2. В и т т и х В. А., З а е з д н ы й А. М. Постановка задачи сжатия измерительной информации и характеристики сжимателей информации. «Автометрия», № 1, 1968.

3. З а е з д н ы й А. М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. Изд. «Советское радио», 1969.

4. С м и р н о в Н. В., Б о л ь ш е в Л. Н. Таблицы для вычислений функции двумерного нормального распределения. Изд. АН СССР, 1962.

5. Л е в и н Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники, т. 1. Изд. «Советское радио», 1962.

В. А. ВИТТИХ

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Известным положением теории информации является тот факт, что сжатие сообщений, связанное с устранением статической избыточности, приводит к снижению помехоустойчивости при их передаче. Этот тезис иногда формально переносится в область измерительной техники, что, вообще говоря, неправомерно, поскольку подход и проблеме сжатия измерительной информации связан с учетом функциональных (детерминированных) зависимостей между значениями исходного сигнала на некотором отрезке времени. В конечном счете эффект сжатия достигается здесь за счет более полного использования априорной и текущей информации о классе «сжимаемых» сигналов. Целью данного сообщения является оценка помехоустойчивости сжатой информации в случае, когда в качестве критерия помехоустойчивости используется значение средней дисперсии на отрезке аппроксимации. Но прежде чем приступить к характеристике помехоустойчивости, кратко изложим сущность задачи сжатия [1].

Реальные измерительные сигналы обычно имеют ограниченные производные и спектр. Поэтому на отрезке [0,T] любой подобный сигнал может быть представлен в виде функции времени

$$s\,[t;\ a_1(t),\ \ldots\ ,\ a_N(t)],$$

содержащей N параметров. В пределах отдельных отрезков времени параметры $a_k(t)$ могут оставаться неизменными (либо изменяться в пределах допуска). Если не регистрировать значения параметров, совпадающие с предшествовавшими, то число значений выходных параметров M будет меньше числа N, выбранного в расчете на «худший случай», например, на случай максимальной скорости изменения сигнала. В этом и заключается сжатие информации.

Помехоустойчивость сжатой информации без учета погрешности сжатия

Сжатие измерительной информации может осуществляться с некоторой дополнительной погрешностью и без нее (точнее с точностью до разрешающей способности измерительной аппаратуры). Во втором случае предполагается точное знание математической модели исходных сигналов. Например, может быть известно, что сигнал в пределах ограниченных отрезков является линейной функцией, коэффициенты которой скачком изменяются в некоторые моменты времени, неизвестные заранее (рис. 1). Реализация сжатия будет заключаться в передаче информации только в моменты «излома» кусочно-линейной функции.

В то же время в обычных «неадаптивных» системах измерения предусматривается выборка отсчетов сигнала через равные промежутки времени Δt. Величина Δt рассчитывается обычно из тех соображений, чтобы зарегистрировать кратковременные быстрые изменения сигнала (например, участок $[a, b]$ на рис. 1).

Сравним помехоустойчивость двух способов передачи кусочно-линейного сигнала $s(t)$:

1. Передача информации только в точках излома (сжатая информация).

2. Передача последовательности отсчетов через промежутки Δt («несжатая» информация).

Предположим, что в обоих случаях идет передача в «реальном времени». Помеху $\xi(t)$, действующую в канале связи, будем считать стационарным случайным процессом с нулевым средним и дисперсией D_ξ. Значения помехи $\xi(t)$, разделенные интервалом Δt, предполагаем некоррелированными. На приемной стороне линии связи каждые два последовательно поступающие отсчета соединяются прямой линией; эта процедура применяется как при интерполяции сжатых данных, так и при восстановлении информации, переданной в полном объеме.

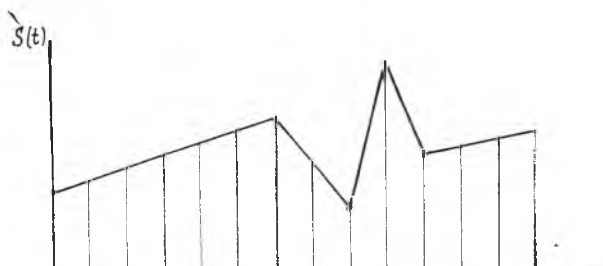

Рис. 1. Пример кусочно-линейного сигнала (сжатие информации без погрешности)

В качестве критерия помехоустойчивости примем величину средней дисперсии

$$D^{-}=\frac{1}{T}\int_{0}^{T} D(t)\,dt,\ D(t)=[x(t)-s(t)]^{2}, \tag{1}$$

где $x(t)=s(t)+\xi(t)$ — искаженный входной сигнал, полученный на приемной стороне линии связи;

$[O,\ T]$ — отрезок времени, на котором коэффициенты прямой постоянны.

Оценим среднюю дисперсию при передаче сжатой информации. Линейная функция, восстановленная по искаженным значениям, имеет вид

$$x(t)=x(O)+\frac{x(\tau)-x(O)}{T}t;\ \ O\leqslant t\leqslant T.$$

Отсюда получаем, что

$$x(t)-s(t)=\xi(O)+\frac{\xi(T)-\xi(O)}{T}\cdot t.$$

Возводя в квадрат и применяя операцию математического ожидания, найдем выражение для дисперсии

$$D_{1}(\alpha)=M[x(\alpha)-s(\alpha)]^{2}=D_{\zeta}(1-2\alpha-2\alpha^{2}),$$

где $\alpha=\frac{t}{T}$.

Среднее значение дисперсии будет равно

$$\overline{D}_{1}=\frac{1}{T}\int_{0}^{T} D_{1}(t)\,dt=\frac{2}{3}D\xi. \tag{2}$$

Теперь рассмотрим передачу «несжатой» информации. В этом случае отсчеты следуют через равные промежутки времени Δt. На приемной стороне производится линейная интерполяция на каждом отрезке длины Δt.

Уравнение искаженной прямой на интервале $[t_i,\ t_i+\Delta t]$ запишется так:

$$x(t)=x(t_i)+\frac{x(t_i+\Delta t)-x(t_i)}{\Delta t}(t-t_i);\ t_i\leqslant t_i+\Delta t.$$

Используя процедуру, рассмотренную выше, легко показать, что среднее значение дисперсии на отрезке $[t_i,\ t_i+\Delta t]$ равняется

$$\overline{D}_{\text{нс}}=\frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_i+\Delta t} D(t)\,dt=\frac{2}{3}D_{\xi}\,.$$

Поскольку $T=k\Delta t$, а также учитывая, что помеха некоррелирована, можно записать выражение для средней дисперсии на отрезке $[O,\ T]$ при передаче несжатой информации:

$$\overline{D}_1 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} D(t_i) = \frac{2}{3} D_\xi . \tag{3}$$

Из сравнения (2) и (3) следует, что средние значения дисперсий при передаче сжатых данных и информации в полном объеме равны. К этому же выводу приходим при рассмотрении ступенчатой, параболической и аппроксимации полиномами более высоких порядков. Математические выкладки здесь достаточно просты и, по-видимому, не имеет смысла их приводить. В данном случае все дело в подходе к оценке помехоустойчивости. Мы должны «ставить сжатую и несжатую информацию» в равные условия. Если в одном случае используется восстановление полиномом n-й степени, то и в другом нужно применять ту же самую процедуру. Тогда устранение части отсчетов, связанных детерминированной зависимостью, не будет приводить к увеличению дисперсии, то есть к снижению помехоустойчивости.

Помехоустойчивость сжатой информации с учетом погрешности сжатия

Сжатие измерительной информации чаще всего сопровождается появлением дополнительной погрешности. В этом случае исходный сигнал аппроксимируется некоторой другой функцией, представляющей собой обычно степенной ряд. Погрешность приближения может оцениваться первым отброшенным членом ряда, то есть, если производится аппроксимация полиномом n-й степени, то сам сигнал считается полиномом $n+1$-й степени. Например, прямая может заменяться постоянной функцией (рис. 2, *а*), парабола — прямой (рис. 2, *б*) и т. д.

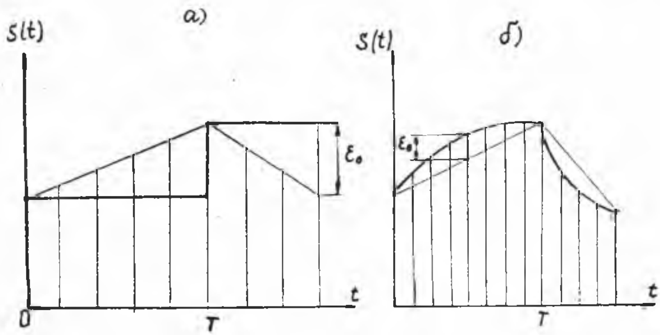

Рис. 2. Сжатие данных с учетом дополнительной погрешности

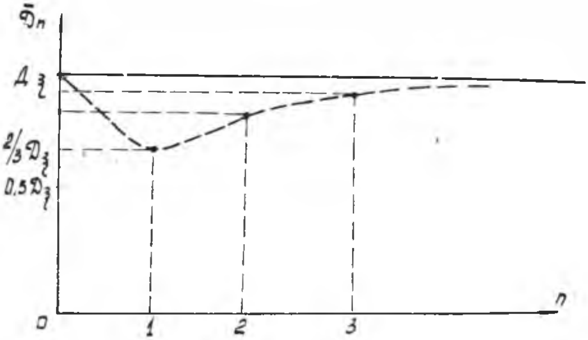

Рис. 3. Зависимость средней дисперсии от степени интерполирующего полинома

Таким образом, в данном случае на приемной стороне канала связи сжатые данные интерполируются полиномом степени на единицу меньшей, чем исходная последовательность равностоящих отсчетов.

Выше была вычислена средняя дисперсия при линейной интерполяции. Оценим теперь величины дисперсии D_0, D_2, $\overline{D}_3$ при интерполировании соответственно полиномами нулевой, второй и третьей степени.

Произведя преобразования подобные тем, которые использовались при определении дисперсии $\overline{D}_1(\alpha)$, получим следующие выражения для дисперсий $D_0(\alpha)$, $D_2(\alpha)$, $D_3(\alpha)$:

$$D_0(\alpha) = D_\xi ,$$

$$D_2(\alpha) = D_\xi (1 - 6\alpha - 30\alpha^2 - 48\alpha^3 + 24\alpha^4),$$

$$D_3(\alpha) = D_\xi (1 - 11\alpha - 150{,}5\alpha^2 - 684\alpha^3 + 1354{,}5\alpha^4 - 1215\alpha^5 + 405\alpha^6)$$

$0 \leqslant \alpha \leqslant 1.$

После усреднения дисперсий на отрезке [0, T] получим

$$\overline{D}_0 = D_\xi , \quad \overline{D}_2 = \frac{4}{5} D_\xi ; \quad \overline{D}_3 = 0{,}92 D_\xi$$

На рис. 3 представлена зависимость средней дисперсии от степени интерполирующего полинома, из которой следует, что ступенчатая аппроксимация сигналов ($n=0$) является самой невыгодной с точки зрения помехоустойчивости. Линейное приближение наоборот дает минимум средней дисперсии, равный $^2/_3 D_\xi$. Случай $n \to \infty$ соответствует передаче всего непрерывного сигнала $s(t)$ на отрезке [0, 1]; средняя дисперсия при этом равна D_ξ.

Таким образом, сжатие измерительной информации, связанное с понижением степени интерполирующего полинома и появлением дополнительной погрешности, как правило, приводит к повышению помехоустойчивости (в принятом смысле). Исключением является только ступенчатая интерполяция.

ВЫВОДЫ

Сжатие измерительной информации, учитывающее функциональные (детерминированные) связи между значениями исходного сигнала на некотором отрезке времени, в случае стационарных гауссовых помех, не приводит к снижению помехоустойчивости ее передачи. Более того, при степени полинома большей или равной единице сжатие информации с учетом погрешности приводит к повышению помехоустойчивости.

При указанных ограничениях предпочтение отдается методам сжатия, основанным на кусочно-линейной аппроксимации сигналов, поскольку они обладают наибольшей помехоустойчивостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виттих В. А., Заездный А. М. Постановка задачи сжатия измерительной информации и характеристики сжимаемой информации. «Автометрия», № 1, 1968.

В. А. ГУЛЯЕВ, А. А. ЯМОВИЧ, Ю. А. СЕМЕНОЙ

ОЦЕНКИ И ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ НА ЭВМ

При исследовании сложных технических систем автоматизация эксперимента с использованием ЭВМ приобретает первостепенное значение. Естественно, при этом встает проблема создания программ обработки результатов эксперимента, которые давали бы возможность исследователю получать достоверные оценки состояния системы на фоне различных мешающих факторов.

Целью настоящей работы является получение алгоритма вычисления оценок состояния реальной САР и определение погрешностей обработки.

Вычисление коэффициентов регрессии $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$

Пусть измеренный на временном отрезке $[O;\ T]$ параметр системы* $s' = s(t, \vec{a}) = a_0 + a_1(t - T)$, зависящий от времени t и вектора информационных параметров $\vec{a}(a_0, a_1)$, искажается аддитивной

* Гуляев В. А. и др. Некоторые вопросы автоматизации анализа технических систем. См. наст. сб. стр. 160.