5. Заездный А. М., Плоткин Е. И., Черкасский Ю. А. Построение измерительных приборов на основе использования структурных свойств сигналов. Извуз, «Приборостроение», № 3, 1970.

В. П. САБИЛО, В. А. СОЙФЕР

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Случайные помехи, сопутствующие измерению, можно условно разделить на два класса: флуктуационные и импульсные. Флуктуационная помеха представляет собой непрерывный во времени случайный процесс, вероятностное распределение которого хорошо описывается гауссовым законом. Импульсная помеха проявляется в виде последовательности кратковременных всплесков, возникающих в случайные моменты времени и имеющих значительные (по сравнению с уровнем полезного сигнала) амплитуды. Фильтрация помех — необходимое условие повышения достоверности измерительной информации.

Здесь мы рассмотрим алгоритмы фильтрации импульсных помех, основанные на использовании структурных свойств сигналов [1; 2].

Постановка задачи

Полагаем, что сигнал $S(t)$, заданный дискретной последовательностью, есть кусочно-линейная функция, которая искажается аддитивной помехой $\xi(t)$ «белым гауссовым шумом» с дисперсией σ_ξ .

В отсутствии импульсной помехи результирующий сигнал записывается

$$\{x_i\} = \{s_i\} + \{\xi_i\}, \tag{1}$$

где $x_i = x(t_i)$; $s_i = s(t_i)$; $\xi_i = \xi(t_i)$.

Сигнал (1) в некоторый момент времени может искажаться одиночной импульсной помехой ξ_u, закон распределения которой полагается неизвестным.

Рассмотрим два алгоритма фильтрации одиночных импульсных помех. В основе построения алгоритмов лежит метод вторых разностей.

Первый алгоритм. Вычисляется вторая разность, которая при отсутствии импульсных помех равна

$$(x_{i+1} - x_i) - (x_i - x_{i-1}) = \xi_{i+1} - 2\xi_i + \xi_{i-1}. \tag{2}$$

Второй алгоритм. Вычисляется разнесенная на один отсчет вторая разность, которая при отсутствии импульсных помех равна

$$(x_{i+2}-x_{i+1})-(x_i-x_{i-1})=\xi_{i+2}-\xi_{i+1}-\xi_i+\xi_{i-1}. \tag{3}$$

Рассмотрим процедуру фильтрации. Суть ее заключается в следующем: проверяется наличие импульсной помехи в l отсчетах (l — определяется количеством отсчетов, необходимым для получения данного вида второй разности), затем производится сдвиг на v отсчетов и цикл повторяется до $n+1-v$ отсчета.

Пределы изменения $v\, 1\leqslant v\leqq l$.

Пороги фильтрации алгоритмов, используемые в данной работе, выбраны из условия равенства вероятностей ложных срабатываний сравниваемых алгоритмов при отсутствии импульсных помех. Для конкретности вероятность ложного срабатывания принята равной 0,003.

Остановимся несколько подробнее на выборе критерия качества фильтрации сравниваемых алгоритмов. Общеизвестным критерием помехоустойчивости является вероятность превышения величиной ξ_u установленного порога H при произвольном значении импульсной помехи ξ_u

$$P(\xi_и>H)=\int_H^\infty Q(\xi_и)\,d\xi_и, \tag{4}$$

где $Q(\xi_и)$ — преобразованная алгоритмом плотность закона распределения импульсной помехи $W(\xi_u)$;

H — порог фильтрации.

Когда $W(\xi_u)$ задана в дискретной форме, выражение (4) преобразуется

$$P=\sum_к p_к\cdot \text{Вер}\,[Q(\xi_{ик})>H], \tag{5}$$

где Вер $[Q(\xi_{ик}>)H]$ — вероятность срабатывания фильтра при наличии импульсной помехи, величина которой равна $\xi_{ик}$; $p_к$ — частота появления $\xi_и=\xi_{ик}$.

Так как в нашем случае $W(\xi_и)$ и $p_к$ полагаются неизвестными, то критерием качества может служить

$$\text{Вер}\,[Q(\xi_{ик})>H]. \tag{6}$$

В дальнейшем будем называть (6) вероятностью фильтрации импульсной помехи $\xi_и$ и обозначать $p(\xi_и)$. Придавая $\xi_и$ значения от $-\infty$ до $+\infty$, можно получить характеристику фильтрации алгоритма.

Определение $p(\xi_и)$ первого алгоритма

Для вероятности ложного срабатывания, равной 0,003, порог $H=\pm 3\sqrt{6}\sigma_\xi$.

а) **Фильтрация со сдвигом на число отсчетов, равное** l. Здесь возможны два случая:

1. Импульсная помеха искажает один из крайних отсчетов в системе трех отсчетов.

В этом случае можно получить выражение для вероятности фильтрации

$$p'(\xi_и) = 1 - \phi(x_1') + \phi(x_2'), \qquad (7)$$

где
$$x_1' = \frac{H - \xi_и}{\sqrt{5}\,\sigma_\zeta}; \quad x_2' = \frac{-H - \xi_и}{\sqrt{5}\,\sigma_\zeta}. \qquad (8)$$

Интеграл вероятности $\phi(x)$ табулирован в [5].

2. Импульсная помеха искажает средний отсчет.

$p''(\xi_и)$ вычисляется по формуле (7) с параметрами

$$x_1'' = \frac{H - 2\xi_и}{\sqrt{2}\,\sigma_\xi}; \quad x_2'' = \frac{-H - 2\xi_и}{\sqrt{2}\,\sigma_\xi}. \qquad (9)$$

Рассчитанные по формулам (7—9) значения $p'(\xi_и)$ и $p''(\xi_и)$ сведены в табл. 1.

Таблица 1

$\xi_и / \sigma_\zeta$	5	6	7	8	9	10
$P'(\xi_и)$	0,1511	0,2792	0,4394	0,6213	0,7692	0,8224
$p''(\xi_и)$	0,9699	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Как видно из сравнения значений таблицы 1, фильтрация импульсной помехи, искажающей отсчет, находящийся между двумя неискаженными отсчетами, более эффективна, чем в случае искажения ею одного из крайних отсчетов. Для получения некоторой средней характеристики фильтрации первого алгоритма при использовании фильтрации со сдвигом на число отсчетов, необходимое для получения данного вида второй разности, следует учесть вероятности попадания импульсной помехи в каждый из трех отсчетов. Так как эти вероятности равны между собой, то

$$p(\xi_и) = \frac{2}{3}\,p'(\xi_и) + \frac{1}{3}\,p''(\xi_и). \qquad (10)$$

Рассчитанные по формуле (10) значения $p(\xi_и)$ сведены в табл. 2.

Таблица 2

$\xi_и / \sigma_\xi$	5	6	7	8	9	10
$P(\xi_и)$	0,4243	0,05193	0,6263	0,7475	0,8461	0,8816

б) **Фильтрация со сдвигом на один отсчет.** Получаем систему из трех зависимых случайных величин. Допустим, импульсная помеха искажает i-й отсчет,

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= \xi_и - 2\xi_{i-1} + \xi_{i-2} \\ Y_2 &= -\xi_{i+1} + 2\xi_и - \xi_{i-1} \\ Y_3 &= \xi_{i+2} - 2\xi_{i+1} + \xi_и \end{aligned}\right\}. \tag{11}$$

Нас интересует вероятность фильтрации импульсной помехи хотя бы в одном из этих случаев

$$p(\xi_и) = 1 - q(\xi_и), \tag{12}$$

$q(\xi_и)$ — вероятность пропуска импульсной помехи при использовании первого алгоритма.

$$q(\xi_и) = q(Y_1) \cdot q(Y_2/Y_1) \cdot q(Y_3/Y_1 Y_2), \tag{13}$$

где $q(Y_1)$ — вероятность пропуска импульсной помехи в первом случае системы (11);

$q(Y_2/Y_1)$ — вероятность пропуска импульсной помехи во втором случае системы (11) при условии нефильтрации ее в первом случае;

$q(Y_3/Y_1 Y_2)$ — вероятность пропуска импульсной помехи в третьем случае системы (11) при условии нефильтрации ее в первом и во втором случаях.

Матрица коэффициентов корреляции случайных величин системы (11) [3] —

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{\sqrt{10}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{10}} & 1 & \frac{2}{\sqrt{10}} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{10}} & 1 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Закон распределения вероятности нефильтрации импульсной помехи системой (11) характеризуется плотностью $W_3(Y_1, Y_2, Y_3)$ [5]. Точное вычисление (13) связано с большими и неоправданными трудностями математического характера.

Для оценки снизу интересующей нас вероятности фильтрации примем

$$q(\xi_и) \cong q(y_2) \cong 1 - p''(\xi_и). \tag{15}$$

Подставив (15) в (12), получаем

$$p(\xi_и) \cong p''(\xi_и). \tag{16}$$

Значения $p''(\xi_и)$ приведены в таблице 1.
Использование этой оценки обеспечивает погрешность не выше 2—3%.

Определение $p(\xi_и)$ второго алгоритма

Для вероятности ложного срабатывания, равной 0,003, порог $H = \pm 6\delta_\xi$.

в) **Фильтрация со сдвигом на число отсчетов, равное l.** Вероятность фильтрации алгоритмом одиночной импульсной помехи не зависит от того, какой отсчет искажен ею.

Вычисление $p'''(\xi_и)$ производится по формуле (7) с параметрами

$$x_1''' = \frac{H - \xi_и}{\sqrt{3}\,\sigma_\xi}; \quad x_2''' = \frac{-H - \xi_и}{\sqrt{3}\,\sigma_\xi}. \tag{17}$$

Рассчитанные по формуле (7), (17) значения $p'''(\xi_{и1})$ сведены в табл. 3.

Таблица 3

$\xi_и/\sigma_\xi$	5	6	7	8	9	10
$p''(\xi_и)$	0,2811	0,5000	0,7191	0,8772	0,9583	0,9901

г) **Фильтрация со сдвигом на один отсчет.** Получаем систему четырех зависимых случайных величин. Допустим, импульсная помеха искажает i-й отсчет.

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= \xi_и - \xi_{i-1} - \xi_{i-2} + \xi_{i-3} \\ Y_2 &= -\xi_{i+1} + \xi_и + \xi_{i-1} - \xi_{i-2} \\ Y_3 &= -\xi_{i+2} + \xi_{i+1} + \xi_и - \xi_{i-1} \\ Y_4 &= \xi_{i+3} - \xi_{i+2} - \xi_{i+1} - \xi_и \end{aligned}\right| . \tag{18}$$

Матрица коэффициентов корреляции [3]

$$\begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Система распадается на две одинаковые независимые системы, каждая из которых состоит из двух зависимых случайных величин:

$$Y_1 \text{ и } Y_3;\; Y_2 \text{ и } Y_4;$$

Вероятность фильтрации импульсной помехи хотя бы в одном из случаев системы (18) определится по формуле

$$p(\xi_и) = 1 - [q(\xi_и)]^2, \qquad (20)$$

где $q(\xi_и)$ — вероятность нефильтрации импульсной помехи в системах Y_1 и Y_3 или Y_2 и Y_4. $q(\xi_и)$ определяется [4]:

$$q(\xi_и) = ф(h_1) - 2т(h_1;\; a) - ф(h_2) + 2т(h_2;\; a) \qquad (21)$$

для $\xi_и \geqslant 0$;

$$q(\xi_и) = ф(h_2) - 2т(h_2;\; a) - ф(h_1) + 2т(h_1;\; a) \qquad (22)$$

для $\xi_и \leqslant 0$,

где $h_1 = \frac{H - \xi_и}{\sqrt{3}\,\sigma_\xi}$; $h_2 = \frac{-H - \xi_и}{\sqrt{3}\,\sigma_\xi}$; $a = \sqrt{\frac{1-r}{1+r}}$; (23)

r — коэффициент корреляции Y_1 и Y_3 или Y_2 и Y_4; $ф(h)$; $т(h;\, a)$ табулированы в [4].

Рассчитанные по формулам (20—23) значения $p(\xi_и)$ сведены в табл. 4.

Таблица 4

$\xi_и / \sigma_\xi$	5	6	7	8	9	10
$p(\xi_и)$	0,6018	0,9056	0,9858	0,9988	0,9998	1,0000

Анализ полученных результатов

Эффективности фильтрации одиночных импульсных помех одинаковы при использовании обоих алгоритмов для импульсных помех, величина которых приближенно равна $6{,}4\sigma_\xi$. Импульсные помехи, величина которых меньше этого значения, эффективнее фильтруются первым алгоритмом, если же больше $6{,}4\delta_\xi$, целесообразно фильтровать, используя второй алгоритм.

При скользящей процедуре фильтрации (сдвиг на один отсчет) необходимо использовать алгоритм.

Наибольшей эффективностью обладает процедура фильтрации со сдвигом на один отсчет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заездный А. М., Щелкунов К. Н. Получение, сжатие и диагностика измерительной информации на основе использования структурных свойств результатов измерений. «Автометрия», № 3, 1968.

2. Виттих В. А., Заездный А. М. Постановка задачи сжатия измерительной информации и характеристики сжимателей информации. «Автометрия», № 1, 1968.
3. Заездный А. М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. Изд. «Советское радио», 1969.
4. Смирнов Н. В., Большев Л. Н. Таблицы для вычислений функции двумерного нормального распределения. Изд. АН СССР, 1962.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники, т. 1. Изд. «Советское радио», 1962.

В. А. ВИТТИХ

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Известным положением теории информации является тот факт, что сжатие сообщений, связанное с устранением статической избыточности, приводит к снижению помехоустойчивости при их передаче. Этот тезис иногда формально переносится в область измерительной техники, что, вообще говоря, неправомерно, поскольку подход и проблеме сжатия измерительной информации связан с учетом функциональных (детерминированных) зависимостей между значениями исходного сигнала на некотором отрезке времени. В конечном счете эффект сжатия достигается здесь за счет более полного использования априорной и текущей информации о классе «сжимаемых» сигналов. Целью данного сообщения является оценка помехоустойчивости сжатой информации в случае, когда в качестве критерия помехоустойчивости используется значение средней дисперсии на отрезке аппроксимации. Но прежде чем приступить к характеристике помехоустойчивости, кратко изложим сущность задачи сжатия [1].

Реальные измерительные сигналы обычно имеют ограниченные производные и спектр. Поэтому на отрезке [0,T] любой подобный сигнал может быть представлен в виде функции времени

$$s\,[t;\ a_1(t),\ \ldots\ ,\ a_N(t)],$$

содержащей N параметров. В пределах отдельных отрезков времени параметры $a_k(t)$ могут оставаться неизменными (либо изменяться в пределах допуска). Если не регистрировать значения параметров, совпадающие с предшествовавшими, то число значений выходных параметров M будет меньше числа N, выбранного в расчете на «худший случай», например, на случай максимальной скорости изменения сигнала. В этом и заключается сжатие информации.