ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ИМПЕРАТИВ КАК ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

А.А. Нечитайло, В.Т. Волов, А.Н. Осипов

1. Введение

В текущем столетии в нашей стране на первом месте находились какие угодно проблемы, кроме проблемы человека. В то же время экономическое благополучие нации напрямую связано с работоспособностью и здоровьем взрослого населения. Экономические трудности привели руководство страны к целому ряду ошибок, связанных с неправильным выбором приоритетов. В итоге страна столкнулась с массой новых проблем социального и демографического плана. Если не принять срочных мер, то здоровье народа будет продолжать стремительно ухудшаться. В худшем варианте это грозит исчезновением России как государства. Ряд крупных ученых прогнозируют наступление этой национальной катастрофы уже в XXI веке.

Перечень социальных болезней, порожденных нынешним экономическим кризисом, является необъятным. Не вдаваясь в подробности, позволяющие в деталях отследить природу отдельных социальных болезней, перечислим основные пункты этого списка: депопуляция Российской Федерации, снижение общей продолжительности жизни, ухудшение среднего состояния здоровья населения РФ, в том числе и в Самарской области, алкоголизм, наркомания, проституция, рост уровня преступности.

Глубокий кризис, охвативший российскую экономику после обвала 17 августа, отнюдь не отменяет экологического императива, согласно которому при любых обстоятельствах здоровье населения и чистота окружающей среды являются факторами, которые должны определять решения политических деятелей и руководителей производства.

Целью настоящей работы является математическая формулировка экологического императива, позволяющая принимать экологически и экономически грамотные решения руководителям крупных компаний.

2. Задача оптимального управления и экологический императив

Рассмотрим управляемую систему, описывающую работу промышленной компании:

$$\dot{x} = f(t, x, u), \tag{1}$$

где $x \in E_n, u \in U$. Здесь E_n n- мерное евклидово пространство, а U - некоторое подмножество r-мерного евклидова пространства E_r.

Допустим, что оптимальное управление u(t) существует и обозначим через $x^{(0)}(t)$ соответствующее ему движение.

Предположим, что управление и движение заданы на промежутке $[t_1, t_2]$ и система переходит из состояния x_1 в состояние x_2 с соблюдением стандартных граничных условий задачи Больца [2]. Согласно [2] необходимые условия оптимальности находятся следующим образом.

Рассмотрим семейство управлений $u = u(t, \varepsilon)$ и соответствующее ему семейство движений $x = x(t, \varepsilon)$. Пусть эти семейства удовлетворяют стандартным условиям:

1)вектор - функции $u = u(t, \varepsilon)$ заданы при всех достаточно малых ε и при $t \in [t_1(\varepsilon), t_2(\varepsilon)]$ кусочно - непрерывны по отношению к t; вектор - функция $x = x(t, \varepsilon)$ задана при всех достаточно малых ε, при $t \in [t_1(\varepsilon), t_2(\varepsilon)]$ кусочно - непрерывно дифференцируема по t и удовлетворяет системе (1);

2) $u(t, \varepsilon) = u_0(t)$, $x(t, \varepsilon) = x^0(t)$ при $\varepsilon = 0$, $u(t, \varepsilon) \in U$ для всех достаточно малых ε и $t \in [t_1(\varepsilon), t_2(\varepsilon)]$;

3) управление u(t, ε) допустимо;

4) существуют производные

$$\frac{d}{d\varepsilon} u(t, \varepsilon) = \eta(t), \frac{dx(t, \varepsilon)}{d\varepsilon} = \xi(t), \frac{dt_i(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \tau_i, i = 1,2$$

при ε = 0 где η(t)- кусочно-непрерывная вектор-функция; ξ(t) - кусочно-непрерывная дифференцируемая функция; τ_i - вещественные числа; η(t) - вариация управления, а ξ(t) - вариация движения.

Нам необходимо построить функционал J(u(t, ε)) = φ (ε) на семействе управлений u(t, ε), количественно описывающий требования экологического императива.

Будем считать φ (ε) непрерывно дифференцируемой функцией параметра ε. Эта функция J(u(t, ε)) = φ (ε) будет иметь минимум при ε = 0. Следовательно, dφ/dε = 0 при ε = 0. Последнее равенство представляет собой необходимое условие оптимальности управления $u_0(t)$ и оптимальности движения $x_0(t)$.

Применительно к задаче оптимального управления в свете требований экологического императива все вышесказанное можно сформулировать следующим образом:

а) Необходимо построить функционал типа $J(u(t, \varepsilon)) = \varphi(\varepsilon)$ для системы уравнений (1) при ограничениях 2) - 4) .

б) Его следует минимизировать посредством вариации параметров задачи.

в) Вариационную задачу следует либо свести к системе алгебраических уравнений, либо искать ее решение с помощью одного из итерационных методов.

С точки зрения руководства промышленной компании, создающей нагрузку на окружающую среду, наиболее привлекательной выглядит задача отыскания экстремума следующего функционала:

$$J(\varepsilon) = w\int_0^T dtQ(t) + \mu\left[Q(T) - Q(0)\right] + \eta\left[K(T) - K(0)\right] \tag{2}$$

где Q - поток товарной продукции, а K(t) -капитал, а T - время, за которое руководство компании планирует решить комплекс производственных и экологических проблем.

Варьируя векторный параметр ε, можно отыскать экстремум функционала (2) посредством решения системы уравнений:

$$\left\{\frac{\partial J(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = 0 .\right. \tag{3}$$

Смысл сформулированной вариационной задачи (2) очевиден. Руководство компании при планировании должно заботиться о приросте общего объема продукции $\int_0^T dtQ(t)$, скорости ее прироста $\left[Q(T) - Q(0)\right]$, а также об увеличении уставного капитала $\left[K(T) - K(0)\right]$. Коэффициенты w в линейной комбинации (2) подлежат заданию руководством компании из соображений экологического императива - чем ближе величина w к критическому значению $w = 1$, тем меньше оно заботится об экологии. С точки зрения современного состояния экономики величина w должна лежать в границах от 0.7 до 0.9. Оставшаяся часть продукции должна расходоваться на различные природоохранные мероприятия.

Случаю экономики СССР соответствует функционал:

$$J_s(\varepsilon) \approx \kappa(1 - c)\int_0^T Q(t)dt + c(K(T) - K(0)), \tag{4}$$

причем $\kappa \approx 1$, $c \approx 0.2$, что привело к возникновению серьезных проблем экологического плана (избыточная капитализация экономики при малых затратах на экологию)

"Демократическому" периоду развития России отвечает функционал:

$$J_s(\varepsilon) \approx \kappa(1-c)\int_0^T Q(t)dt + c\big(K(T) - K(0)\big), \tag{5}$$

при $c \approx 0$. О будущем мало кто думает. Все произведенное немедленно проедается. На природоохранные мероприятия расходуется мало средств. Капиталовложения делаются только в сверхрентабельное производство без учета экологических факторов.

Экологическому императиву соответствует функционал:

$$J_n(\varepsilon) \approx \mu_s \int_0^T Q_s(t)dt + \mu_r \int_0^T Q_r(t)dt \tag{6}$$

в котором соблюден баланс ненулевых коэффициентов $\mu_s \le 1$ при низкорентабельных, но экологически обусловленных видах продукции и достаточно больших коэффициентов $\mu_r \ge 1$ при высокорентабельных позициях.

Исследование функционала (6) позволяет спланировать работу промышленной компании с учетом требований экологического императива.

Заключение

Резюмируем вышесказанное следующим образом.

1. Построен вариационный принцип, позволяющий формализовать требования экологического императива.
2. Сформулирована задача экологически - оптимального управления промышленной компанией.

Авторы выражают благодарность проф. Ю.Л. Ратису за плодотворные дискуссии, результатом которых явилась эта статья.

Литература

1. Б.Г. Айвазян, А.А. Нечитайло, Ю.Л. Ратис. Холдинг в условиях экономики переходного периода. Динамический подход. Настоящий сборник.

2. В.И. Зубов. Лекции по теории управления. -М.: "Наука", 1975. 494 с.

3. Б.Г. Айвазян, А.А. Нечитайло, Ю.Л. Ратис. А.И. Швидак. Аналитические свойства обобщенной модели Гудвина - Калецкого. настоящий сборник.