МАМАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ БОРТОВЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С.В. Тюлевин
Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара

Одним из направлений повышения надёжности и увеличения срока активного функционирования бортовых радиотехнических систем является индивидуальное прогнозирование (ИП) их основных параметров. В этом случае по величине информативного параметра и полученному по результатам обучающего эксперимента оператору прогнозирования делается вывод о потенциальной надёжности каждого конкретного экземпляра, т.е. о возможности его использования по назначению в течение заданного срока службы [1]. Однако в ряде случаев выявить достаточно информативный параметр не удаётся. В данном случае для ИП целесообразно использовать методы экстраполяции [2]. Для этого требуется знание математической модели изменения параметров элементов и устройств во времени. Основная проблема здесь состоит в том, что для каждого конструктивно-технологического варианта (КТВ) изделия требуется своя модель. Анализ отказов элементов бортовых радиотехнических систем показал, что для многих КТВ элементов операторы прогнозирования и математические модели отсутствуют. К ним относятся некоторые типы резисторов, диодов, транзисторов, конденсаторов, микросхем.

Целью данной работы является построение математических моделей ИП указанных элементов.

Для построения модели был проведён обучающий эксперимент для шести выборок. Он проводился по методике [3]. Выявить информативные параметры с приемлемым значением коэффициента корреляции не удалось. В связи с этим для дальнейшего анализа был использован метод экстраполяции.

Для оценки значения параметра каждого экземпляра выборки на момент времени прогноза $t_{пр}$ на основании совокупности значений параметра $y^{(j)}(t)$, измеренных в моменты времени $t_1, t_2, ..., t_n$, должен быть построен параметр H_y следующего вида [4]:

$$y^{*(j)}(t_{пр}) = H_y[y_j(t_1), y_j(t_2), ..., y_j(t_n)], \qquad (1)$$

где $t_n << t_{пр}$.

Таким образом, задача сводилась к выбору квазидетерминированной (КД) модели $f_{кд}$ и определению её коэффициентов $a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, ..., a_m^{(j)}$ для каждого экземпляра выборки. В этом случае оценка значения параметра $y^{*(j)}(t_{пр})$ может быть определена следующим образом

$$y^{*(j)}(t_{пр}) = f_{кд}[t_{пр}, a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, ..., a_m^{(j)}]. \qquad (2)$$

Анализ экспериментальных данных обучающих выборок показал, что флуктуационная составляющая случайного процесса $\tilde{y}_{фл}(t)$ несущественна по сравнению с монотонной составляющей $y_{мон}^{(j)}(t)$ этого процесса. Ограничимся для нашего случая тремя дополнительными аргументами квазидетерминированной функции $a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, ..., a_m^{(j)}$ Тогда моделью случайного процесса будет функция вида

$$f_{кд}(t_{пр}, a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, a_2^{(j)}) = y^{*(j)}(t_{пр}) \ . \qquad (3)$$

Воспользуемся для определения коэффициентов a_0, a_1, a_2 методом наименьших квадратов. В нашем случае сущность метода сводится к нахождению таких значений a_0, a_1, a_2 выбранной зависимости $f_{кд}$, при которых сумма квадратов отклонений значений параметров j-го экземпляра, вычисленная по КД модели $y^{*(j)}(t_i)$, от фактических значений $y^{(j)}(t_i)$, будет минимальной, т.е.

$$\sum_{i=1}^{k}[y^{(j)}(t_i) - f_{кд}(t_i, a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, a_2^{(j)})]^2 \to \min. \qquad (4)$$

Сумма (4) представляет собой функцию трёх переменных (трёх коэффициентов КД модели)

$$U(a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, a_2^{(j)}) = \sum_{i=1}^{k} [y^{(j)}(t_i) - f_{кд}(t_i, a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, a_2^{(j)})]^2. \qquad (5)$$

Минимум этой функции достигается при таких $a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, a_2^{(j)}$, при которых её частные производные обращаются в нуль. Для определения $U_{\min}^{(j)}$ получаем систему из трёх уравнений:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U(a_0^{(j)},a_1^{(j)},a_2^{(j)})}{\partial a_0^{(j)}}&=0;\\ \frac{\partial U(a_0^{(j)},a_1^{(j)},a_2^{(j)})}{\partial a_1^{(j)}}&=0;\\ \frac{\partial U(a_0^{(j)},a_1^{(j)},a_2^{(j)})}{\partial a_2^{(j)}}&=0.\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Решение данной системы будет иметь следующий вид

$$\left.\begin{aligned}a_o^{(j)}&=f_o[t_1,t_2,...,t_n,y^{(j)}(t_1),y^{(j)}(t_2),...,y^{(j)}(t_n)];\\ a_1^{(j)}&=f_o[t_1,t_2,...,t_n,y^{(j)}(t_1),y^{(j)}(t_2),...,y^{(j)}(t_n)];\\ a_2^{(j)}&=f_o[t_1,t_2,...,t_n,y^{(j)}(t_1),y^{(j)}(t_2),...,y^{(j)}(t_n)].\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Таким образом, решением системы (6) являются коэффициенты a_0, a_1, a_2 КД модели. Подставив полученные значения $a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, a_2^{(j)}$ в (2) получим оценку значения параметра $y^{*(j)}$ в момент времени t_{np}.

Для описания временной зависимости дрейфа сопротивления исследуемых выборок элементов была подобрана логарифмическая модель

$$y^{*(j)}(t_{np})=a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(t_{np}-t_n)+e], \qquad (8)$$

где t_n – время, соответствующее номеру измерения (соответствует времени старения элемента) в процессе наблюдения за дрейфом.

Особенностью данной модели является то, что функция $f_{кд}$ в начальный момент времени равна

$$f_{кд}(t_1,a_0^{(j)},a_1^{(j)})=a_0^{(j)}$$

и зависит только от двух коэффициентов a_o и a_1. Таким образом, для прогнозирования необходимо будет определить лишь коэффициент a_1. Так как $a_o^{(j)}=y^{(j)}(t_o)$, а для логарифмических моделей $a_o^{(j)}=y^{(j)}(t_1)$, то сумма (4) будет представлять собой функцию одной переменной. Обозначим её как $g(a_1^{(j)})$. Тогда её можно записать как

$$g(a_1^{(j)}) = \sum_{i=1}^{n} [y^{(j)}(t_i) - f_{кд}(t_i, y^{(j)}(t_1), a_1^{(j)})]^2, \tag{10}$$

где i=1,2,..,n – количество измерений. Для логарифмической модели минимум функции будет в следующем случае

$$\frac{\partial g(a_1^{(j)})}{\partial a_1^{(j)}} = 2[\sum_{i=1}^{k} \frac{(a_o^{(j)})^2 (t_i - t_1) \ln\{a_1^{(j)}(t_i - t_1) + e\}}{a_1^{(j)}(t_i - t_1) + e} -$$

$$- \sum_{i=1}^{k} \frac{a_o^{(j)}(t_i)(t_i - t_1)}{a_1^{(j)}(t_i - t_1) + e}] = 0. \tag{11}$$

Полученная модель вида (8) подвергалась экзамену. Он заключался в определении ошибки прогнозирования по формуле

$$\Delta(j) = \tilde{y}^{(j)}(t_{np}) - y^{*(j)}(t_{np}) . \tag{12}$$

Затем оценивали точность прогнозирования (точность оператора ИП) по величине дисперсии ошибки. Она вычислялась по формуле

$$D[\tilde{y}_{np}^{(j)} - y_{np}^{*(j)}] = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^{k} [\Delta^{(j)} - M(\Delta)]^2, \tag{13}$$

где $\tilde{y}_{np}^{(j)} = \tilde{y}^{(j)}(t_{np})$; $y_{np}^{*(j)} = y^{*(j)}(t_{np})$.

$M(\Delta)$ – среднее значение ошибки (математическое ожидание) для выбранной КД модели. Оно определялось по формуле

$$M(\Delta) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} \Delta^{(j)} . \tag{14}$$

Если величина дисперсии ошибки

$$D[\Delta] = D[\tilde{y}_{np} - y_{np}^{*}],$$

согласуется с установленными требованиями, то полученную модель можно рекомендовать для прогнозирования параметров качества экземпляров других выборок.

В дальнейшем для оценки качества прогнозирования определяли величину второго начального момента $m_{2(k)}$ по формуле

$$m_{2(k)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} (\Delta_k^{(j)})^2, \qquad (15)$$

где $\Delta_k^{(j)} = y^{(j)}(t_{np}) - y^{*(j)}(t_{np})$.

Чем меньше $m_{2(k)}$, тем выше точность прогнозирования. Было установлено, что на величину $m_{2(k)}$ большое влияние оказывает систематическая ошибка. Эта ошибка устранялась введением в модель поправки вида

$$y_1^{*(j)}(t_{np}) = y^{*(j)}(t_{np}) + \Delta_k^{(1)}, \qquad (16)$$

где $\Delta_k^1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \Delta_k^{(j)1}$.

После нахождения $y_1^{*(j)}(t_{np})$ определяли $m_{2(k)}^{(2)}$ и отклонения $\Delta_k^{(2)}$. Для моделей (15), которые не устраивали нас по точности, вводили добавку δ в следующем виде

$$y_2^{*(j)}(t_{np}) = a_o^{(j)} \ln[(a_1^{(j)} + \delta \frac{a_1^{(j)}}{a_{1\max}})(t_{np} - t_n) + e], \qquad (17)$$

где $a_{1\max}$ – максимальное значение коэффициента a_1 для исследуемой выборки;

$$\delta = \frac{1}{n}(A_1^{(j)} - a_1^{(j)}), \quad A_1^{(j)} = a_1^{(j)} \; при \; t = t \; np.$$

Если модель вида (17) не обеспечивала заданной точности, то в неё вводили поправку $\Delta_k^{(3)}$:

$$y_3^{*(j)}(t_{np}) = y_2^{*(j)}(t_{np}) + \Delta_k^{(3)}. \qquad (18)$$

Для некоторых моделей (18) проводилось улучшение следующим образом

$$y_4^{*(j)}(t_{np}) = y_2^{*(j)} + \Delta_k^{(3)} \frac{y_2^{*(j)}(t_{np})}{y_{2\max}^{*}}, \qquad (19)$$

где $y_{2\max}^{*}$ – максимальное значение их всех $y_2^{*(j)}(t_{np})$.

В результате сравнения полученных вариантов по точности для прогнозирования электрорадиоизделий исследуемого класса целесообразно использовать следующие модели:

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_1(j) = a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(1-\frac{0{,}018}{0{,}071})(10000-500)+e]-0{,}348\frac{y_2^{*(j)}}{y_{2\max}};$$

$$\left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)_2(j) = a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(1-\frac{0{,}005}{0{,}027})(10000-250)+e]-2{,}792\frac{y_2^{*(j)}}{y_{2\max}};$$

$$\left(\frac{\Delta U}{U}\right)_3(j) = a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(1-\frac{0{,}032}{0{,}096})(10000-500)+e]-0{,}211;$$

$$\left(\frac{\Delta C}{C}\right)_4(j) = -\{a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(10000-250)+e]+0{,}052\};$$

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_5(j) = a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(10000-500)+e];$$

$$\left(\frac{\Delta A}{A}\right)_6(j) = a_o^{(j)}\ln[a_1^{(j)}(1-\frac{0{,}021}{0{,}319})(10000-250)+e]-6{,}382\frac{y_2^{*(j)}}{y_{2\max}}.$$

Построенные модели удовлетворяют заданным требованиям по точности прогнозирования.

Список использованных источников

1. Пиганов М.Н. Индивидуальное прогнозирование показателей качества элементов микросборок. – Самара: СГАУ, 1999. – 160 с.
2. Пестряков В.Б., Андреева В.В. Индивидуальное прогнозирование состояния РЭА методами экстраполяции. – Куйбышев: КуАИ, 1991.– 92 с.
3. Пиганов М.Н. Индивидуальное прогнозирование показателей качества элементов и компонентов микросборок. – М.: Новые технологии, 2002. – 267 с.
4. Андреева В.В., Пиганов М.Н., Скоморохов Г.Ю. Индивидуальное прогнозирование стабильности прецизионных тонкоплёночных конденсаторов // Микроминиатюризация радиоэлектронных устройств: Межвуз. сб. – Рязань: РРТИ, 1980. Вып. 3. – С. 72-76.