разложением по собственным векторам корреляционной матрицы  $R_x^{(k)}$ . Здесь  $\Phi$  - матрица собственных векторов, расположенных по строкам. Преобразование (3) является дискретным аналогом разложения Карунена-Лова.

Если рассмотреть ортонормированное преобразование  $\Phi$  ( $\Phi \Phi^T = \Phi^T \Phi = I$ ), то собственные числа  $\lambda_e$ , являющиеся дей-

ствительными и положительными в силу положительной определенности матрицы  $R_x^{(2)}$ , равны дисперсиям соответствующих компонент вектора  $\tilde{X}$

$$\lambda_\ell = E\{\tilde{x}^2(\ell)\}, \ell = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Легко определить автокорреляционную функцию поля в спектральной области

$$R_{\tilde{x}}(\kappa, \ell, m, n) = B_x^{(2)}(\kappa - m) \lambda_\ell \delta(\ell - n),$$

$\lambda_\ell$  - элемент матрицы  $\Lambda$ .

Таким образом, результирующее поле является некоррелированным вдоль строки, а в другом направлении корреляционная функция остается без изменения

$$B_{\tilde{x}}^{(1)}(\kappa - m) = B_x^{(1)}(\kappa - m), \quad (6)$$

$$B_{\tilde{x}}^{(2)}(\ell - n) = \lambda_\ell \delta(\ell - n).$$

Рассмотрим преобразование Хотеллинга над зашумленным случайным полем (2). В силу линейности преобразования можно записать

$$\tilde{x}(\kappa, \ell) = \tilde{x}(\kappa, \ell) + \tilde{v}(\kappa, \ell).$$

$$\begin{aligned} R_{\tilde{v}}(\kappa, \ell, m, n) &= E\{\tilde{v}(\kappa, \ell)\tilde{v}(m, n)\} = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Phi_i \Phi_j \sigma_v^2 \delta(\kappa - m) \delta(i - j) = \sigma_v^2 \delta(\kappa - m) \delta(\ell - n) = \\ &= R_v(\kappa, \ell, m, n). \end{aligned}$$

Таким образом мы показали, что любое ортонормированное линейное преобразование не меняет корреляционной функции белого шума. Следовательно, исходная модель наблюдения (2) может быть преобразована к следующей:

$$\tilde{Z}(\kappa) = \tilde{X}(\kappa) + \tilde{V}(\kappa) \quad (7)$$

Здесь компоненты  $\tilde{X}(\kappa)$  уже некоррелированы, а шум остается прежним. Исходное поле, подлежащее оценке, связано с  $\tilde{X}(\kappa)$  обратимым линейным преобразованием

$$X(\kappa) = \Phi^T \tilde{X}(\kappa)$$

Известно [2], что при гауссовских сигналах операции оценивания по минимуму среднего квадрата ошибки и линейного обратимого преобразования коммутативны. Следовательно, для получения оценки  $\hat{X}(\kappa, \ell)$  исходного поля достаточно найти оценку поля  $\hat{x}(\kappa, \ell)$  из модели (7).

Тогда

$$\hat{X}(\kappa) = \Phi^T \hat{X}(\kappa)$$

Калмановская фильтрация в частотной области. Вид уравнения наблюдения (7) дает возможность построить рекуррентную процедуру оценки поля в частотной области. Так как элементы вектора  $\hat{X}(\kappa)$  некоррелированы, рекуррентные соотношения будут одинаковыми для всех элементов  $\hat{X}(\kappa)$  и фильтрация их будет осуществляться независимо друг от друга вдоль координаты "к". Индекс элементов "ℓ" для простоты опустим  $\hat{x}(\kappa, \ell) \rightarrow \hat{x}(\kappa)$ . В терминах переменных состояния случайный процесс  $\hat{x}(\kappa)$  с корреляционной функцией  $B_{\hat{x}}^{(c)}(\kappa) = B_{\hat{x}}^{(c)'}(\kappa)$  описывается линейной авторегрессионной моделью [1]

$$\begin{cases} Y(\kappa) = FY(\kappa-1) + GU(\kappa), & Y(0) = Y, \\ \hat{x}(\kappa) = CY(\kappa) \end{cases} \quad (8)$$

Здесь:  $Y(\kappa)$  - вектор переменных состояния;  $U(\kappa)$  - вектор входного белого шума с нулевым средним и корреляционной матрицей  $E\{U(\kappa)U^T(m)\} = Q\delta^{\kappa-m}$ ;  $G$  - входная матрица;  $F$  - матрица системы;  $C$  - модуляционная матрица.

Размерность (8) определяется видом корреляционной функции  $B_{\hat{x}}^{(c)}(\kappa)$  и может быть выбрана значительно меньшей, чем  $N$ . Например, при экспоненциальной корреляционной функции  $B_{\hat{x}}^{(c)}(\kappa) = \sigma_x^2 \exp(-\alpha|\kappa|)$  получаем систему (8) первого порядка.

Рекуррентные соотношения для получения оценки имеют следующий вид

$$\begin{cases} \hat{Y}(\kappa) = FY(\kappa-1) + A(\kappa)[\hat{x}(\kappa) - CF\hat{Y}(\kappa-1)], & \hat{Y}(0) = 0, \\ \hat{x}(\kappa) = C\hat{Y}(\kappa). \end{cases} \quad (9)$$

Переменный коэффициент усиления  $A(\kappa)$  определяется из рекур-

рентных матричных соотношений

$$\begin{cases} A(k) = M(k) C [C M(k) C^T + G_v^2]^{-1}, \\ M(k) = F P(k-1) F^T + G G G^T, \\ P(k) = (I - A(k) C) M(k), \quad P(0) = P_0. \end{cases} \quad (10)$$

$P(k) = E\{[\hat{Y}(k) - Y(k)][\hat{Y}(k) - Y(k)]^T\}$  — ковариационная матрица ошибок.

Рассмотренный способ фильтрации обеспечивает минимальный средний квадрат ошибки оценки каждой координаты вектора  $\tilde{X}(k)$ , который равен

$$D_{\tilde{x}}(k, \ell) = E\{[\tilde{x}(k, \ell) - \hat{x}(k, \ell)]^2\} = C_{\ell} P_{\ell}(k) C_{\ell}^T$$

Индекс "  $\ell$  " показывает номер отсчета в строке  $\tilde{X}(k)$ . Вычислим средний квадрат ошибки вдоль строки для исходного поля  $x(k, \ell)$

$$\begin{aligned} D_x(k) &= \frac{1}{N} \sum_{\ell=1}^N D_{\tilde{x}}(k, \ell) = \frac{1}{N} E\{[\hat{X}(k) - X(k)]^T [\hat{X}(k) - X(k)]\} = \\ &= \frac{1}{N} E\{[\hat{X}(k) - \tilde{X}(k)]^T \Phi \Phi^T [\hat{X}(k) - \tilde{X}(k)]\} = \frac{1}{N} \sum_{\ell=1}^N D_{\tilde{x}}(k, \ell) = D_{\tilde{x}}(k). \end{aligned}$$

Мы получили, что ортонормированное преобразование (любое — не обязательно разложение Карунена-Лозва) не меняет среднюю дисперсию ошибки вдоль строки. Получающаяся ошибка записывается явно через решение рекуррентной системы (10)

$$D_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{\ell=1}^N C_{\ell} P_{\ell}(k) C_{\ell}^T \quad (11)$$

Использование пилловых спектральных преобразований для квазиоптимальной фильтрации. Использование полученных выше результатов для практической реализации на ЭВМ затруднительно из-за следующих факторов :

1. Необходимо хранить в оперативной памяти матрицу собственных векторов размером  $N \times N$ , что не реализуемо из-за ограниченности памяти ЭВМ.



2. Однократное преобразование строки изображения по рассмотренному алгоритму требует  $\mathcal{N}^2$  операций умножения, что существенно увеличивает время обработки. Быстрые алгоритмы для таких преобразований отсутствуют.

Поэтому возникает необходимость использования некоторых приближенных методов для этих преобразований. Известно [2], что для стационарных процессов на бесконечном промежутке времени собственными функциями ковариации являются комплексные экспоненциальные функции. В дискретном варианте при  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$  этому случаю соответствует дискретное преобразование Фурье (ДФ), которое имеет вид

$$(ДФ) \quad \hat{S}(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\ell=0}^{N-1} W^{k\ell} S(\ell), \quad k = \overline{0, N-1}; \quad (9)$$

$$W = \exp(-j \frac{2\pi}{N}), \quad j = \sqrt{-1};$$

$$(ОДФ) \quad S(\ell) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} W^{-k\ell} \hat{S}(k), \quad \ell = \overline{0, N-1}. \quad (12)$$

Преобразование (12) является комплексным и обладает двойной избыточностью при отображении действительной функции:

$$\hat{S}(k) = \hat{S}^*(N-k), \quad * - \text{ комплексное сопряжение.}$$

При реализации на ЦМ более удобно использовать дискретное преобразование Фурье в представлении Хартли [4], которое является действительным и имеет простую связь с обычным ДФ. Прямое и обратное преобразования имеют, соответственно, следующий вид

$$\hat{x}(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{\ell=0}^{N-1} x(\ell) \cos(\frac{2\pi}{N} k\ell + \frac{\pi}{4}), \quad k = \overline{0, N-1}; \quad (10)$$

$$x(\ell) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}(k) \cos(\frac{2\pi}{N} k\ell + \frac{\pi}{4}), \quad \ell = \overline{0, N-1}. \quad (13)$$

В операторной форме

$$\hat{X} = \Psi X, \quad X = \Psi \hat{X},$$

$$\Psi = \left\{ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos(\frac{2\pi}{N} k\ell + \frac{\pi}{4}) \right\}_{k, \ell = \overline{0, N-1}}.$$

Преобразование Хартли является ортонормированным и симметричным

$$\Psi = \Psi^{-1} = \Psi^T.$$

Существует однозначная связь преобразования Хартли с ДПФ

$$\cos\left(\frac{2\pi}{N}k\ell + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(e^{-j\frac{\pi}{4}}W^{k\ell} + e^{j\frac{\pi}{4}}W^{N-k\ell}\right)$$

В оперативной форме

$$\Psi = \text{Re}\{\mathcal{W}\} + j\text{Im}\{\mathcal{W}\}, \quad \mathcal{W} - \text{оператор ДПФ} \quad (14)$$

Таким образом, для преобразования Хартли можно применять алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Ясно, что преобразование (13) не позволяет полностью декоррелировать строку изображения. Однако, как показано в [5], остаточные коэффициенты корреляции отсчетов строки асимптотически уменьшаются пропорционально  $1/N$  при  $N \rightarrow \infty$ . Следовательно, разложение (13) асимптотически оптимально и приближается к разложению Карунена-Лоэва при  $N \rightarrow \infty$ .

Рассмотрим пример последовательности  $x(k)$ ,  $k=0, N-1$  с экспоненциальной корреляционной функцией

$$E\{x(\ell)x(k)\} = \sigma_x^2 \exp(-\alpha|\ell-k|)$$

Получим формулу для остаточных коэффициентов корреляции. Исходная корреляционная матрица

$$R_x = \sigma_x^2 \{ \rho^{|\ell-k|} \}_{\ell, k=0, N-1}, \quad \rho = e^{-\alpha}$$

Тогда  $R_{\tilde{x}} = \Psi R_x \Psi$ . Перемножая матрицы и используя (14), получим

$$R_{\tilde{x}}(k, \ell) = \frac{\sigma_x^2(1-e^{-2\alpha N})}{2N} \cdot \frac{1 + \text{ch}\alpha[g(k)+g(\ell)] + g(k)g(\ell)}{h(k)h(\ell)} + \frac{\sigma_x^2 \text{sh}\alpha}{h(k)} \delta(k-\ell) \quad (15)$$

Здесь

$$g(m) = \cos \frac{2\pi}{N} m + \sin \frac{2\pi}{N} m,$$

$$h(m) = \text{ch}\alpha - \cos \frac{2\pi}{N} m$$

Энергетический спектр, в частности, следующий

$$R_{\tilde{x}}(k, k) = E\{\tilde{x}^2(k)\} = \sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2(1-e^{-2\alpha N})}{N} \cdot \frac{1 + 2\text{ch}\alpha g(k) + g^2(k)}{h^2(k)} + \frac{\sigma_x^2 \text{sh}\alpha}{h(k)}$$

Из первого члена в правой части (15) видно, что остаточный коэффициент корреляции убывает с ростом  $N$ .

Другой аппроксимацией разложения Карунена-Лозва является преобразование Уолша [4]. В системе Уолша-Пэли матрица преобразования имеет вид

$$\Theta = \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} (-1)^{\sum_{i=1}^n p_{n+1-i} x_i} \right\}_{p, x = 0, N-1}$$

Здесь

$$N = 2^n, \quad P = \sum_{i=0}^{n-1} P_i 2^i, \quad x = \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i;$$

$$\Theta = \Theta^{-1} = \Theta^T.$$

Преобразование Уолша имеет менее оптимальные свойства по отношению к преобразованию Фурье. Однако, его можно использовать, когда требуется работа системы обработки изображений в реальном времени, так как быстрое преобразование Уолша дает значительный выигрыш во времени.

Пример фильтрации изображения с экспоненциальной корреляционной функцией.

Пусть

$$R_x(k, \ell, m, n) = \sigma_x^2 \exp[-\alpha_1 |k-m| - \alpha_2 |\ell-n|];$$

$$B_x^{(m)}(k-m) = \sigma_x^2 \exp[-\alpha_1 |k-m|];$$

$$B_x^{(n)}(\ell-n) = \exp[-\alpha_2 |\ell-n|].$$

Авторегрессионная модель поля  $\tilde{x}(k, \ell)$ , вдоль оси "K" имеет вид

$$\tilde{x}(k, \ell) = \rho_1 \tilde{x}(k-1, \ell) + \sigma_{\tilde{x}(k)} \sqrt{1-\rho_1^2} u(k, \ell),$$

$$\rho_1 = e^{-\alpha_1}, \quad \sigma_{\tilde{x}(k)}^2 = R_{\tilde{x}}^{(m)}(\ell, \ell).$$

Рекуррентная оценка

$$\hat{\tilde{x}}(k, \ell) = \rho_1 \hat{\tilde{x}}(k-1, \ell) + a_e(k) [\tilde{x}(k, \ell) - \rho_1 \hat{\tilde{x}}(k-1, \ell)],$$

$$\hat{\tilde{x}}(1, \ell) = \frac{h_e^2}{1-h_e^2} \tilde{x}(1, \ell), \quad h_e^2 = \frac{R_{\tilde{x}}^{(m)}(\ell, \ell)}{\sigma_{\tilde{x}}^2}, \quad \ell = 1, \overline{N}$$

$$a_c(k) = \frac{\rho_c^2 a_c(k-1) + (1-\rho_c^2) h_c^2}{1 + \rho_c^2 a_c(k-1) + (1-\rho_c^2) h_c^2}$$

На рис. 2 приведена блок-схема алгоритмов фильтрации. Средне-квадратическая ошибка оценки

$$D_x(k) = \frac{G_v^2}{N} \sum_{\ell=1}^N a_c(k), \quad D_x(\infty) = \frac{G_v^2}{N} \sum_{\ell=1}^N a_c(\infty), \quad (16)$$

$$a_c(\infty) = \frac{2h_c^2}{1-h_c^2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4\rho_c^2 h_c^2}{(1+h_c^2)(1-\rho_c^2)}} \right]^{-1}$$

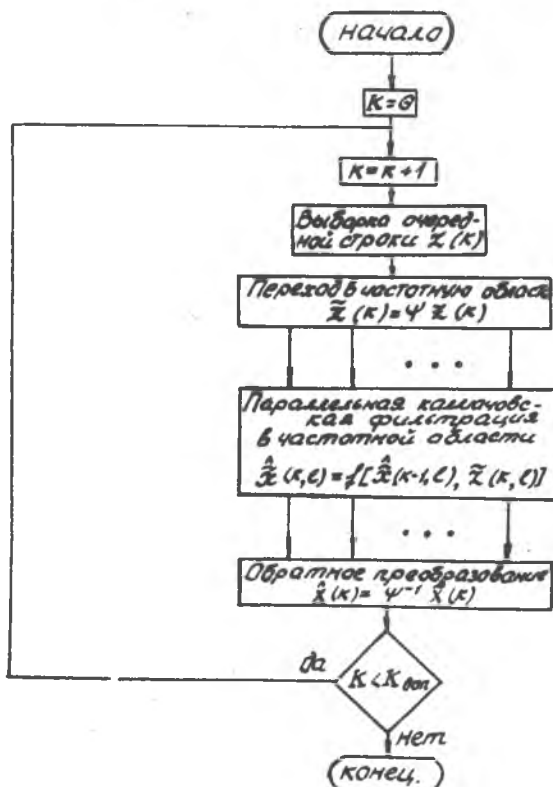


Рис. 2.

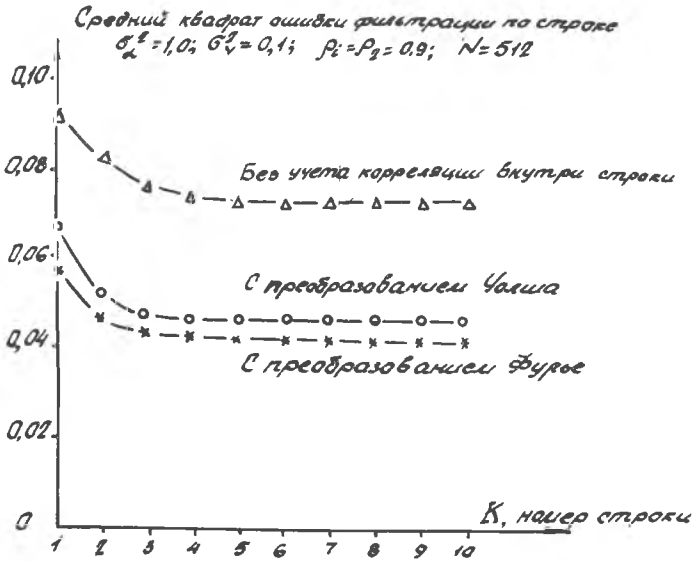


Рис. 3.

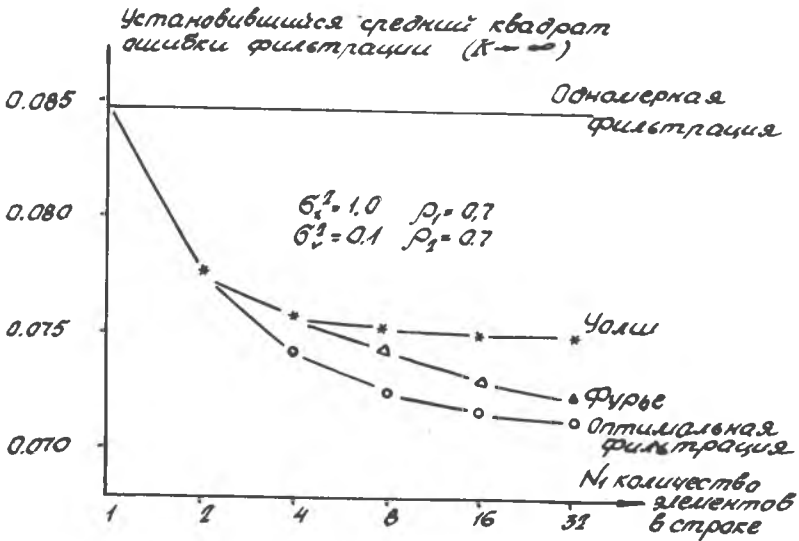


рис. 4.

Заметим, что выражения (16), определяющие дисперсию ошибки, справедливы при любом выборе базиса преобразования, а также и при отсутствии преобразования в спектральную область. Рассчитанные по (16) погрешности оценок приведены на рис. 3 для трех различных алгоритмов фильтрации:

1. Фильтрация без учёта коррелированности отсчетов в строке.
2. Фильтрация с применением преобразования Уолша.
3. Фильтрация с помощью ДПФ.

На рис. 4 приведено сравнение рассмотренных алгоритмов фильтрации с оптимальным, получающимся при разложении Карунена-Лозва, по установившемуся значению ошибки фильтрации в зависимости от количества отсчетов в строке изображения  $N$ . Видно, что использование ДПФ приводит к незначительному отклонению от оптимального разложения уже при  $N = 16 - 32$ . Однако преобразование Уолша не является асимптотически оптимальным при  $N \rightarrow \infty$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Обработка изображений на ЦВМ, М., "Мир", 1973.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. I., М., "Сов. радио", 1972.
3. *Tsafestas S.G., Nightingall J.M. Concerning optimal filtering theory of linear distributed-parameter systems. PROC. IEE vol. 115, No. 11, November 1968, pp. 1937-1942.*
4. Сороко Л.М., Стриж Т.А. Спектральные преобразования на ЦВМ. Дубна, 1972.
5. *Judea Peall. On Coding and Filtering Stationary Signals by DFT. IEEE Trans. IT-19, March 1973, pp. 229-232.*

УДК 621.391 : 621.397

А.А. Ямович

#### ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ДВУМЕРНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Двумерные интерполяционные модели поля. При автоматизации экспериментальных исследований двумерных параметрических полей  $[I] + [3]$  их исходные изображения представляются на некотором дискретном множестве  $\mathcal{D}\{m \in [1, M]; \tau \in [1, T]\}$  КИМ - сигналами  $[I]$