

О. И. Ульянов

## РАСЧЕТ ВРЕМЕНИ УСПОКОЕНИЯ ФАЗОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ФЕРРОДИНАМИЧЕСКОГО ГАЛЬВАНОМЕТРА

Фазочувствительный ферродинамический гальванометр применяется в прямоугольно-координатных компенсаторах переменного тока с отдельным уравновешиванием [1].

Одним из основных параметров гальванометра в схеме компенсатора является время успокоения  $t_{\text{усп}}$ . Оно зависит не только от параметров самого гальванометра (индукции в зазоре  $B$ , удельного противодействующего момента от растяжек  $W$ , момента инерции подвижной части  $J$ , числа витков рамки  $w_p$ , площади рамки  $s_p$ ), но и от активного  $R_k$  и реактивного  $X_k$  сопротивлений измерительного контура. Последние определяются в основном сопротивлениями подключаемых к компенсатору объектов измерения и могут изменяться в широких пределах. Несмотря на это, время успокоения не должно быть более некоторой заданной максимально-допустимой величины  $t_{\text{усп. макс}}$ .

Рассматривая вопрос о времени успокоения ферродинамического гальванометра, необходимо условиться об определенном понятии. В настоящее время отсутствует ГОСТ на ферродинамические гальванометры и вообще на гальванометры переменного тока и поэтому время успокоения для них не стандартизовано. Не установлено и единое понятие о времени успокоения. Действительно, если бы распространить требования ГОСТ—1845—59 «Приборы электроизмерительные. Общие технические требования» на рассматриваемый нами тип гальванометра, считая его прибором двухсторонней симметричной шкалой, то следовало бы принять время успокоения  $t_{\text{усп. макс}} = 4 \div 6$  сек и определять его как время, протекающее от момента выключения гальванометра, указатель которого отклонен до крайней отметки, до момента, после которого отклонение указателя от нулевой отметки не превысит 2% от угла полного отклонения указателя  $\alpha_c$ . Величиной 2% от  $\alpha_c$  регламентируется, таким образом, допустимая погрешность

установления нулевого показания гальванометра при определении времени успокоения. Обозначим допустимую погрешность в относительных единицах через  $\lambda = \frac{\alpha}{\alpha_c}$ . В этом же ГОСТе указывается, что у приборов, предназначенных для работы при ограниченном диапазоне сопротивления внешней цепи, указанные требования должны соблюдаться именно в заданном диапазоне. Для ферродинамического гальванометра в схеме компенсатора под цепью гальванометра следует понимать измерительный контур.

Рассмотрим также ГОСТ—7324—55 «Гальванометры постоянного тока». Время успокоения для гальванометров постоянного тока на растяжках регламентируется для режима критического успокоения величиной 6 сек и определяется с момента выключения тока, вызывающего отклонение указателя на крайнюю отметку, до момента, когда удаление указателя от нулевой отметки не превысит одного деления шкалы. Цена деления должна устанавливаться техническими условиями на отдельные типы гальванометров. По существу это значит, что время успокоения конкретно не регламентируется, если цена деления может быть различной.

Для подтверждения сказанного был обследован ряд типов стрелочных переносных гальванометров. Так, для гальванометра М117 длина шкалы 90 мм, число делений 50—0—50, время успокоения 5 сек. Значит погрешность установления показаний при определении времени успокоения может быть равной 0,9 мм, т. е.  $\lambda = 0,02$ .

Для гальванометров типа ГМП аналогично получено  $\lambda = 0,1$ ; М122 —  $\lambda = 0,05$ . Если считать, что все эти три типа гальванометров имеют время успокоения 5 сек, но в связи с разной ценой деления оно определяется при различной погрешности установления показаний, соответственно: 0,02; 0,2; 0,05, то это равносильно тому, что для гальванометров установить одинаковое значение  $\lambda$ , например 0,02, но разное время успокоения, соответственно: 5 сек, 7,5 сек, 6,2 сек (подсчитано для режима критического успокоения). Следовательно, определение времени успокоения с момента выключения до момента, когда удаление указателя от нулевой отметки не превысит одного деления шкалы, приводит к некоторой неопределенности в нормировании времени успокоения, если исходить из требования постоянства значения допустимой относительной погрешности установления нулевого показания гальванометра.

В. Н. Мильштейн [2], исследуя вопросы успокоения магнитоэлектрических приборов высокой чувствительности, характеризует гальванометр временем установления показаний, под которым понимается время, протекающее от момента включения в измерительный контур напряжения небаланса (указатель при этом находится на нулевой отметке шкалы) до момента, после которого показания гальванометра будут отличаться от нового установив-

шегося показания не более, чем на  $\frac{1}{N}$  часть последнего. Далее указывается, что обычно  $N$  нормируется числом 100, реже 1000 или 10. Согласно такому подходу величина  $\frac{1}{N}$  характеризует погрешность установления показаний.

На основании изложенного можно указать на необходимость стандартизовать понятие о времени успокоения. При дальнейшем рассмотрении мы будем считать, что ферродинамический гальванометр удовлетворит вполне современным требованиям к приборам, если время успокоения его не будет превышать 4—6 сек. при погрешности установления показаний  $\lambda = 0,02$ . Понятие о времени успокоения считаем более приемлемым в таком виде, в каком оно указывается в ГОСТ—1845—59.

Для ферродинамического гальванометра уравнение движения имеет такой же общий вид, как и для магнитоэлектрического гальванометра (3)

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W_y \alpha = M_{вп}, \quad (1)$$

но значения коэффициентов определяются следующим образом:

$$M_{вп.} = \frac{U \cdot w_p s_p \cdot B \cos^2 \varphi}{R_k}. \quad (2)$$

$$W_y = W + \frac{\omega \cdot w_p^2 \cdot s_p^2 \cdot B^2}{R_k} \cdot \frac{\sin 2\varphi}{2}. \quad (3)$$

$$P = \frac{w_p^2 \cdot s_p^2 B^2 \cos^2 \varphi}{R_k}. \quad (4)$$

Также как и в случае магнитоэлектрического гальванометра характер движения подвижной системы зависит от значения параметра  $\beta$ , называемого степенью успокоения

$$\beta = \frac{P}{2 \sqrt{J W_y}} = \frac{w_p^2 s_p^2 B^2 \cos^2 \varphi}{2 \cdot R_k \sqrt{J \cdot W_y}}, \quad (5)$$

а период колебаний определяется как

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\beta^2}} \sqrt{\frac{J}{W_y}}. \quad (6)$$

При  $\beta = 0$  получим, что период незатухающих (свободных) колебаний равен

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{W_y}}. \quad (7)$$

Отличие от аналогичных выражений для магнитоэлектрического гальванометра состоит в том, что входящий в (5), (6) и (7)  $W_y$  является удельным устанавливающим моментом не только от действия механической пружинки (растяжек), но и «электрической пружинки».

Поэтому  $T_0$  нельзя считать конструктивным параметром, как это делается в случае магнитоэлектрического гальванометра. Значение  $W_y$  зависит не только от параметров гальванометра, но и от параметров измерительного контура  $R_k$  и  $X_k$ . Только в частном случае, когда измерительный контур разомкнут или имеет чисто активное сопротивление,  $T_0$  можно считать конструктивным параметром. Будем обозначать его в этом случае через  $T_{ок}$ , тогда

$$T_0 = T_{ок} \cdot \sqrt{\frac{W}{W_y}}, \quad (8)$$

т. е. период незатухающих колебаний увеличивается по сравнению с  $T_{ок}$ , если  $\frac{W}{W_y} > 1$ . Это необходимо учитывать при повышении чувствительности гальванометра искусственным путем — введением конденсатора в измерительный контур [4]. Режим, когда измерительный контур имеет активно-индуктивный характер, более благоприятен с точки зрения уменьшения периода свободных колебаний.

С учетом (7) и (8) период колебаний подвижной системы ферродинамического гальванометра определяется как

$$T = T_{ок} \frac{1}{\sqrt{\frac{W_y}{W} - \beta^2}}, \quad (9)$$

т. е. при данной конструкции гальванометра ( $T_{ок} = \text{const}$ ) период колебаний определяется относительным значением удельного устанавливающего момента  $\frac{W_y}{W}$  и степенью успокоения  $\beta$ .

При принятом нами понятии о времени успокоения для определения его расчетным путем необходимо отыскивать наибольшее значение  $\frac{t_{усп}}{T_0}$ , удовлетворяющее следующим уравнениям:

для режима периодического движения

$$\frac{e^{-\beta \cdot 2\pi \cdot \frac{t_{усп}}{T_0}}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \left( 2\pi \cdot \frac{t_{усп}}{T_0} \sqrt{1 - \beta^2} + \arctg \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} \right) = \lambda; \quad (10)$$

для режима критического успокоения

$$e^{-2\pi \cdot \frac{t_{усп}}{T_0}} \cdot \left( 1 - 2\pi \cdot \frac{t_{усп}}{T_0} \right) = \lambda; \quad (11)$$

для режима аperiodического движения

$$\frac{e^{-\beta \cdot 2\pi \cdot \frac{t_{усп}}{T_0}}}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \text{sh} \left( 2\pi \cdot \frac{t_{усп}}{T_0} \cdot \sqrt{\beta^2 - 1} + \text{Arth} \frac{\sqrt{\beta^2 - 1}}{\beta} \right) = \lambda. \quad (12)$$

Ввиду трудностей, возникающих при решении трансцендентных уравнений, особенно (10) из-за множества корней, предлагалось много упрощенных способов расчета времени успокоения.

Разумовский Н. Н. [5] предложил определять время успокоения по экспоненте, проходящей через экстремумы кривой, описываемой уравнением (10). Время успокоения определится моментом, когда ордината экспоненты уменьшится до значения  $\lambda \cdot \alpha_c$  и может находиться как

$$t_{\text{усп}} = \frac{T_0}{2\pi \cdot \beta} \ln \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{J}{W_y}} \ln \frac{1}{\lambda} = \frac{2J}{P} \ln \frac{1}{\lambda}. \quad (13)$$

В. О. Артюнов [6] указал, что при этом методе время успокоения занижается, так как вслед за точкой экстремума экспонента идет на некотором участке ниже кривой затухания и предложил определять время успокоения по экспоненте, проходящей выше кривой затухания. Время успокоения в этом случае равно

$$t_{\text{усп}} = \frac{T_0}{2\pi \cdot \beta} \ln \frac{1}{\lambda \cdot \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2J}{P} \ln \frac{1}{\lambda \cdot \sqrt{1-\beta^2}}. \quad (14)$$

Л. А. Сеницкий [7] отмечает, что формулы (13) и (14) становятся совершенно непригодными при  $\beta > 0,7$ , так как колебательный режим движения подвижной системы при больших степенях успокоения выражен в очень слабой степени.

При режиме движения, близком к критическому, О. Вернером [8] было предложено определять время успокоения по моменту, когда синус в уравнении (10) в первый раз обращается в нуль и следовательно

$$t_{\text{усп}} = \frac{T_0}{2\sqrt{1-\beta^2}} \left( 1 - \frac{\arctg \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}}{\pi} \right). \quad (15)$$

Л. А. Сеницкий приходит к выводу, что в связи с отсутствием единой формулы для определения времени успокоения независимо от режима движения, целесообразно определять его по специально построенным графикам. Такие графики приводились в литературе. Можно, например, сослаться на [2]. Их недостаток — приближенное построение. Л. А. Сеницкий [7] произвел сравнение точного времени успокоения с приближенными значениями, определенными по формулам (13), (14) и (15), и пришел к выводу, что ошибка в расчете может достигать 20%. Формула (15), которую обычно в литературе рекомендуют применять при  $\beta > 0,7$ , вообще не может быть рекомендована, так как приводит к очень большим погрешностям, особенно при значениях  $\beta$ , близких к единице. Л. А. Сеницкий рекомендует строить графики на основе точного решения уравнения (10) и, по-видимому, впервые (7) произвел построение графика для  $\lambda = 0,02$  и  $\beta \leq 1$ . Этот метод мы принимаем для дальнейшего рассмотрения применительно к ферродинамическому гальванометру. Точное решение уравнений (10) — (12)

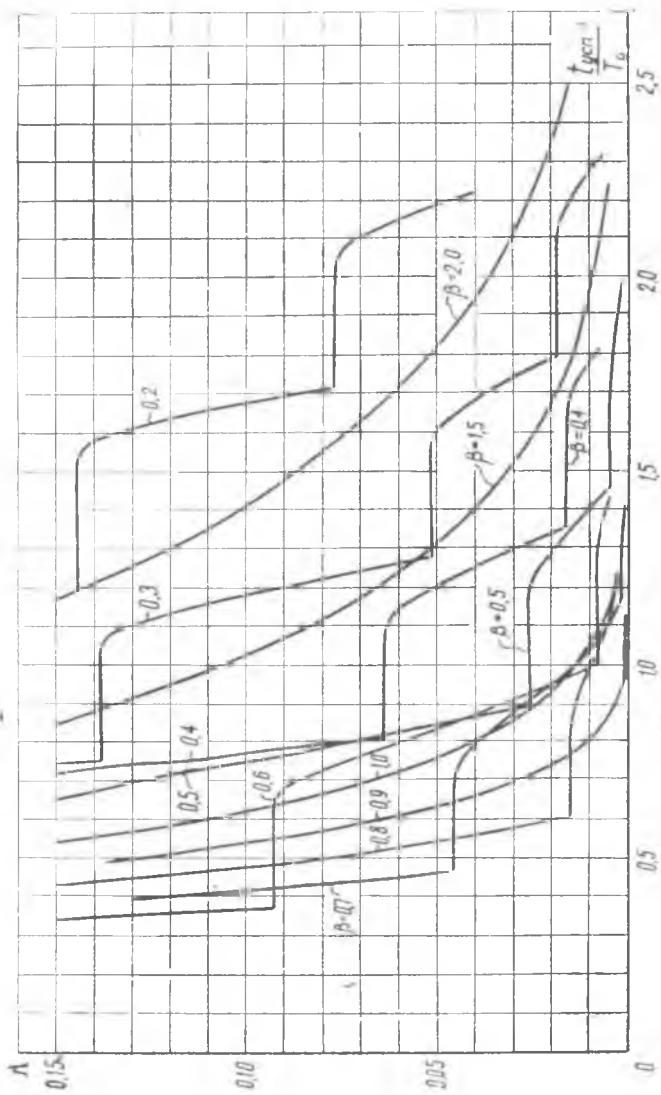


Рис. 1. Зависимость погрешности установления показаний от времени успокоения при разных значениях степени успокоения.

нами получено методом подбора корней с помощью электронно-вычислительной машины «Урал-1» в вычислительном центре Куйбышевского политехнического института. Обработка полученных данных позволила построить кривые зависимости времени успокоения (в относительных единицах) от  $\lambda$  при различных степенях успокоения  $\beta$  (рис. 1), а также графики рис. 2. Выявлено, при каких значениях степени успокоения при заданном значении

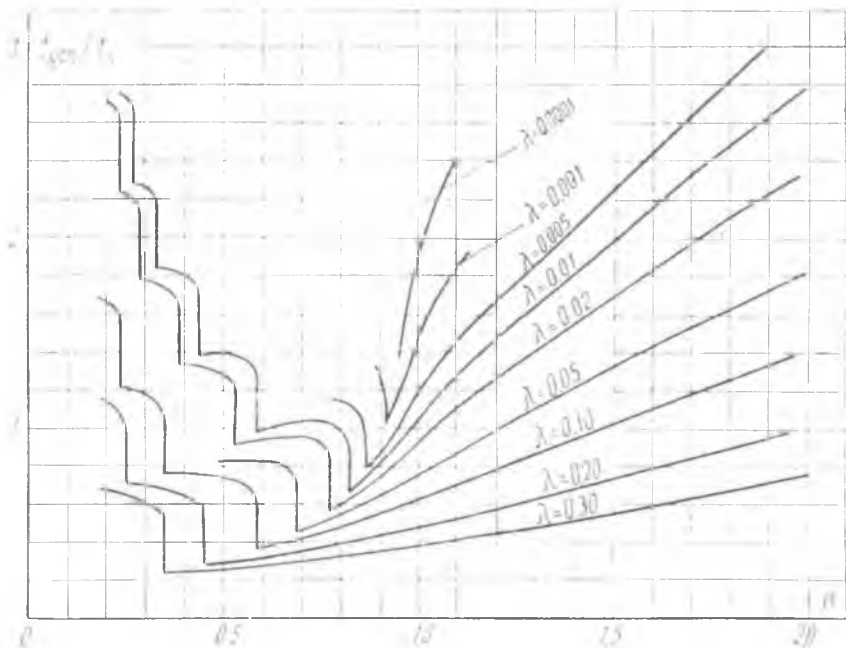


Рис. 2. Зависимость времени успокоения от степени успокоения при заданных значениях погрешности установления показаний.

$\lambda$  будет минимальное время успокоения (рис. 3), иначе говоря, определены оптимальные значения  $\beta_{\text{опт}}$ . Определены минимально-достижимые (при разных  $\lambda$ ) значения времени успокоения (рис. 4). Выяснен вопрос, в какие погрешности установления показаний можно уложиться при заданном времени успокоения, варьируя значениями степени успокоения (рис. 5). Эти же графики дают ответ на вопрос, в каких пределах может находиться степень успокоения с тем, чтобы обеспечить при заданном времени успокоения погрешности не выше допустимой. Полученные цифровые данные помещены в таблицу, которой удобно пользоваться при практических расчетах.

Следует отметить, что значение полученных материалов выходит за рамки применимости их к ферродинамическому гальванометру. Они пригодны ко всем системам, уравнение движения ко-

торых имеет вид уравнения (1), в частности к магнитоэлектрическим приборам. Удобство графиков состоит еще и в том, что они охватывают и переуспокоенный режим ( $\beta > 1$ ). Интерес к нему в последние годы возрастает [2, 9].

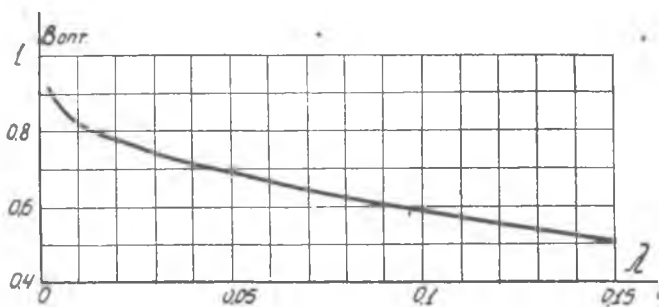


Рис. 3. Оптимальные значения степеней успокоения, при которых достигается минимальное время успокоения при заданных погрешностях установления показаний.

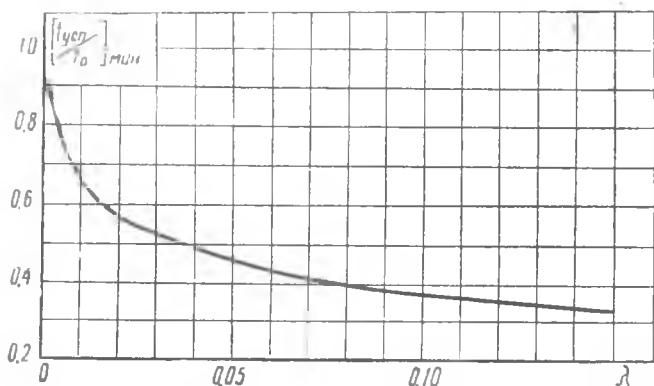


Рис. 4. Минимально достижимые (при заданной погрешности) значения времени успокоения.

Полученные графики позволяют исследовать зависимость времени успокоения ферродинамического гальванометра от его параметров и параметров измерительного контура. Однако быстрый и однозначный ответ затруднен из-за сложной зависимости  $\beta$  и  $T_0$  от этих же параметров (5 и 7).

Острая потребность в аналитическом выражении зависимости времени успокоения от параметров гальванометра и измерительного контура заставляет еще раз вернуться к оценке возможности использования приближенных формул.

На рис. 6 построены графики для определения времени успокоения при  $\lambda=0,02$ : кривая 1 — по формуле (13), кривая 2 — по (14), 3 — по (15), 4 — на основании точного решения уравнений (10),



Задание времени успокоения  $t_{\text{усп}}$ , при которых погрешность  $\lambda$  не превышает следующих величин

$t_{\text{усп}} / T_0$	Значения степени успокоения $\lambda$ , при которых погрешность $\lambda$ не превышает следующих величин									
	$\lambda = 0,001$	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3		
0,23								0,35		
0,29							0,45			
0,3							0,45—0,55	0,35—0,65		
0,37						0,58				
0,4						0,58—0,67	0,45—0,82	0,35—1,05		
0,45					0,69					
0,5					0,69—0,77	0,58—0,85	0,45—1,05	0,35—1,33		
0,57				0,78						
0,6				0,78—0,8	0,69—0,87	0,58—0,98	0,45—1,25	0,31—1,6		
0,65			0,812							
0,7			0,82—0,84	0,78—0,87	0,69—0,96	0,55—1,09	0,3—1,44	0,18—1,88		
0,78		0,86								
0,8		0,86	0,82—0,89	0,78—0,93	0,65—1,04	0,35—1,22	0,25—1,63	0,18—2,1		
0,9		0,86—0,91	0,82—0,94	0,77—0,99	0,53—1,12	0,35—1,34	0,25—1,8			
1,0		0,86—0,95	0,8—0,98	0,53—1,04	0,53—1,21	0,35—1,46	0,25—2			
1,02	0,92									
1,1	0,92—0,93	0,83—0,98	0,59—1,02	0,53—1,1	0,53—1,3	0,34—1,59	0,23—2,2			
1,2	0,92—0,95	0,7—1,01	0,59—1,06	0,5—1,15	0,52—1,4	0,27—1,73				
1,4	...—0,99	...—1,08	0,44—1,16	0,39—1,3	...—1,58	0,23—2,00				
1,6	...—1,02	...—1,17	0,44—1,28	0,39—1,43	...—1,78	0,23—2,28				
1,8	...—1,08	...—1,28	0,4—1,4	0,29—1,58	...—1,97	...—2,18				
2,0	...—1,15	...—1,38	0,33—1,5	0,29—1,72	...—2,18					

(11) и (12). Сравнивая кривые для приближенного определения времени успокоения с кривой 4, можно подтвердить вывод Л. А. Сидниченко, что кривую 3 нельзя рекомендовать к практическому применению, даже при  $\beta > 0,774$ , и из дальнейшего рассмотрения формулу (15) исключаем. На наш взгляд  $\beta > 0,774$  целесообразно пользоваться приближенной формулой, которую можно вывести на

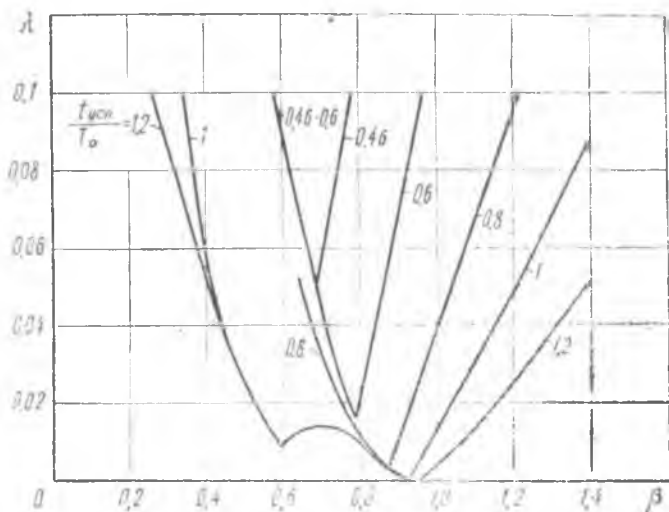


Рис. 5. Значения погрешностей, в которые можно уложить-ся при заданном времени успокоения, варьируя значения степени успокоения.

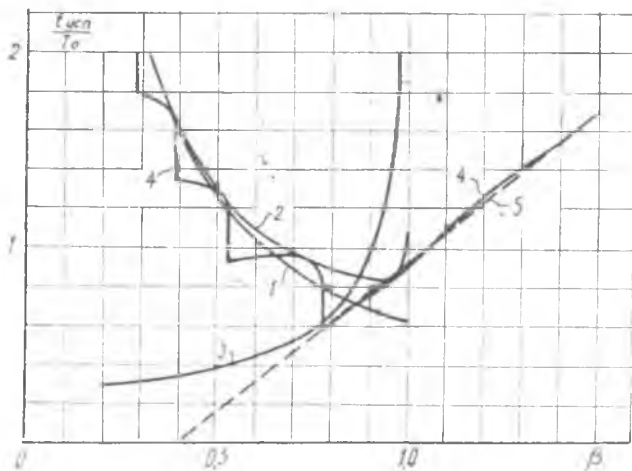


Рис. 6. Графики для определения времени успокоения разными методами.

основании замены кривой 4 прямой 5, нанесенной на рис. 6 пунктирной линией. Рекомендуем для практического применения уравнение прямой 5 в таком виде

$$\frac{t_{\text{уст}}}{T_0} = 1,55(3 - 0,4) . \quad (16)$$

При  $\beta=0,774-1,7$  погрешность определения времени успокоения по этой формуле не превысит 3%. Недостаток формулы в том, что она действительна только для  $\lambda=0,02$ . Однако по фиг. 2 легко получить подобные же по структуре выражения и для других значений  $\lambda$ . Достоинством предлагаемой формулы является то, что она охватывает режимы и периодического и аperiodического успокоения.

С учетом (5) и (7) формула (16) примет следующий вид

$$t_{\text{уст}} = 9,7 \sqrt{\frac{J}{W_y}} \left( \frac{\omega_p^2 s_p^2 B^2 \cdot \cos^2 \varphi}{2 \cdot R_k \sqrt{J W_y}} - 0,4 \right) . \quad (17)$$

При  $\beta < 0,774$  приближенные кривые 1 и 2 дают на отдельных участках результаты с большими погрешностями. Это связано со ступенчатым характером точной кривой 4. Расчет по кривой 2 может дать завышенные значения времени успокоения, но это обычно более приемлемо, так как приводит к улучшению успокоения. В этом отношении следовало бы отдать предпочтение кривой 2, а следовательно и формуле (14). Но эта формула сложнее и менее удобна по сравнению с (13) для анализа зависимости времени успокоения от параметров гальванометра и измерительного контура. К тому же результаты определения времени успокоения по (13) и (14) отличаются при  $\beta < 0,774$  не сильно, в худшем случае на 10%. Поэтому мы воспользуемся для дальнейшего анализа формулой (13). При  $\lambda=0,02$  она принимает вид

$$t_{\text{уст}} = \frac{0,63 \cdot T_0}{3} , \quad (18)$$

а с учетом (5) и (7)

$$t_{\text{уст}} = \frac{7,9 \cdot R_k \cdot J}{\omega_p^2 \cdot s_p^2 \cdot B^2 \cos^2 \varphi} . \quad (19)$$

Согласно (19) и (17) при  $\beta < 0,774$  для уменьшения времени успокоения можно увеличивать произведение  $\omega_p \cdot s_p \cdot B$ , а при  $\beta > 0,774$ , наоборот, выгодно уменьшать его. Отсюда следует вывод, что для получения наименьшего времени успокоения нужно стремиться к определенному значению произведения  $\omega_p \cdot s_p \cdot B$ , а при заданных  $\omega_p$  и  $s_p$  заставлять работать гальванометр при определенном значении индукции в зазоре. Положив в (5)  $\beta=0,774$ , найдем, что такое невыгоднейшее значение индукции равно

$$B = \frac{\sqrt{1,55 \cdot R_k \sqrt{J \cdot W_y}}}{\omega_p \cdot s_p \cdot \cos^2 \varphi} , \quad (20)$$

а наименьшее возможное время успокоения согласно (19) равно

$$t_{\text{усп. мин}} = 3,64 \sqrt{\frac{J}{W_y}} . \quad (21)$$

Рассмотренные графики и формулы позволяют производить практические расчеты и рациональный выбор параметров гальванометра.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Ф. Куликовский и А. М. Мелик-Шахназаров. Компенсаторы переменного тока, ГЭИ, 1960.
2. В. Н. Мильштейн. Энергетические соотношения в электроизмерительных приборах, ГЭИ, 1960.
3. А. М. Мелик-Шахназаров. О некоторых особенностях работы ферродинамического нуль-индикатора. Труды Азербайджанского индустриального института им. М. Азизбекова, вып. XI, 1955.
4. Л. Ф. Куликовский. Метод увеличения чувствительности электродинамического указателя переменного тока в электроизмерительных цепях сравнения. Сб. научных трудов Куйбышевского индустриального института, вып. 5, 1955.
5. Н. Н. Разумовский. Успокоение электроизмерительных приборов (нормы и общая теория). Энциклопедия технических измерений, вып. 6, 1936.
6. В. О. Арутюнов. Расчет и конструирование электроизмерительных приборов, ГЭИ, 1956.
7. Л. А. Синицкий. К вопросу о расчете времени успокоения электроизмерительных приборов. Доклады Львовского политехнического института, том I, вып. 2 1955.
8. О. Вернер. Чувствительные гальванометры постоянного и переменного тока, КУБУЧ, Л. 1933.
9. Р. Р. Харченко. Динамика магнитоэлектрических приборов в режиме сильного успокоения, Электричество, 11, 1955.